

Chapitre 3 :

INDUCTANCES et	
TRANSFORMATEURS	2.2
3.1. TENSIONS APPLIQUEES ET INDUITES	2.2
3.2. LE TRANSFORMATEUR IDEAL	2.2
3.3. INDUCTANCES	2.5
3.3.1. Inductances monophasées dans l'air	2.5
3.3.2. Inductances monophasées à noyau magnétique	2.7
3.3.3. Inductances à circuit magnétique à entrefer	2.12
3.3.4. Phénomènes transitoires de mise sous tension d'une bobine à fer	2.13
3.3.5. Bobines à fer triphasées	2.14
3.4. TRANSFORMATEURS MONOPHASES	2.18
3.4.1. Bobines à spires confondues, couplées dans l'air	2.18
3.4.2. Transformateurs à bobines couplées dans l'air	2.25
3.4.3. Transformateurs à noyau magnétique	2.26
3.4.4. Grandeurs réduites en monophasé	2.31
3.4.5. Pertes et rendement	2.32
3.4.6. Mise en parallèle de transformateurs monophasés	2.34
3.4.7. Transformateurs de mesure	2.35
3.4.8. Autotransformateurs	2.36
3.4.9. Comportement transitoire d'un transformateur ou de deux circuits couplés	2.37
3.4.10. Efforts dans les transformateurs	2.47
3.5. TRANSFORMATEURS TRIPHASES	2.47
3.5.1. Constitution	2.47
3.5.2. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre direct	2.50
3.5.3. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre inverse	2.53
3.5.4. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre homopolaire	2.54
3.5.5. Application à l'alimentation d'une charge monophasée	2.55
3.5.6. Harmoniques du courant magnétisant	2.61
3.5.7. Conditions de mise en parallèle des transformateurs triphasés	2.62
3.5.8. Les transformateurs Triphasé-Diphasé	2.63
3.5.9. Grandeurs réduites (en triphasé)	2.65
3.6. CONSTRUCTION DES TRANSFORMATEURS	2.68
3.6.1. Circuits magnétiques	2.68
3.6.2. Enroulements	2.68
3.6.3. Isolation	2.68
3.6.4. Refroidissement	2.68
3.6.5. Accessoires	2.68

INDUCTANCES et TRANSFORMATEURS

3.1. TENSIONS APPLIQUEES ET INDUITES

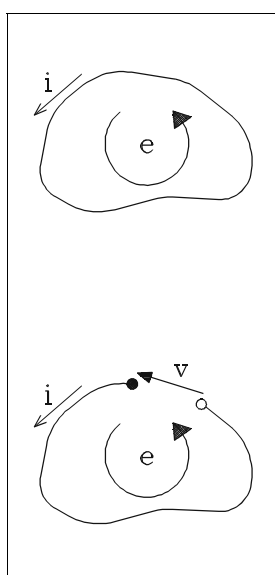


Figure 3.1-1

Considérons un circuit filiforme fermé. Si le flux coupé par ce circuit subit une variation, une f.e.m. est induite qui tend à faire circuler un courant i . Par convention, la f.e.m. **induite** est de même sens que le courant et est donnée par la loi de Maxwell :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (3.1-1)$$

Par la convention du dipôle récepteur, la tension **appliquée** par un circuit extérieur et qui équilibre cette f.e.m. a un sens opposé au courant. Son expression est donc :

$$\begin{aligned} v &= R i - e \\ &= R i + \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \quad (3.1-2)$$

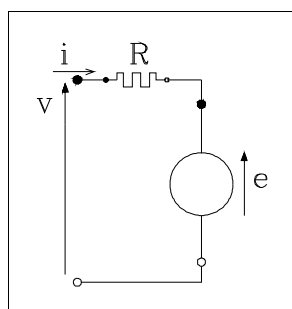


Figure 3.1-2

Désormais, nous considérerons que e est définie dans le même sens que v , c'est à dire qu'elle est également une tension appliquée comme indiqué par la figure 3.1-2 et par la relation (3.1-3) (où on remarquera le signe +) :

$$e = + \frac{d\phi}{dt} \quad (3.1-3)$$

3.2. LE TRANSFORMATEUR IDEAL

Considérons le montage de la Figure 3.2-1, constitué d'un circuit magnétique sur lequel sont bobinés deux circuits électriques, le premier comportant N_1 spires et le second N_2 spires.

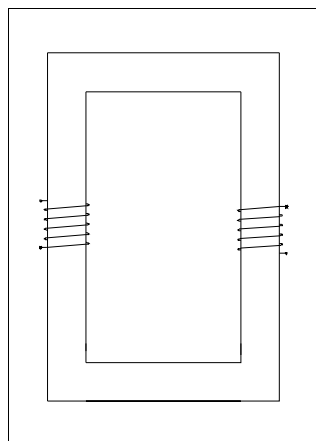


Figure 3.2-1

Supposons en première approximation que les résistances des enroulements soient nulles et que le flux dans l'air soit négligeable, donc que tout le flux passe dans le fer (Figure 3.2-1). Les flux coupés par les spires des deux enroulements sont donc égaux. Nous définissons le *flux totalisé* Ψ comme la valeur du flux enserré par l'ensemble des N spires d'un enroulement. Il vient immédiatement :

$$\Psi = N \phi \quad (3.2-1)$$

où ϕ est le flux enserré par une spire.

La loi de Maxwell s'écrit évidemment

$$v = \frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (3.2-2)$$

Comme nous avons fait l'hypothèse simplificatrice que le même flux ϕ circule dans les deux enroulements, il vient :

$$\frac{\Psi_1}{\Psi_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{et} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = \mu \quad (3.2-3)$$

Les tensions sont dans le rapport théorique $\mu = N_1/N_2$.

Le flux est imposé par la tension, il est indépendant des courants primaire et secondaire.

La loi des f.m.m. donne

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \oint_l H dl \quad (3.2-4)$$

L'intégrale est prise le long d'une ligne d'induction dans le fer. Le flux dans chaque section est imposé par la tension. Idéalisons encore le montage en négligeant les pertes dans le fer (hystérèse et courant de Foucault). Nous savons aussi que la perméabilité du fer est beaucoup plus grande que celle de l'air : poussons le raisonnement à l'extrême en supposant $\mu = \infty$.

Si nous imposons une tension v_1 à ce montage, il en résulte un φ donné dans le fer et donc un champ d'induction fini. Dans ces conditions, il faut conclure que le champ magnétique \mathbf{H} tend vers zéro : dans un fer supposé parfait, il faut donc une très petite force magnétomotrice $N_1 i_1 + N_2 i_2$ pour faire circuler le flux. A la limite, nous pouvons écrire

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0 \text{ soit } \frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1} = - \frac{1}{\mu} \quad (3.2-5)$$

Nous aurions pu arriver plus rapidement à cette conclusion en disant que, comme nous avons négligé toutes les pertes et accumulations d'énergie magnétique dans notre raisonnement, la puissance entrant dans notre montage par le circuit électrique **1** doit nécessairement en sortir par le circuit **2** :

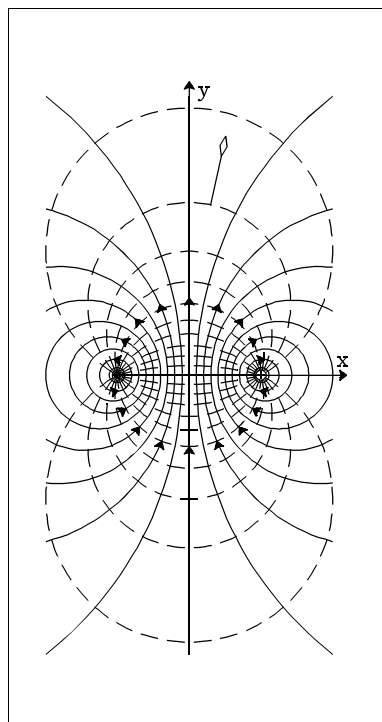
$$v_1 i_1 + v_2 i_2 = 0 \text{ soit } \frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1} = - \frac{1}{\mu} \quad (3.2-6)$$

Les équations précédentes définissent le transformateur idéal. Le but du reste du chapitre consiste à comprendre et à modéliser le comportement réel, d'abord d'une inductance, et ensuite d'un transformateur.

3.3. INDUCTANCES

3.3.1. Inductances monophasées dans l'air

a. Cas d'une seule spire



On sait que le flux enserré par une boucle est fonction linéaire du courant qui la parcourt :

$$\Phi = L i \quad (3.3-1)$$

où L est l'inductance du circuit.

La Figure 3.3-1 est destinée à rappeler les notions de ligne (ou de surface) d'induction telle que le flux enserré soit conservatif ($\text{div } \mathbf{B} = 0$) et d'équipotentielle magnétique.

Figure 3.3-1

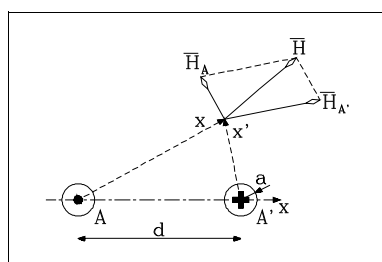


Figure 3.3-2

Si la boucle est, par exemple (Figure 3.3-2), constituée de deux conducteurs infiniment longs, de rayon a et distants de d et parcourue par un courant i , l'expression du flux enserré par l'unité de longueur s'écrit, si on néglige le flux à l'intérieur des conducteurs :

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_a^{d-a} \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) i dx \\ &= \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} i \end{aligned} \quad (3.3-2)$$

Dans ce cas, l'inductance par unité de longueur vaut :

$$l = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} \quad (3.3-3)$$

On verra au chapitre 6 comment tenir compte du flux intérieur.

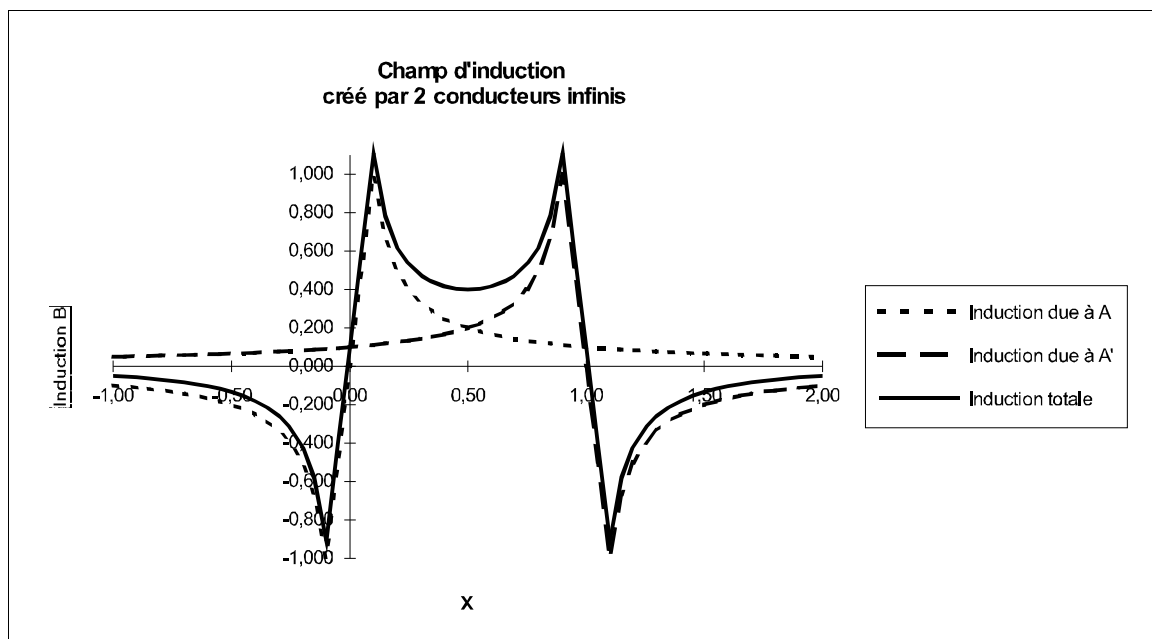


Figure 3.3-3

b. Cas de plusieurs spires - Notions de flux totalisé

- * Si les N spires sont confondues, la définition du *flux totalisé* ψ comme valeur du flux enserré par l'ensemble des N spires donne immédiatement :

$$\psi = N \phi \quad (3.3-4)$$

où ϕ est le flux enserré par une spire.

La loi de Maxwell s'écrit évidemment

$$v = \frac{d\psi}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (3.3-5)$$

Comme le milieu est linéaire, il vient

$$\psi = L i \quad (3.3-6)$$

D'autre part, la relation des Ampère-tours permet d'écrire $N i = \mathfrak{R} \phi$ où \mathfrak{R} est la réductance du circuit d'induction. La valeur de l'inductance des N spires est donnée par

$$L = \frac{\Psi}{i} = N \frac{\Phi}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = N^2 \mathcal{P} \quad (3.3-7)$$

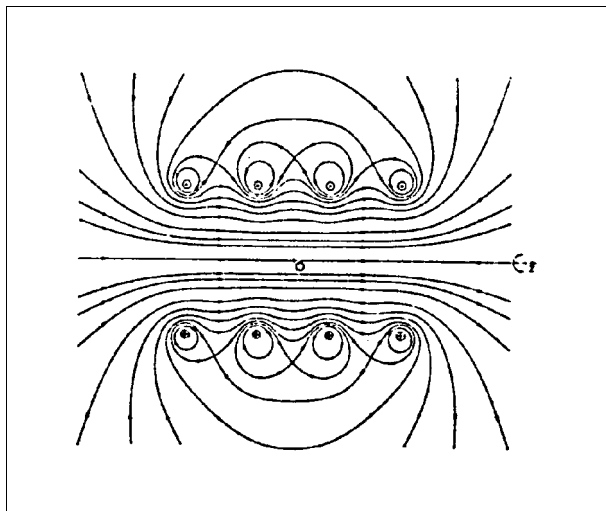


Figure 3.3-4

ou \mathcal{P} est la perméance du circuit.

- * Si les spires ne sont pas confondues, le flux totalisé correspond à la *somme* (l'intégrale) étendue à toutes les spires du flux coupé par chaque spire. La relation $\Psi = L i$ reste valable mais on ne peut évidemment plus écrire $\Psi = N \Phi$ ni $L = N^2 / \mathfrak{R}$

3.3.2. Inductances monophasées à noyau magnétique

a. Flux et inductance

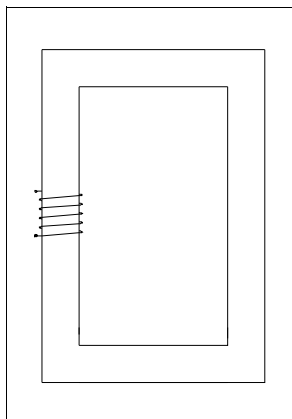


Figure 3.3-5

Comme la perméabilité magnétique μ du fer est de **100 à 5000** fois supérieure à celle de l'air, l'usage de noyau magnétique est intéressant pour réaliser des bobines dont l'inductance propre est importante.

Considérons (Figure 3.3-5) un circuit magnétique fermé de longueur l et de section constante S . Un circuit électrique constitué par N spires sans résistance entoure le circuit magnétique. Supposons, en première approximation, que le flux soit entièrement concentré dans le fer de sorte qu'il n'est pas nécessaire de supposer que les spires sont confondues. La relation $\Psi = N \Phi$ reste donc valable.

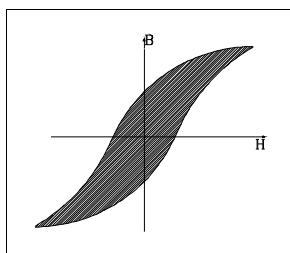


Figure 3.3-6

Malheureusement la relation entre ψ et i n'est plus linéaire. En effet $\psi = N \phi = B N S$ et $i = H l/N$. A une constante près, cette relation est donnée par la courbe d'hystérèse du matériau magnétique. Cette relation est non seulement non linéaire mais encore non univoque puisque à une même valeur de champ correspondent des valeurs différentes de l'induction.

puisque

$$v = \frac{d\psi}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (3.3-8)$$

Si la résistance du circuit est nulle, ce flux est donné par :

$$\phi = \frac{\psi}{N} = \frac{1}{N} \int_0^t v dt + \text{constante} \quad (3.3-9)$$

Le terme de régime vaut

$$\phi = \frac{V_M}{N\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3.3-10)$$

Le phaseur $\underline{\phi}$ est déphasé de $\pi/2$ en arrière par rapport à \underline{V} .

Puisque $V_M = N \omega \phi_M$, il vient :

$$\begin{aligned} \phi_M &= \frac{\sqrt{2}}{2 \pi f N} V \\ \text{ou} \quad \phi_M &= \frac{V}{4,44 f N} \end{aligned} \quad (3.3-11)$$

Il faut insister sur le fait que si la tension appliquée est sinusoïdale dans le temps, le flux donc l'induction l'est également. Remarquons encore que la valeur maximale atteinte par l'induction ne dépend pas des propriétés du matériau mais uniquement de la tension appliquée si N et f sont fixés.

La relation (3.3-11) montre encore que si une bobine conçue pour **60 Hz** est raccordée à la même tension sous **50 Hz**, l'induction est augmentée de **20 %**. Ce qui peut amener le circuit magnétique en saturation et augmenter fortement le courant absorbé.

b. Courant absorbé

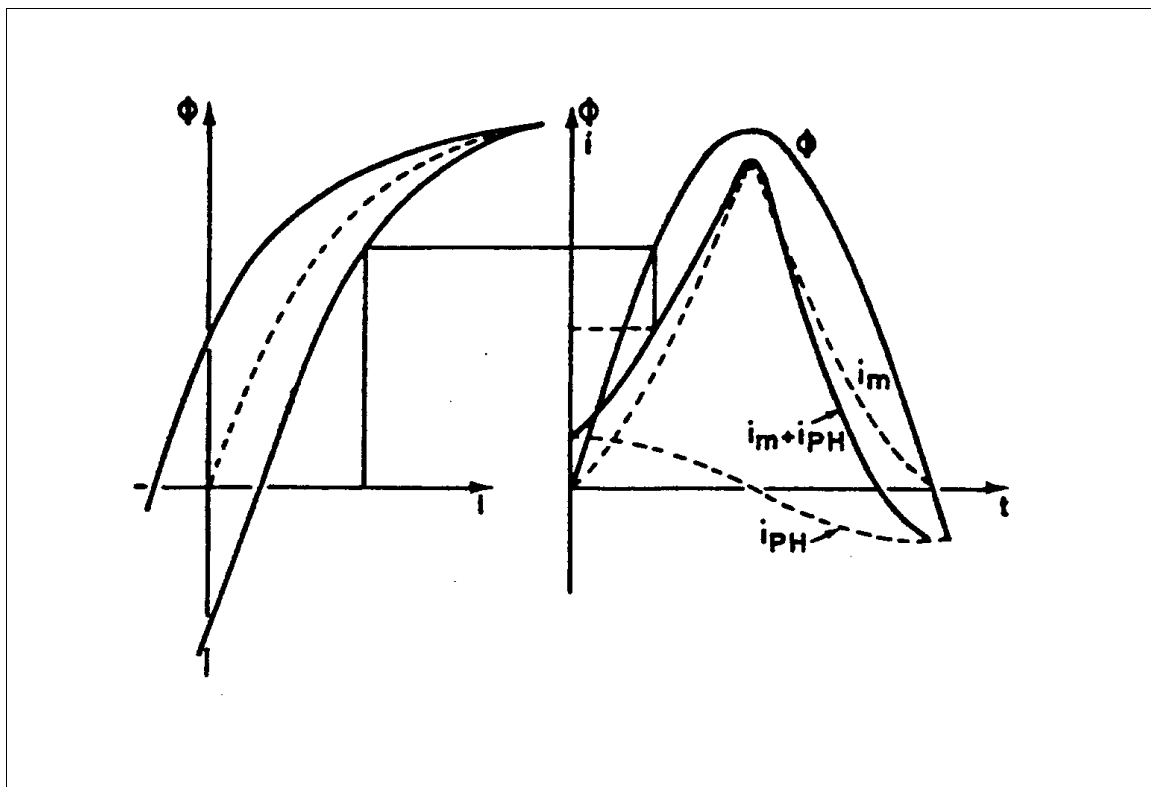


Figure 3.3-7

Comme le montre la Figure 3.3-7, le courant absorbé par la bobine n'est pas sinusoïdal même si c'est le cas du flux.

Au courant i_m (en pointillé) obtenu en ne considérant que la courbe d'aimantation moyenne, s'ajoute un courant de pertes hystérétiques i_{pH} (voir plus loin) pour donner le courant total i (en trait plein) dont la valeur efficace vaut

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots} \quad (3.3-12)$$

où I_j représente la valeur efficace de l'harmonique j du courant.

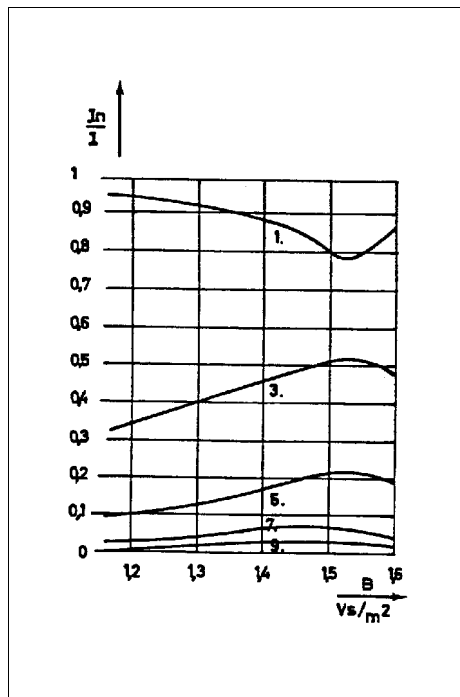


Figure 3.3-8

La Figure 3.3-8 indique la valeur du taux d'harmoniques en fonction de l'induction pour une tôle de transformateur à cristaux orientés.

Il est habituel de définir un courant sinusoïdal équivalent I_v , de même valeur efficace que le courant i :

$$I_v = I.$$

c. Pertes hystériques et par courants de Foucault

Ces pertes ont été discutées au chapitre précédent.

On remarquera, par exemple, que le courant correspondant aux pertes hystériques de la Figure 3.3-7 est décalé de 90° en avant par rapport au flux et est donc en phase avec la tension : ce courant absorbé correspond donc bien à une puissance active absorbée par la bobine.

e. Schéma équivalent

Le courant équivalent absorbé par une bobine à circuit magnétique se décompose en un courant magnétisant I_m et un courant de pertes par hystérèse et courant de Foucault I_p .

L'étude des pertes fer du chapitre précédent montre que l'on peut considérer que les pertes sont proportionnelles au carré de la tension et qu'elles peuvent donc être représentées par une résistance R_p soumise à la tension V de sorte que $\underline{V} = R_p \underline{I}_p$.

Le courant magnétisant n'est évidemment pas sinusoïdal mais on a pris l'habitude de définir un courant magnétisant *sinusoïdal équivalent* déphasé de $\pi/2$ en arrière sur la tension et dont la valeur efficace est donnée par

$$I_m = \sqrt{I_v^2 - I_p^2} \quad (3.3-13)$$

où I_v a été défini en 3.3.2 b.

On peut encore définir une réactance de magnétisation X_m telle que $\underline{V} = j X_m \underline{I}_m$. Cette réactance dépend évidemment de l'état magnétique du circuit.

Toutes ces considérations conduisent au schéma équivalent de la Figure 3.3-9.

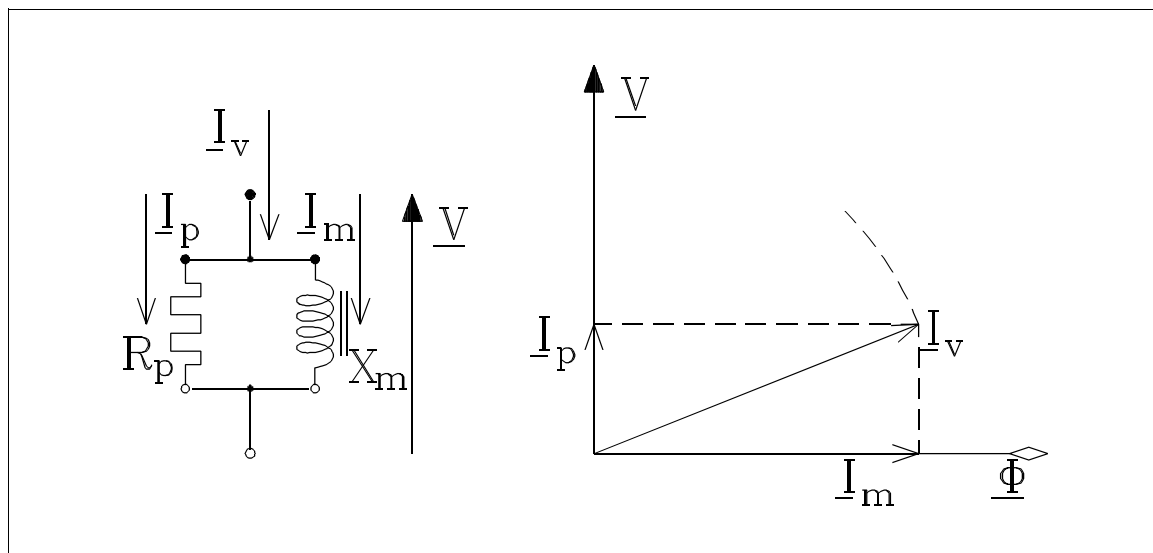


Figure 3.3-9

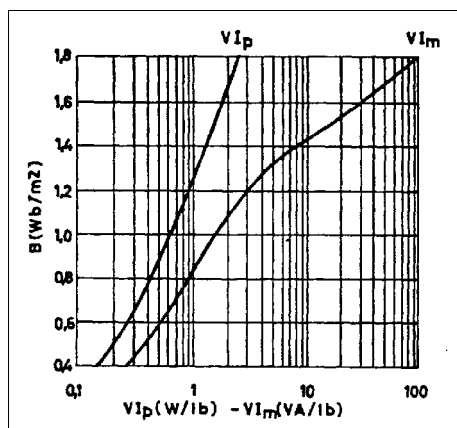


Figure 3.3-10

Les variations de I_p et I_m en fonction de la tension peuvent se déduire des courbes de variation des pertes de puissance ($V I_p$) et de la puissance réactive de magnétisation ($V I_m$) par unité de poids, que fournissent les fabricants. (Figure 3.3-10 extraite de [FIT01]).

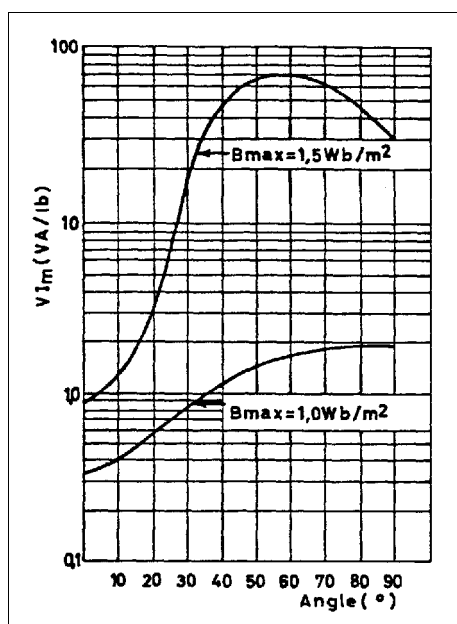


Figure 3.3-11

La recherche de valeur de plus en plus faible pour I_p et I_m a conduit à l'utilisation de tôles à cristaux orientés obtenus par laminage à froid. Les propriétés de ces tôles supérieures à celle des tôles à grains non orientés lorsque l'induction est parallèle à la direction de laminage mais elles se détériorent rapidement si ce n'est pas le cas (Figure 3.3-11).

3.3.3. Inductances à circuit magnétique à entrefer

Si le fer n'est pas saturé, le rapport des perméabilités du fer et de l'air est de l'ordre de **5 000**. Cela signifie que la réluctance d'un tube de flux dans l'air de **1 mm** d'épaisseur est égale à la réluctance d'un tube de flux de même section dans le fer de **5 000 mm** d'épaisseur. L'inductance d'un circuit magnétique à entrefer sera essentiellement déterminée par l'entrefer, elle est donc constante. Comme le montre la Figure 3.3-12, le circuit magnétique peut être considéré comme un blindage pour et vis-à-vis de l'extérieur.

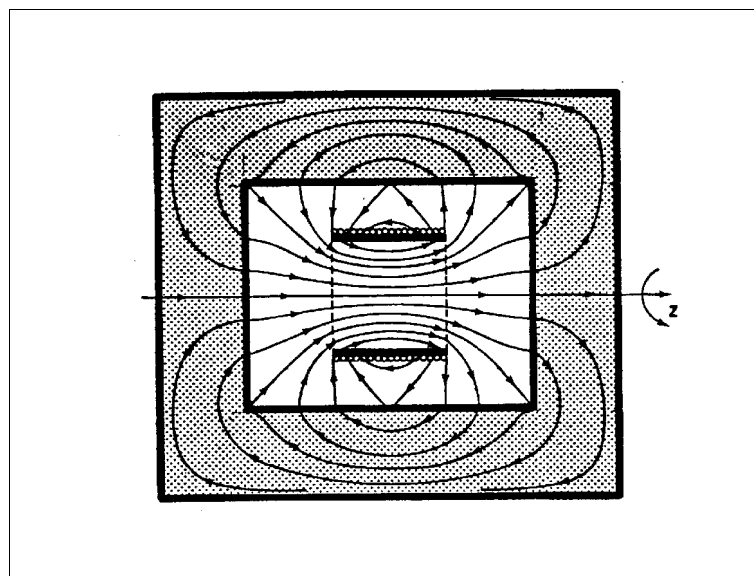


Figure 3.3-12

3.3.4. Phénomènes transitoires de mise sous tension d'une bobine à fer

Appliquons brusquement à l'instant $t=0$, la tension $v = V \sqrt{2} \cos(\omega t + \xi_v)$ aux bornes d'une bobine dont la résistance est négligeable.

Par intégration de la relation

$$v = \frac{d\psi}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (3.3-14)$$

il vient, si on néglige le rémanent :

$$\begin{aligned} \phi &= \int_0^t \frac{V \sqrt{2}}{N} \cos(\omega t + \xi_v) dt \\ &= \frac{V \sqrt{2}}{\omega N} \left[\cos(\omega t + \xi_v - \frac{\pi}{2}) - \cos(\xi_v - \frac{\pi}{2}) \right] \end{aligned} \quad (3.3-15)$$

Lorsqu'il est tenu compte de la résistance du circuit et des autres pertes, le flux rejoint progressivement sa valeur de régime sinusoïdal. Il en est de même pour le courant (Figure 3.3-13, extraite de [STI01]) La figure illustre clairement la richesse en harmoniques de cette onde de courant (obtenue lors d'un essai réel : pertes $\neq 0$)

Supposons que l'enclenchement se produise au moment où la tension est maximale ($\xi_v = 0$), le flux prend immédiatement sa valeur de régime :

$$\phi = \frac{V \sqrt{2}}{\omega N} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3.3-16)$$

Par contre si l'enclenchement se produit au moment où la tension est nulle ($\xi_v = -\pi/2$), l'expression du flux devient

$$\phi = \frac{V \sqrt{2}}{\omega N} [1 - \cos \omega t] \quad (3.3-17)$$

Elle montre que le flux (donc l'induction) atteint deux fois la valeur de régime. Il peut en résulter une saturation du fer et un appel de courant très important. Ainsi lors de l'enclenchement de transformateur à vide sur le réseau, on a mesuré des amplitudes supérieures à **500** fois la valeur normale.

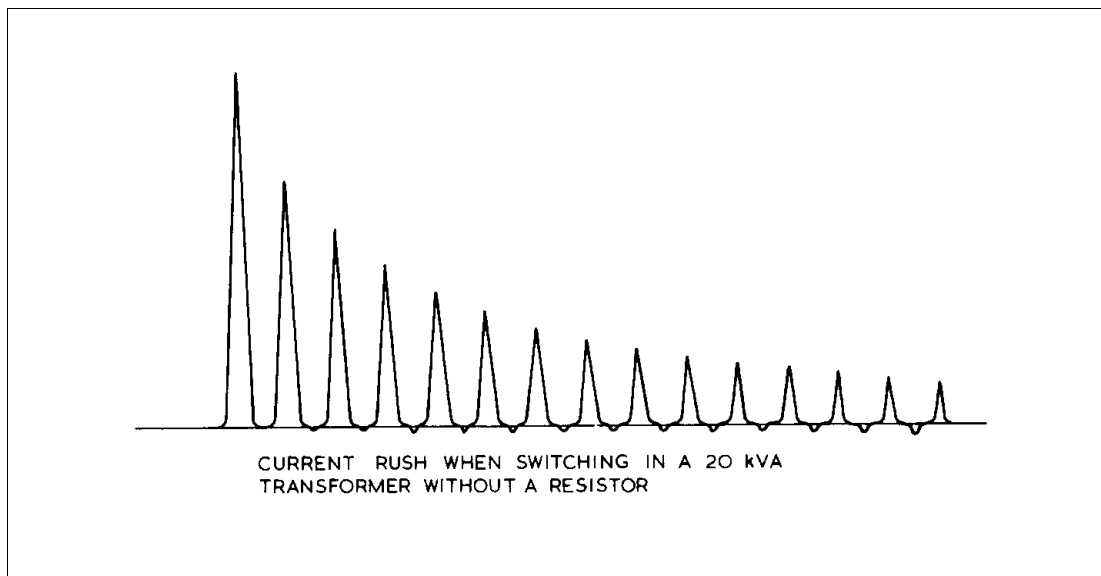


Figure 3.3-13

3.3.5. Bobines à fer triphasées

Le circuit magnétique est supposé non saturé de sorte que l'inductance de chaque bobine puisse être supposée constante.

Dans un circuit triphasé, ces bobines peuvent être raccordées en étoile ou en triangle mais le circuit magnétique est susceptible d'introduire des couplages comme ceux étudiés au § 1.4.1. Nous savons que l'étude de tels circuits est simplifiée par l'utilisation des grandeurs symétriques de Fortescue. La définition et la mesure des impédances directe et inverse sont immédiates. Il apparaît aisément que l'impédance homopolaire d'un circuit triangle ou étoile à neutre isolé est infinie. Nous ne considérons dans ce § que la valeur de l'inductance homopolaire d'un circuit de trois bobines à noyau magnétique à entrefer, connectées en étoile à neutre à la terre.

a. Trois bobines monophasées

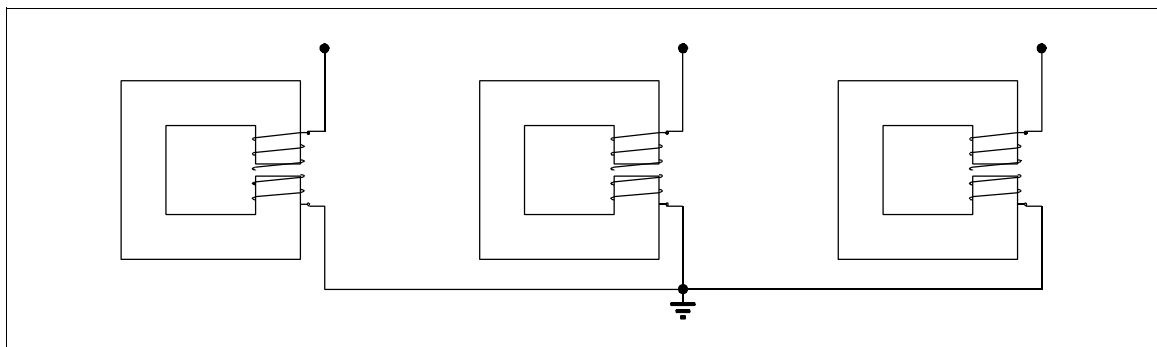


Figure 3.3-14

Comme les trois unités sont indépendantes, il n'y a pas de couplage magnétique et les trois réactances directe, inverse et homopolaire sont égales

$$X_o = X_d = X_i \quad (3.3-18)$$

b. Bobines à circuit magnétique de type cuirassé

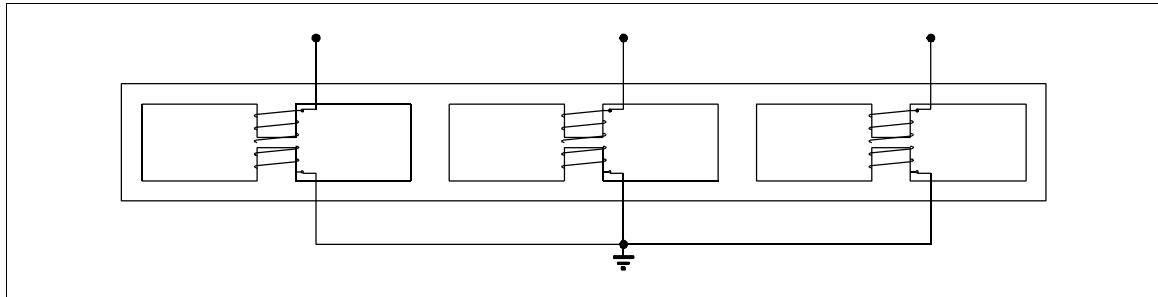


Figure 3.3-15

Le circuit magnétique entoure complètement les enroulements assurant un blindage tel que l'on est pratiquement ramené au cas précédent.

c. Bobines à circuit magnétique à 5 colonnes

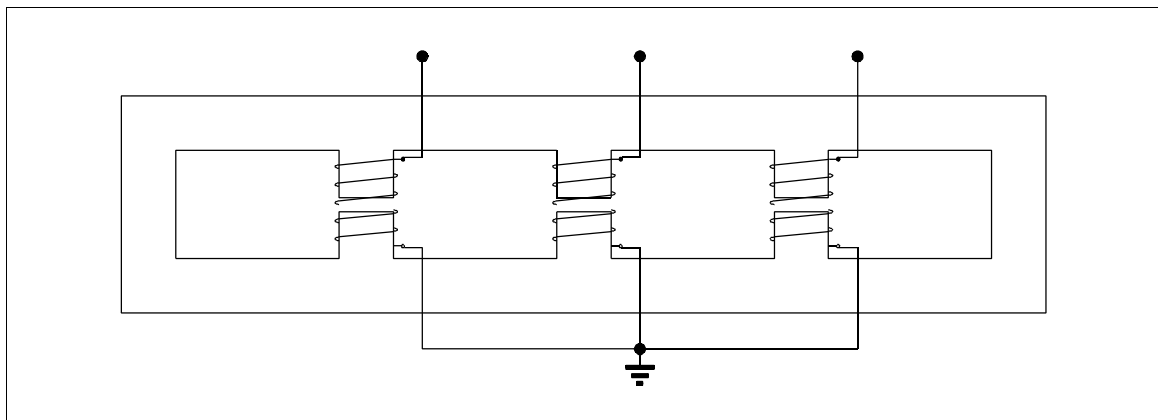


Figure 3.3-16

En fonctionnement direct ou inverse, les colonnes extérieures ne sont parcourues par aucun flux significatif au contraire de ce qui se passe en fonctionnement homopolaire. La réactance homopolaire est légèrement supérieure à la réactance directe. De ce fait, la réactance homopolaire est légèrement inférieure à la réactance directe

$$X_o \lesssim X_d = X_i \quad (3.3-19)$$

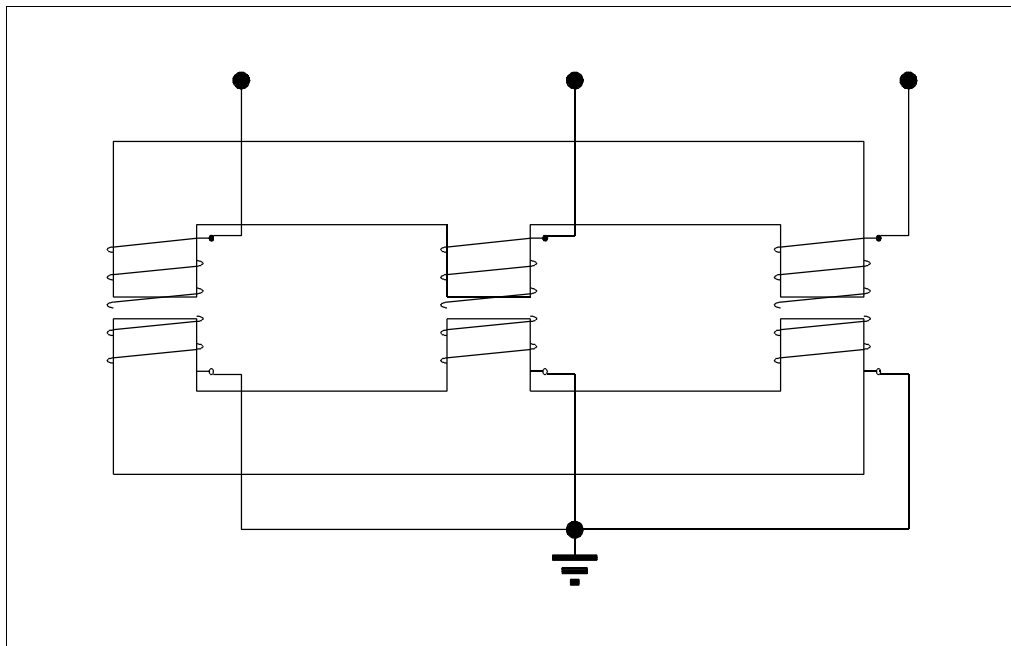
d. Bobines à circuits magnétiques à 3 colonnes

Figure 3.3-17

Le circuit magnétique homopolaire doit nécessairement se refermer dans l'air, la réactance homopolaire a donc une valeur sensiblement inférieure à celle de la réactance directe.

$$X_o < X_d = X_i \quad (3.3-20)$$

3.4. TRANSFORMATEURS MONOPHASES

3.4.1. Bobines à spires confondues, couplées dans l'air

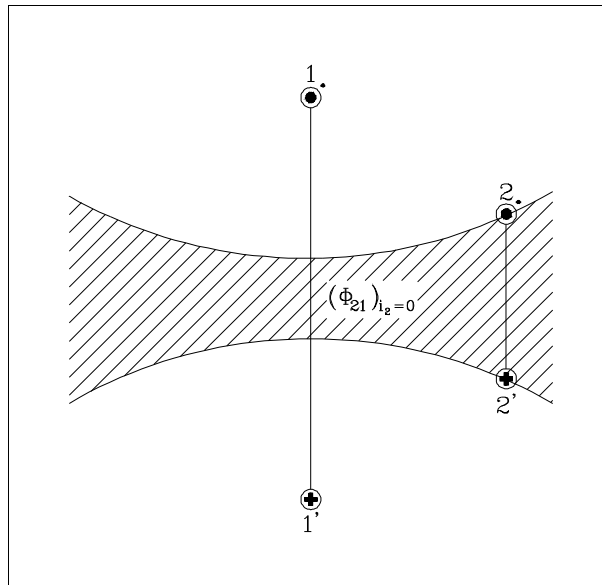


Figure 3.4-1

a. Introduction

Considérons deux bobines comportant respectivement N_1 et N_2 spires confondues (Figure 3.4-1).

Le point ● est destiné à marquer la borne d'entrée pour que le sens des courants soit concordant et la mutuelle positive.

Comme le système est linéaire, il vient immédiatement, avec L_1 , L_2 et M constants

$$\begin{aligned}\psi_1 &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \psi_2 &= M i_1 + L_2 i_2\end{aligned}\quad (3.4-1)$$

et encore

$$\begin{aligned}v_1 &= R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 &= R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} = R_2 i_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}\end{aligned}\quad (3.4-2)$$

soit

$$\begin{aligned}v_1 &= R_1 i_1 + (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \\ v_2 &= R_2 i_2 + (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt}\end{aligned}\quad (3.4-3)$$

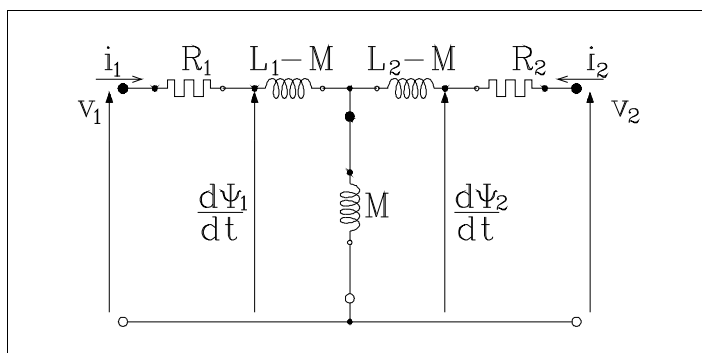


Figure 3.4-2

Le schéma équivalent de la (3.4-3) se déduit immédiatement de ces relations. Ce schéma n'est guère utilisé car, comme on le verra plus loin, il peut conduire à des valeurs négatives pour les inductances. On préfère utiliser un schéma basé sur les notions concrètes de *flux commun* et de *flux de dispersion*.

b. Coefficients de couplage et de dispersion

Si la bobine **1** est seule parcourue par un courant i_1 (avec $i_2 = 0$), la Figure 3.4-1 montre que le flux créé par cette bobine se décompose en deux parties :

l'une $(\Phi_{21})_{i_2=0}$ est créée par la bobine **1** et coupée par la bobine **2** (hachuré sur la figure),

l'autre $(\Phi_{d1})_{i_2=0}$ est créée par la bobine **1** mais ne coupe pas la bobine **2**, on l'appelle flux de dispersion.

Par définition, on appelle coefficient de couplage k_1 d'une bobine **1** avec une autre, la fraction de flux créé par cette bobine qui atteint l'autre.

$$k_1 = \frac{(\Phi_{21})_{i_2=0}}{(\Phi_1)_{i_2=0}} \quad (3.4-4)$$

Ce coefficient est toujours inférieur à l'unité sauf si les bobines sont confondues. Dans ce cas $k_1 = 1$.

Puisque

$$\begin{aligned} (\Psi_1)_{i_2=0} &= N_1 (\Phi_1)_{i_2=0} = L_1 i_1 \\ (\Psi_2)_{i_2=0} &= N_2 (\Phi_{21})_{i_2=0} = N_2 k_1 (\Phi_1)_{i_2=0} = M i_1 \end{aligned} \quad (3.4-5)$$

il vient

$$M = \frac{N_2}{N_1} k_1 L_1$$

$$\text{ou } k_1 = \frac{N_1}{N_2} \frac{M}{L_1} \quad (3.4-6)$$

Pour $i_1 = 0$, un même raisonnement conduirait à partir de la définition de

$$k_2 = \frac{(\Phi_{12})_{i_1=0}}{(\Phi_2)_{i_1=0}} \quad (3.4-7)$$

aux relations

$$M = \frac{N_1}{N_2} k_2 L_2$$

$$\text{ou } k_2 = \frac{N_2}{N_1} \frac{M}{L_2} \quad (3.4-8)$$

Par définition, le coefficient de couplage des deux bobines est égal à

$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.4-9)$$

Ce coefficient est pratiquement toujours inférieur à 0,5 pour des bobines couplées dans l'air. Il peut atteindre 0,998 si un circuit magnétique à fer est utilisé.

On utilise aussi le coefficient de dispersion de Blondel, rapport du flux de dispersion au flux total :

$$\sigma_1 = \frac{(\Phi_{d1})_{i_2=0}}{(\Phi_1)_{i_2=0}} = 1 - k_1 \quad (3.4-10)$$

c. Couplage parfait

Si $k_1 = k_2 = 1$, les flux coupés par les deux bobines sont égaux : $\Phi_1 = \Phi_2$

et les flux totalisés sont dans le rapport du nombre de spires $\psi_1/\psi_2 = N_1/N_2$

Si les bobines sont sans résistance, le rapport des tensions appliquées vaut : $v_1/v_2 = N_1/N_2$

Nous appellerons $\mu = N_1/N_2$ le *rapport de transformation du transformateur parfait*.

d. Schéma équivalent

La relation (3.4-6) montre qu'il suffit que $k_1 > N_1/N_2$ pour que M soit plus grand que L_1 et qu'une inductance négative soit introduite dans le schéma équivalent de la Figure (3.4-3). C'est la raison pour laquelle il est souhaitable de rapprocher les éléments du schéma des grandeurs physiques.

Remarquons que le flux coupé par l'enroulement 1 est la somme des flux qu'il crée lui-même et d'une fraction du flux créé par l'enroulement 2.

$$\psi_1 = N_1 (\varphi_1)_{i_2=0} + N_1 (\varphi_{12})_{i_1=0} \quad (3.4-11)$$

Le flux $(\varphi_1)_{i_2=0}$ peut lui-même se décomposer en un flux de dispersion $(\varphi_{d1})_{i_2=0}$ et en un flux coupé par l'enroulement 2 $(\varphi_{21})_{i_2=0}$. Le flux commun φ_C est le flux coupé par les deux enroulements

$$\varphi_C = (\varphi_{21})_{i_2=0} + (\varphi_{12})_{i_1=0} \quad (3.4-12)$$

La relation (3.4-11) peut encore s'écrire :

$$\psi_1 = N_1 (\varphi_{d1})_{i_2=0} + N_1 \varphi_C \quad (3.4-13)$$

Reprenons la première des relations (3.4-1)

$$\psi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \quad (3.4-14)$$

Décomposons le 1^{er} terme du second membre en

$$\text{- un flux de dispersion } N_1 (\varphi_{d1})_{i_2=0} = (1 - k_1) L_1 i_1$$

$$\text{- un flux commun } N_1 (\varphi_{21})_{i_2=0} = k_1 L_1 i_1$$

Cette relation devient alors :

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= (1 - k_1) L_1 i_1 + (k_1 L_1 i_1 + M i_2) \\ &= N_1 (\varphi_{d1})_{i_2=0} + N_1 \varphi_C\end{aligned}\quad (3.4-15)$$

et, après quelques transformations :

$$\Psi_1 = (L_1 - \mu M) i_1 + \mu M \left(i_1 + \frac{i_2}{\mu} \right) \quad (3.4-16)$$

De même pour l'enroulement 2, il vient :

$$\begin{aligned}\Psi_2 &= (1 - k_2) L_2 i_2 + (k_2 L_2 i_2 + M i_1) \\ &= N_2 (\varphi_{d2})_{i_1=0} + N_2 \varphi_C\end{aligned}\quad (3.4-17)$$

d'où

$$\mu \Psi_2 = \mu^2 \left(L_2 - \frac{M}{\mu} \right) \frac{i_2}{\mu} + \mu M \left(i_1 + \frac{i_2}{\mu} \right) \quad (3.4-18)$$

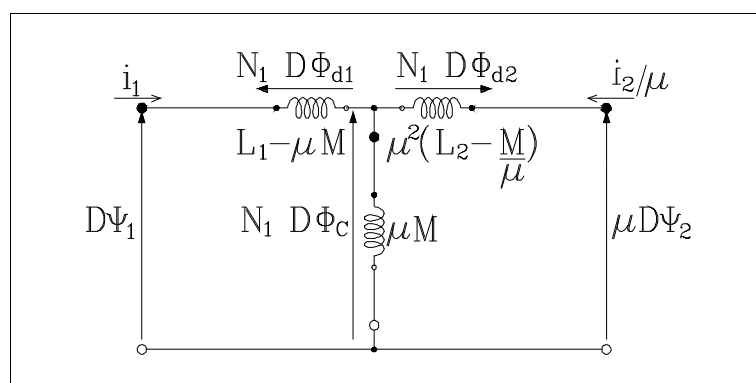


Figure 3.4-3

Les relations (3.4-16) et (3.4-18) conduisent au schéma équivalent de la Figure 3.4-3 où on a utilisé l'opérateur D pour la dérivée par rapport au temps d/dt . Le flux Ψ_2 et la tension v_2 secondaires sont ramenés au primaire par multiplication par le rapport de transformation $\mu = N_1/N_2$, tandis que le courant doit être divisé par μ . Les

impédances secondaires sont ramenées au primaire par multiplication par μ^2 . En incorporant les résistances des enroulements, on obtient le schéma complet de la Figure 3.4-4 dans lequel on reconnaît :

$$\begin{aligned}L_{d1} &= L_1 - \mu M && \text{inductance de dispersion du primaire} \\ L_{d2} &= L_2 - \frac{M}{\mu} && \text{inductance de dispersion du secondaire}\end{aligned}$$

$L'_{d2} = \mu^2 L_{d2}$ inductance de dispersion ramenée au primaire

μM inductance de magnétisation vue du primaire

On peut ramener toutes ces grandeurs au secondaire en multipliant les courants par μ , les tensions par $1/\mu$ et les impédances par $1/\mu^2$.

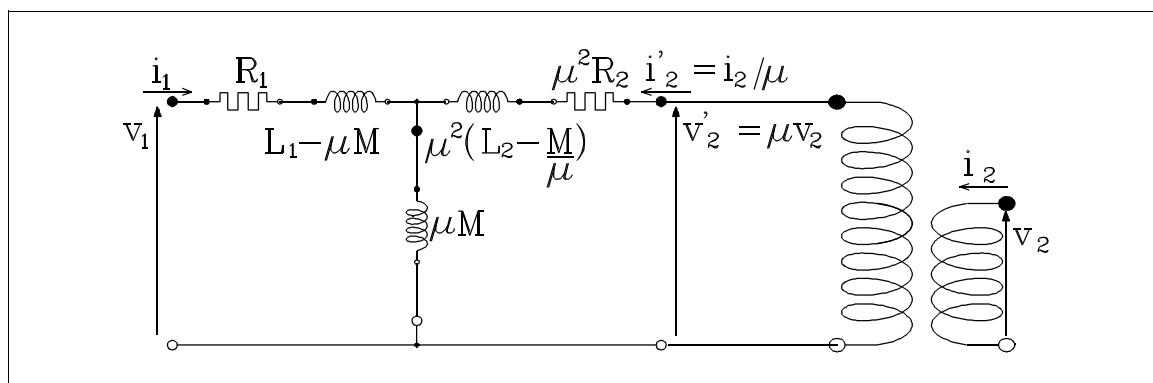


Figure 3.4-4

e. Applications du schéma équivalent

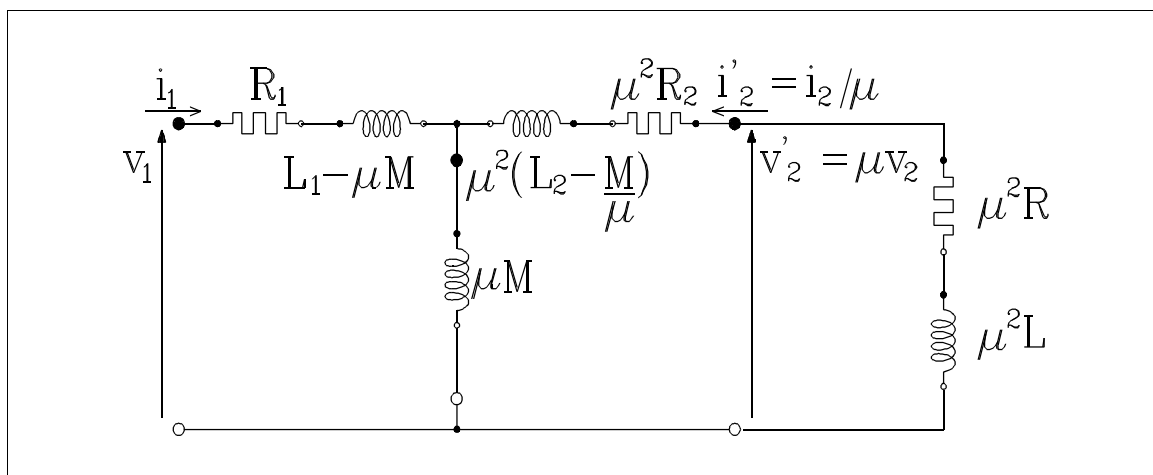


Figure 3.4-5

Le schéma équivalent permet de calculer le comportement statique et dynamique du transformateur chargé par une résistance R et une inductance L .

On constate immédiatement que le rapport de transformation à vide par exemple est égal à

$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)_{i_2=0} = \mu \frac{R_1 + L_1 D}{\mu M D} \quad (3.4-19)$$

qui vaut μ/k_1 si R_1 peut être négligé. Ce rapport s'écarte d'autant plus du rapport du transformateur parfait que le couplage est lâche.

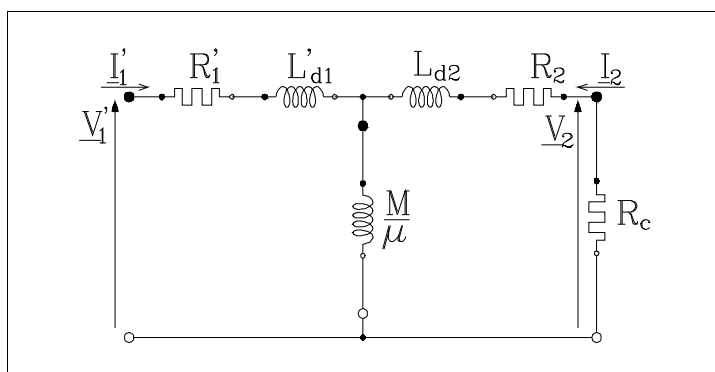


Figure 3.4-6

Cherchons à titre d'application la courbe de réponse en fréquence d'un transformateur du type de ceux qui, du temps des tubes électroniques, permettaient l'adaptation de l'impédance des haut-parleurs ou qui, maintenant encore, servent de transformateurs de mesure. En réalité, leur circuit magnétique est à fer mais peu saturé pour éviter les distorsions de sorte que

la théorie linéaire s'applique. Le coefficient de couplage est proche de l'unité. Supposons la charge purement résistive R_c et considérons le schéma équivalent vu du secondaire (Figure 3.4-6).

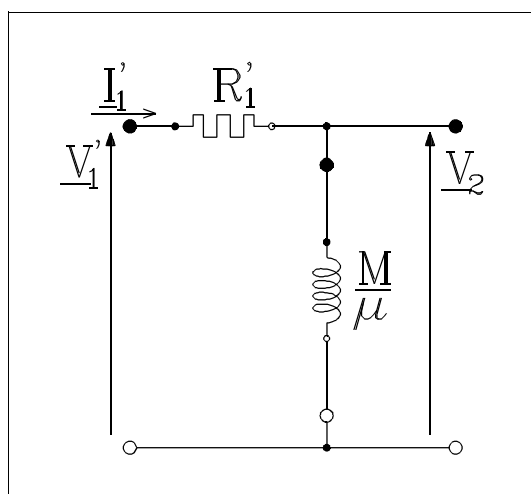


Figure 3.4-7

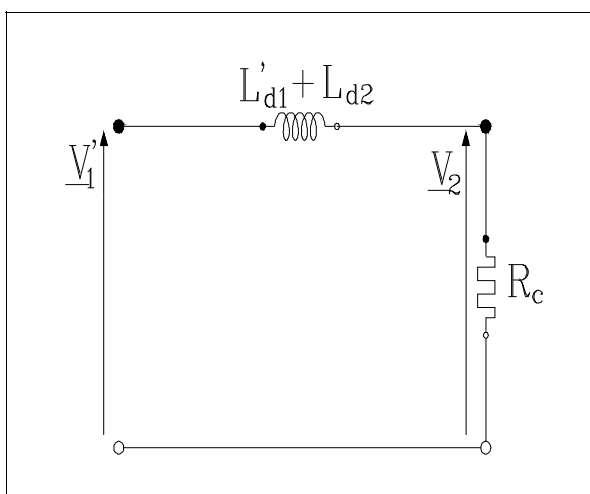


Figure 3.4-8

Aux basses fréquences, les réactances sont faibles devant les résistances de sorte que le schéma est pratiquement celui de la Figure 3.4-7 dont la courbe de réponse est celle d'un filtre passe-haut de pulsation de coupure égale à $R'_1/L'_1 = R_1/L_1$. Aux fréquences élevées au contraire, les réactances sont importantes devant les résistances de sorte que le schéma équivalent devient pratiquement celui de la Figure 3.4-8 dont la courbe de réponse est celle d'un filtre passe-bas de pulsation de coupure égale à $R_c/(L'_{d1} + L_{d2})$

La courbe de réponse réelle s'obtient par combinaison des courbes partielles (Figure 3.4-9). En réalité, les capacités à la masse et entre enroulements introduisent des résonances parasites (en pointillé).

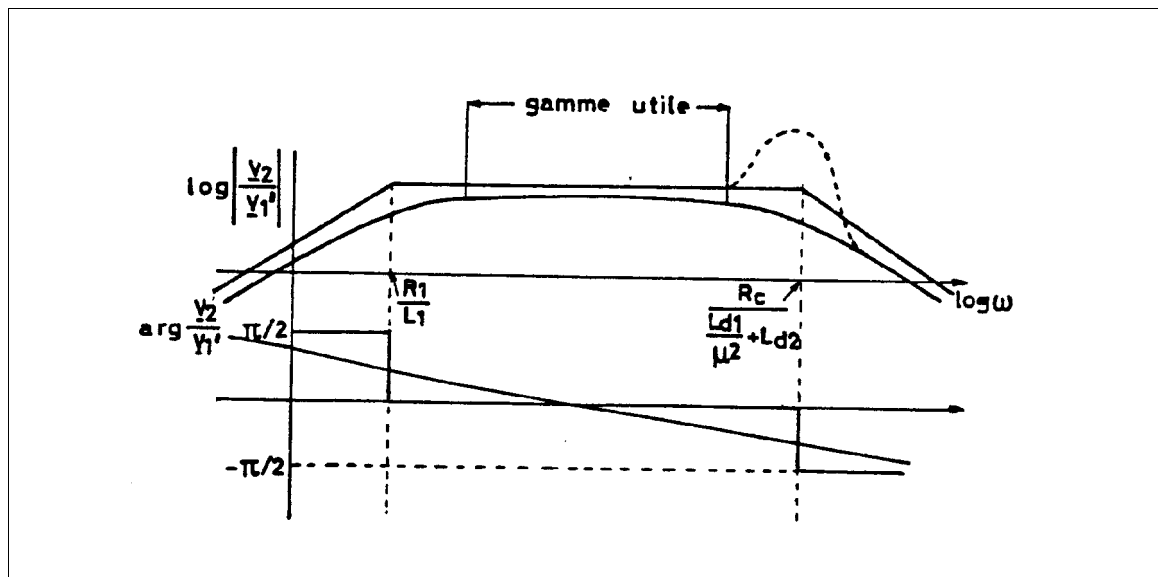


Figure 3.4-9

3.4.2. Transformateurs à bobines couplées dans l'air

Comme le système est linéaire, on peut toujours écrire

$$\begin{aligned}\psi_1 &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \psi_2 &= M i_1 + L_2 i_2\end{aligned}\quad (3.4-20)$$

mais on ne peut plus écrire

$$\psi_1 = N_1 \phi_1 \quad (3.4-21)$$

puisque les flux coupés par chaque spire d'un enroulement sont différents. La notion de flux de dispersion est moins immédiate. On conserve le même formalisme et les mêmes schémas équivalents qu'au § précédent en définissant les coefficients de couplage à partir des valeurs **mesurées** ou **calculées** d'inductance par exemple

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{N_1}{N_2} \frac{M}{L_1} \\ k_2 &= \frac{N_2}{N_1} \frac{M}{L_2}\end{aligned}\quad (3.4-22)$$

3.4.3. Transformateurs à noyau magnétique

Il apparaît aisément que le courant à vide et la chute de tension en charge sont diminués si la réluctance du circuit magnétique et la dispersion sont réduites. Ceci conduit à l'utilisation de fer dans le circuit magnétique mais on sait (§ 2.2.2 a) qu'ainsi s'introduit une relation non-linéaire entre flux et courants.

a. Transformateur sans dispersion

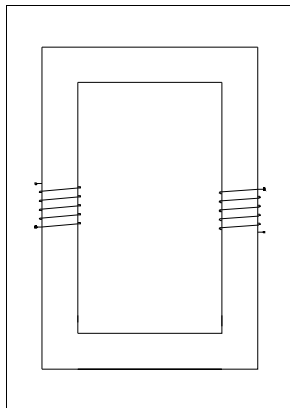


Figure 3.4-10

Supposons en première approximation que la résistance des enroulements soit nulle et que le flux dans l'air soit négligeable donc que tout le flux passe dans le fer (Figure 3.2-1, Figure 3.4-10). Les flux coupés par les deux enroulements sont donc égaux de sorte que, comme nous l'avons vu en début de chapitre :

$$\frac{\Psi_1}{\Psi_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{et} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = \mu \quad (3.4-23)$$

Les tensions sont dans le rapport théorique $\mu = N_1/N_2$.

Le flux est imposé par la tension, il est indépendant des courants primaire et secondaire.

La loi des f.m.m. donne

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \oint_l H dl \quad (3.4-24)$$

L'intégrale est prise le long d'une ligne d'induction dans le fer. Le flux dans chaque section est imposé par la tension, il est le même qu'à vide ($i_2 = 0$). Le champ magnétique est donc le même qu'à vide, c'est-à-dire que l'intégrale est égale à

$$\oint_l H dl = N_1 i_v \quad (3.4-25)$$

où le courant i_v est le courant consommé au primaire, à secondaire ouvert lorsque la tension appliquée (v_m) est la même qu'en charge $v_1 = v'_2$

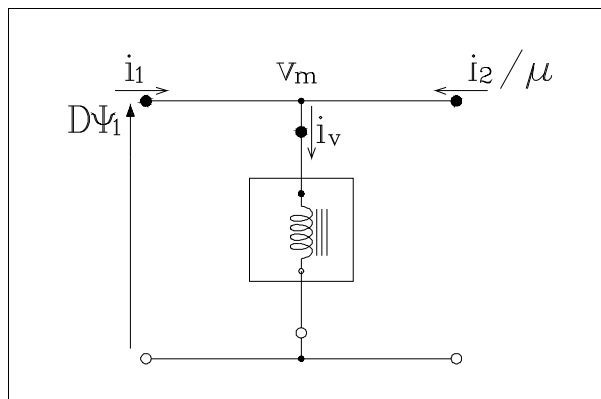


Figure 3.4-11

La relation

$$i_1 + \frac{i_2}{\mu} = i_v \quad (3.4-26)$$

illustrée par la Figure 3.4-11 montre que le schéma équivalent nécessite l'introduction d'un modèle de bobine à fer consommant le courant i_v sous la tension v_m .

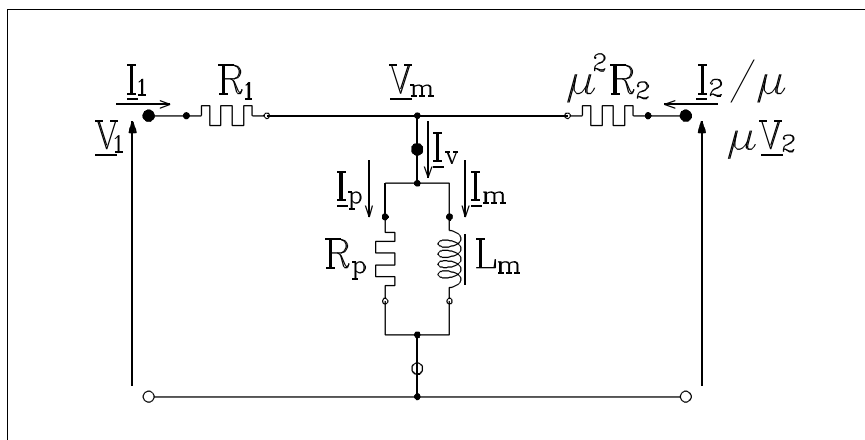


Figure 3.4-12

L'étude de ce modèle tenant compte des pertes par hystérèse et courant de Foucault a été faite au § 2.2.2

. En régime sinusoïdal, on y a défini des courants magnétisants I_m et de pertes fer I_p équivalents à la fréquence fondamentale bien que leur contenu en harmoniques soit riche. Ces considérations conduisent au schéma de la Figure 3.4-12 dans lequel on a ajouté les résistances R_1 et $R'_2 = \mu^2 R_2$ représentant la résistance des enroulements.

En général, le courant magnétisant est suffisamment faible pour que l'on puisse écrire $i_1 \approx -i_2/\mu$ (Voir le transformateur idéal).

b. Transformateurs à spires concentrées

Puisque les spires sont concentrées, il est aisé de définir un flux commun ϕ_c et des flux de dispersion ϕ_{d1} et ϕ_{d2} pour chacun des enroulements comme cela a été fait au § 2.3.2. Les flux de dispersion sont très faibles, ils n'atteignent que quelques millièmes du flux commun de sorte que l'on peut supposer que ce flux commun est égal au flux dans le fer et qu'il est constant dans chaque section du circuit magnétique. On est ainsi ramené au cas du § précédent en remplaçant le flux total par le flux commun ϕ_c . Le schéma équivalent de la figure 3.4-12 est par exemple encore valable si l'on pose

$$v_m = D\psi_C = N_1 D\phi_C \quad (3.4-27)$$

Il est tenu compte des flux de dispersion de chaque enroulement de la manière suivante. Considérons le premier enroulement :

$$\begin{aligned} v_1 &= R_1 i_1 + D\psi_1 \\ &= R_1 i_1 + D(\psi_{d1} + \psi_C) \\ &= R_1 i_1 + N_1 D(\phi_{d1} + \phi_C) \end{aligned} \quad (3.4-28)$$

Comme le flux de dispersion a un trajet principalement dans l'air, il dépend **linéairement** du courant i_1 . Donc

$$v_1 = R_1 i_1 + L_{d1} Di_1 + N_1 D\phi_C \quad (3.4-29)$$

On trouverait de même pour le deuxième enroulement

$$v_2 = R_2 i_2 + L_{d2} Di_2 + N_2 D\phi_C \quad (3.4-30)$$

ou

$$\mu v_2 = \mu^2 R_2 \frac{i_2}{\mu} + \mu^2 L_{d2} D\frac{i_2}{\mu} + N_1 D\phi_C \quad (3.4-31)$$

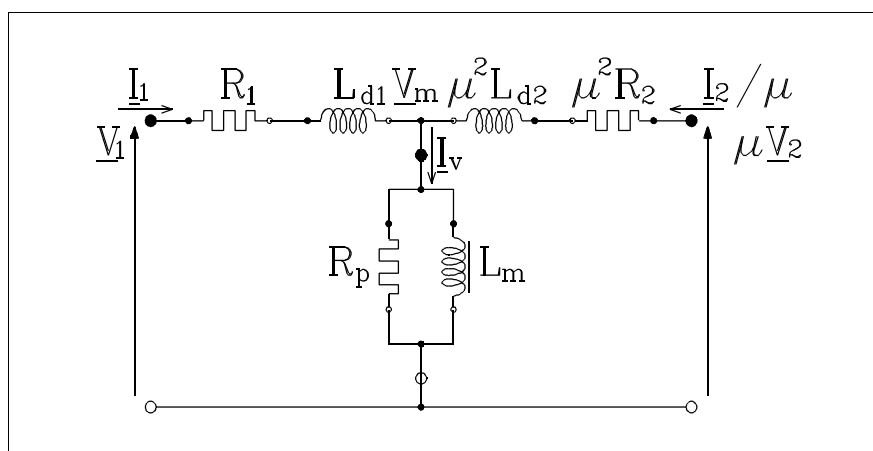


Figure 3.4-13

Les deux relations (3.4-29) et (3.4-31) conduisent au schéma équivalent de la Figure 3.4-13.

c. Transformateurs réels

Dans un transformateur réel, les spires ne sont plus concentrées, mais on peut toujours supposer que le flux commun est égal au flux dans le fer et que les relations entre flux **totalisés** de dispersion et courants sont linéaires de sorte que toutes les considérations émises précédemment restent valables, notamment les schémas équivalents.

Les transformateurs sont réalisés selon les deux types principaux suivants : *cuirassé* ou à *colonnes* (Figure 3.4-14, extraite de [MAT01]).

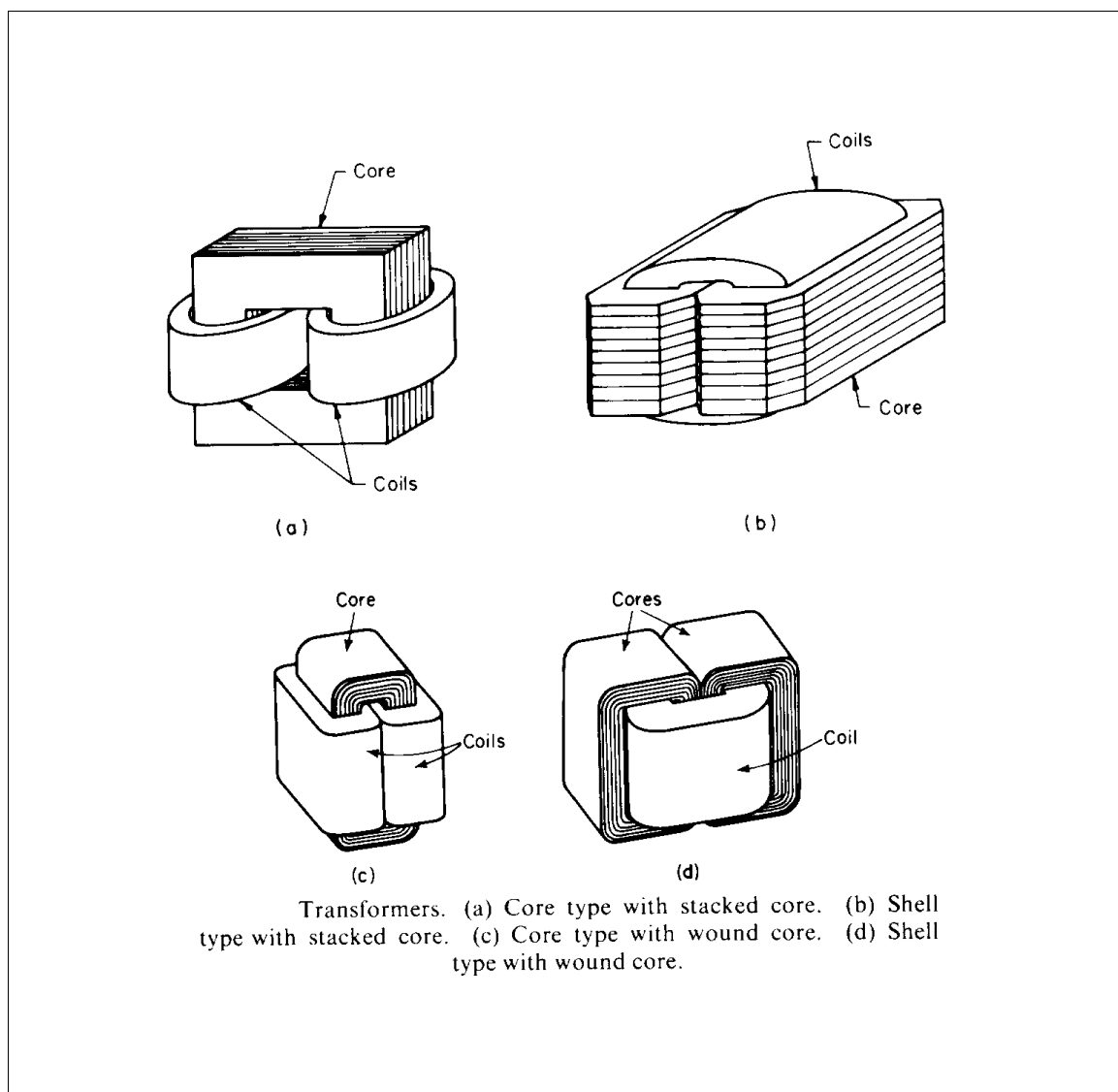


Figure 3.4-14

d. Applications

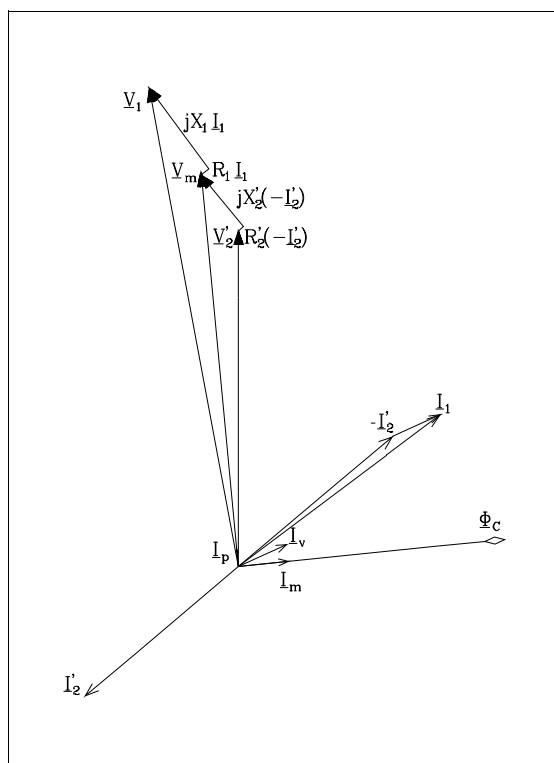


Figure 3.4-15

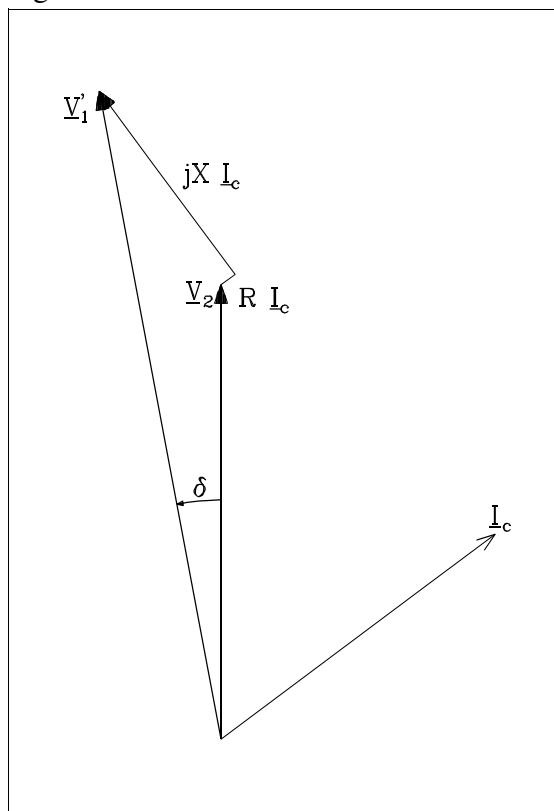


Figure 3.4-16

Grâce au schéma équivalent, il est possible de prédéterminer complètement le fonctionnement d'un transformateur dont on connaît les caractéristiques. La Figure 3.4-15 montre comment calculer les tension et courant primaires pour des valeurs données de tension et courant secondaires. Il est nécessaire de calculer d'abord la tension V_m pour en déduire le courant vide I_p (et ses composantes I_p et I_m).

Par suite des conventions de signe, le courant I_2 est positif s'il pénètre dans le transfo. Par contre il est logique de supposer que le courant dans la charge est positif en sens inverse de sorte que $I_c = -I_2$.

Pour les transformateurs de puissance nominale supérieure à 100 kVA , le courant magnétisant ne dépasse pas 1 à 2% du courant nominal et le courant I_p $0,5 \%$. Il est de ce fait possible de négliger la branche verticale du schéma équivalent qui se présente ainsi sous forme d'une simple impédance série $R + j X = (R'_1 + R_2) + j \omega (L'_{d1} + L_{d2})$.

Le diagramme de la Figure 3.4-15 se simplifie en celui de la Figure 3.4-16 où la chute de tension s'obtient simplement par le triangle $R I_c + j X I_c$ que l'on appelle "**Triangle de KAPP**".

Pour les transformateurs de puissance, sous courant nominal, la chute de tension $R I_{cN}$ ne dépasse pas $1,5 \%$ de la tension nominale tandis que la chute de tension $X I_{cN}$ est généralement comprise entre 5 et 20% de V_N . On trouvera au chapitre 6 une discussion de la variation des chutes de tension en fonction des puissances active et réactive débitées. On voit qu'elles ne dépendent pratiquement que des réactances de dispersion

qu'il y aurait donc lieu de réduire mais de la sorte, les courants de court-circuit à tension primaire constante seraient augmentés. Un compromis est donc nécessaire. Il est fréquent de définir la tension de court-circuit d'un transformateur par la tension primaire faisant circuler le courant nominal I_{IN} lorsque le secondaire est court-circuité. Elle s'exprime en % de la tension nominale primaire.

3.4.4. Grandeurs réduites en monophasé

Les considérations du paragraphe précédent montrent que les grandeurs électriques relatives à un transformateur sont souvent exprimées en grandeurs réduites, rapportées à une grandeur de base. L'intérêt de ce procédé provient de ce que les valeurs réduites d'une grandeur caractéristique d'une machine, par exemple le courant magnétisant d'un transformateur, varie relativement peu pour une variation importante de la taille de la machine.

On définit deux grandeurs électriques *de base*, généralement la tension V_B et la puissance S_B . Les autres grandeurs de base en découlent immédiatement

$$I_B = \frac{S_B}{V_B} \quad \text{et} \quad Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (3.4-32)$$

Par définition, la valeur réduite, exprimée en pour un (*p.u.* ou *0/1*) de l'impédance Z dans la base Z_B est la grandeur sans dimension

$$Z^{0/1} \triangleq \frac{Z}{Z_B} \quad (3.4-33)$$

De même pour un courant $I^{0/1} = I/I_B$
une tension $V^{0/1} = V/V_B$.

Considérons pour un transformateur donné, une même base de puissance au primaire et au secondaire ($S_{B1} = S_{B2}$) et une base de tension primaire égale à la tension nominale primaire et une base de tension secondaire égale à la tension nominale secondaire

$$\left. \begin{array}{l} V_{B1} = V_{N1} \\ V_{B2} = V_{N2} \end{array} \right\} \mu = \frac{V_{N1}}{V_{N2}} = \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \quad (3.4-34)$$

Il s'ensuit que

$$\frac{I_{B1}}{I_{B2}} = \frac{1}{\mu} \quad (3.4-35)$$

Le courant I_2 ramené au primaire vaut $I'_2 = I_2/\mu$.

Exprimons ces courants dans leur base respective

$$I_2 \text{ dans la base secondaire vaut } I_2^{0/1} = I_2/I_{B2}$$

$$I'_2 \text{ dans la base primaire vaut } I_2'^{0/1} = I'_2/I_{B1} = I_2/I_{B2} = I_2^{0/1}$$

En grandeur réduite *dans la base adéquate*, un même courant vu du primaire ou du secondaire s'exprime par la même valeur. Il en est de même pour les tensions et les impédances.

L'utilisation des grandeurs réduites fait donc disparaître le transformateur parfait du schéma équivalent de la Figure 3.4-4 si les conditions d'égalité des puissances de base et de rapport convenable des tensions de bases sont respectées.

Dans un réseau à plusieurs niveaux de tension, les calculs sont notablement simplifiés. Il est indiqué au § 3.5.9 comment il est possible de changer la base dans laquelle une grandeur est exprimée.

Remarque : **En grandeurs réduites :**

$$\begin{aligned} \text{résistance série} &= R_1^{0/1} + R_2^{0/1} = P_{cuN}^{0/1} && \approx \text{pertes cuivre nominales} \\ \text{admittance shunt} &= 1/R_p^{0/1} = P_{pFe}^{0/1} && \approx \text{pertes fer nominales} \\ \text{tension de court-circuit} &= V_{cc}^{0/1} = Z^{0/1} && \approx \text{impédance série} \end{aligned}$$

3.4.5. Pertes et rendement

Pour un transformateur alimentant une charge, la puissance au primaire P_1 est égale à la somme de la puissance dans la charge P_c et des pertes magnétiques P_{pFe} et Joule P_{pCu} .

Les pertes magnétiques sont indépendantes de la charge. Elles se mesurent à vide ($P_c = 0$) car alors, les pertes Joule dues au courant à vide sont très faibles. Elles se décomposent en pertes par hystérèse (~ 25 %, proportionnelles à la fréquence) et en pertes par courants de Foucault (~ 75 %, proportionnelles au carré de la fréquence).

Les pertes Joule se mesurent en court-circuit sous un courant voisin du courant nominal. Comme la tension est alors faible, les pertes magnétiques sont souvent négligeables. Les pertes mesurées sont plus importantes que celles déduites de la mesure des résistances primaires et secondaires en courant continu par suite de l'effet pelliculaire et autres pertes supplémentaires.

Pour ces deux essais, les facteurs de puissances sont relativement faibles et des précautions doivent être prises pour obtenir des mesures précises au wattmètre.

Par définition, le rendement d'un transformateur vaut

$$\eta = \frac{P_c}{P_1} = \frac{P_c}{P_c + P_{pFe} + P_{pCu}} \quad (3.4-36)$$

A tension et facteur de puissance constants au secondaire, ce rendement est maximal pour

$$\frac{d\eta}{dP_c} = 0 \quad \text{donc} \quad P_c + P_{pFe} + P_{pCu} - P_c \left(1 + \frac{\partial P_{pCu}}{\partial P_c} \right) = 0 \quad (3.4-37)$$

Si P_{pCuN} représentent les pertes cuivre sous courant nominal I_{cN} , il vient

$$P_{pCu} = P_{pCuN} \left(\frac{I_c}{I_{cN}} \right)^2 = P_{pCuN} \left(\frac{P_c}{P_{cN}} \right)^2 \quad (3.4-38)$$

donc

$$\frac{\partial P_{pCu}}{\partial P_c} = P_{pCuN} 2 \frac{P_c}{P_{cN}^2} = 2 \frac{P_{pCu}}{P_c} \quad (3.4-39)$$

La relation (3.4-37) montre que le rendement maximal est atteint pour une charge P_c telle que $P_{pFe} = P_{pCu}$ (Figure 3.4-17). Pour les transformateurs actuels, il est de l'ordre de **95** à **99** %. Il est possible de réduire les pertes magnétiques en accroissant les sections du circuit magnétique ou en utilisant des tôles de meilleure qualité. De même pour les pertes Joule, en accroissant la section des conducteurs. Mais tous ces moyens conduisent à un accroissement du coût du transformateur qu'il faut comparer au gain obtenu sur les pertes. Le dimensionnement d'un transformateur dépend de son utilisation. Disons simplement pour l'instant que le point de rendement optimal d'un transformateur de groupe de base sera voisin de sa charge nominale (courbe A - Figure 3.4-18) alors que pour un transformateur de distribution fonctionnant fréquemment à faible charge, la puissance optimale sera nettement plus basse (courbe B).

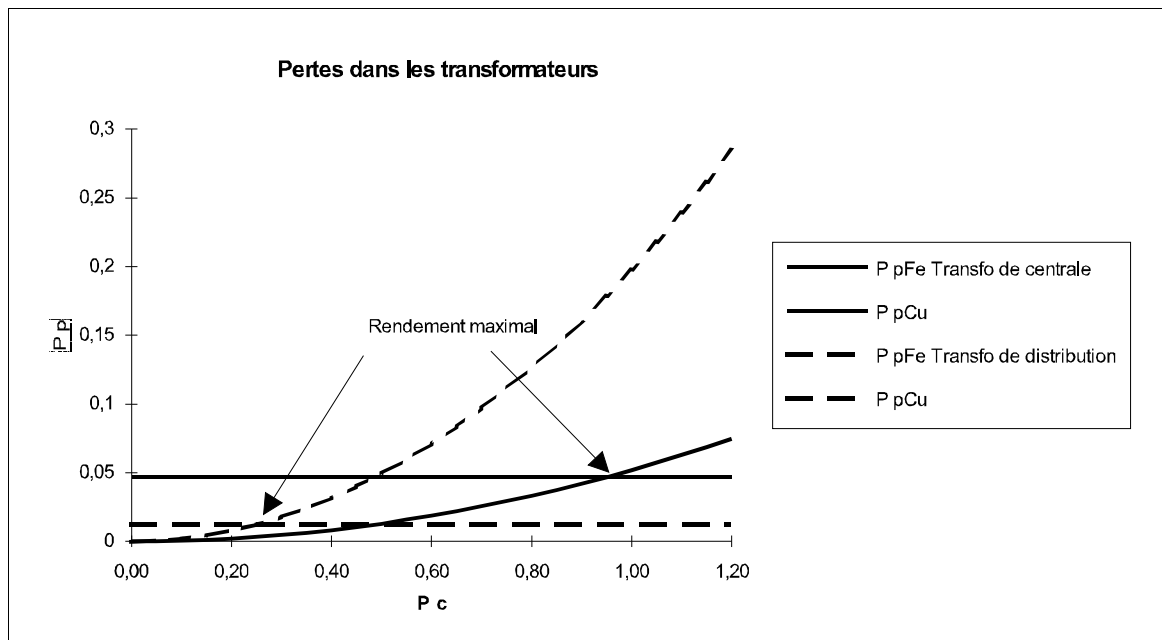


Figure 3.4-17

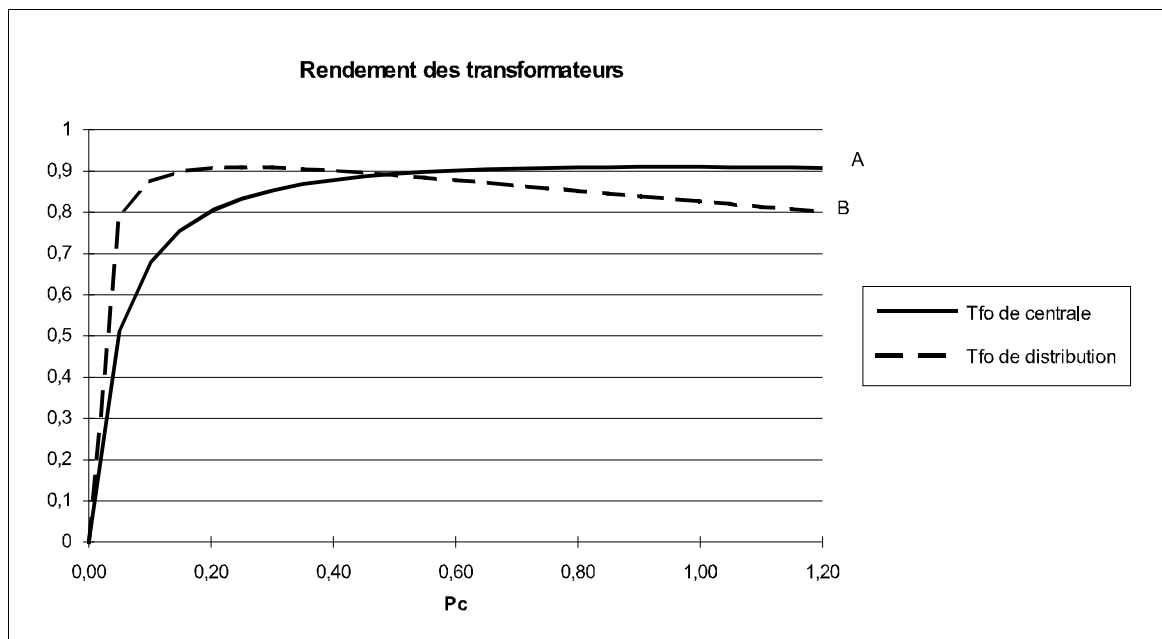


Figure 3.4-18

3.4.6. Mise en parallèle de transformateurs monophasés

Pour pouvoir fonctionner en parallèle, des transformateurs doivent répondre aux conditions suivantes :

1. Même rapport de transformation

Si les rapports de transformation sont différents, des transformateurs mis en parallèle au primaire et au secondaire voient apparaître une tension différentielle qui crée un courant de circulation limité par les impédances série, c'est-à-dire essentiellement par les inductances de dispersion.

Ce courant est donc fortement déwatté.

2. Même tension de court-circuit (en valeur réduite).

Cette condition assure que les courants se répartissent entre les transformateurs proportionnellement à leur puissance nominale.

3. Rapports X/R proches

Des rapports X/R différents pour les transformateurs créent un déphasage entre les courants donc un accroissement des courants transités par chacun pour un même courant total. Les conditions 2 et 3 sont difficiles à respecter si le rapport des puissances nominales est supérieur à 2.

4. Mêmes tensions nominales

Un transformateur de rapport $5\ 000/2\ 500\ V$ ne peut être mis en parallèle sous $6\ 000\ V$ primaire avec un transformateur $6\ 000/3\ 000\ V$ car il va saturer.

3.4.7. Transformateurs de mesure (voir cours d'électricité)

Le rôle des transformateurs de mesures de courant et de tension consiste d'une part à ramener les grandeurs primaires à des valeurs moins dangereuses et plus commodes à utiliser ($100\ V - 1\ ou\ 5\ A$) et d'autre-part à isoler galvaniquement le circuit secondaire du primaire de façon à permettre la mise à la terre d'un point pour des raisons de sécurité.

Dans un transformateur de tension (T.T.) la tension secondaire V_2 doit rester aussi voisine que possible de la tension de mesure ramenée au secondaire V'_1 . Pour cela, il importe de réduire les chutes de tension "série" dans l'appareil, c'est-à-dire diminuer les inductances de dispersion, augmenter la réactance de magnétisation et ne pas dépasser la charge indiquée par le constructeur (en plus d'un éventuel échauffement).

Dans un transformateur de courant (T.C. ou T.I.), le courant secondaire I_2 doit rester aussi voisin que possible du courant de mesure ramené au secondaire I'_1 . Pour cela, il faut réduire le courant à vide I_v , c'est-à-dire la tension V_m et dans ce but réduire la dispersion du *secondaire* (circuit magnétique sous forme de tore) et ne pas dépasser la charge indiquée par le constructeur. On constate que la dispersion primaire n'a pas d'influence sur la précision de sorte qu'il est fréquent de réaliser le circuit primaire à l'aide d'une à quelques spires passées librement dans le trou du tore.

Il importe de ne jamais ouvrir le secondaire d'un T.I. qui est conçu pour fonctionner pratiquement en court-circuit. Il en résulterait des surtensions dangereuses (un abaisseur de courant est un élévateur de tension) et une saturation donc un échauffement important de l'appareil ("*Pas de fusible au secondaire d'un T.I.*").

3.4.8. Autotransformateurs

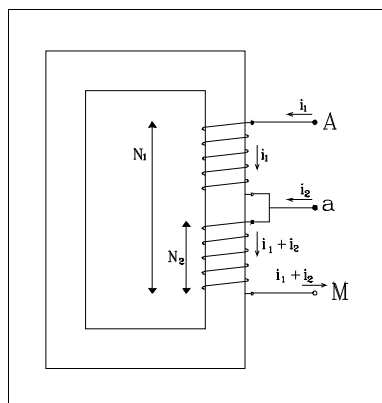


Figure 3.4-19

Les enroulements présentent une partie commune parcourue par la somme des courants. Cette disposition est fréquente en basse tension pour les transformateurs à rapport variable (Rheotor, Variac).

Elle se rencontre aussi en H.T. car elle permet une économie de conducteur. Le fait qu'il n'existe pas d'isolation galvanique entre les enroulements peut constituer un inconvénient.

Considérons un transformateur parfait (Figure 3.4-19).

Le rapport de transformation est égal à

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\Psi_1}{\Psi_2} = \frac{N_1 \Phi_1}{N_2 \Phi_2} = \frac{N_1}{N_2} = \mu \quad (3.4-40)$$

La loi des f.m.m. donne

$$\begin{aligned} (N_1 - N_2) i_1 + N_2 (i_1 + i_2) &\approx 0 \\ \text{soit } N_1 i_1 + N_2 i_2 &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.4-41)$$

Ces deux relations sont strictement identiques à celles obtenues pour le transformateur à enroulements séparés.

Supposons la section des conducteurs proportionnelle au courant qui les traverse. Le poids de cuivre dans un transformateur est donc proportionnel à

$$\text{Poids}_{Tfo} \div N_1 |I_1| + N_2 |I_2| \div 2 N_1 |I_1| \quad (3.4-42)$$

et dans un autotransformateur :

$$\text{Poids}_{Auto} \div (N_1 - N_2) |I_1| + N_2 |I_1 + I_2| \quad (3.4-43)$$

c'est à dire, si le rapport μ est supérieur à l'unité à

$$\begin{aligned} \mathbf{Poids}_{Auto} &\div (N_1 - N_2) |I_1| + N_2 (|I_2| - |I_1|) \\ &\div 2 (N_1 - N_2) |I_1| \end{aligned} \quad (3.4-44)$$

Le rapport des poids est donc égal à

$$\frac{\mathbf{Poids}_{Auto}}{\mathbf{Poids}_{Tfo}} = 1 - \frac{1}{\mu} \quad (3.4-45)$$

L'autotransformateur est d'autant plus intéressant que le rapport de transformation est voisin de l'unité.

3.4.9. Comportement transitoire d'un transformateur ou de deux circuits couplés

Dans ce paragraphe, tous les circuits sont supposés linéaires et toutes les grandeurs électriques nulles avant l'instant initial $t = 0$.

a. Secondaire ouvert ($i_2 = 0$)

Le système (3.4-2) s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} v_1 &= (R_1 + L_1 D) i_1 \\ v_2 &= M D i_1 \end{aligned} \quad (3.4-46)$$

ou, en transformée de Laplace :

$$\begin{aligned} V_1(p) &= (R_1 + L_1 p) I_1(p) \\ V_2(p) &= M p I_1(p) \text{ puisque } i_1(0^+) = 0 \end{aligned} \quad (3.4-47)$$

donc

$$I_1(p) = \frac{V_1(p)}{R_1} \frac{1}{1 + T_1 p} \quad (3.4-48)$$

en posant $T_1 = L_1/R_1$, constante de temps du primaire à circuit secondaire ouvert,
et

$$V_2(p) = M \frac{V_1(p)}{R_1} \frac{p}{1 + T_1 p} \quad (3.4-49)$$

Application : Considérons une tension $v_1(t)$ sous forme d'échelon d'amplitude V_1 à l'instant $t = 0$

$$V_1(p) = \frac{V_1}{p} \quad (3.4-50)$$

Le courant primaire a pour expression :

$$I_1(p) = \frac{V_1}{R_1} \frac{1}{p} \frac{1}{1 + T_1 p} \quad (3.4-51)$$

ou

$$i_1(t) = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad (3.4-52)$$

dont l'allure est illustrée à la Figure 3.4-20.

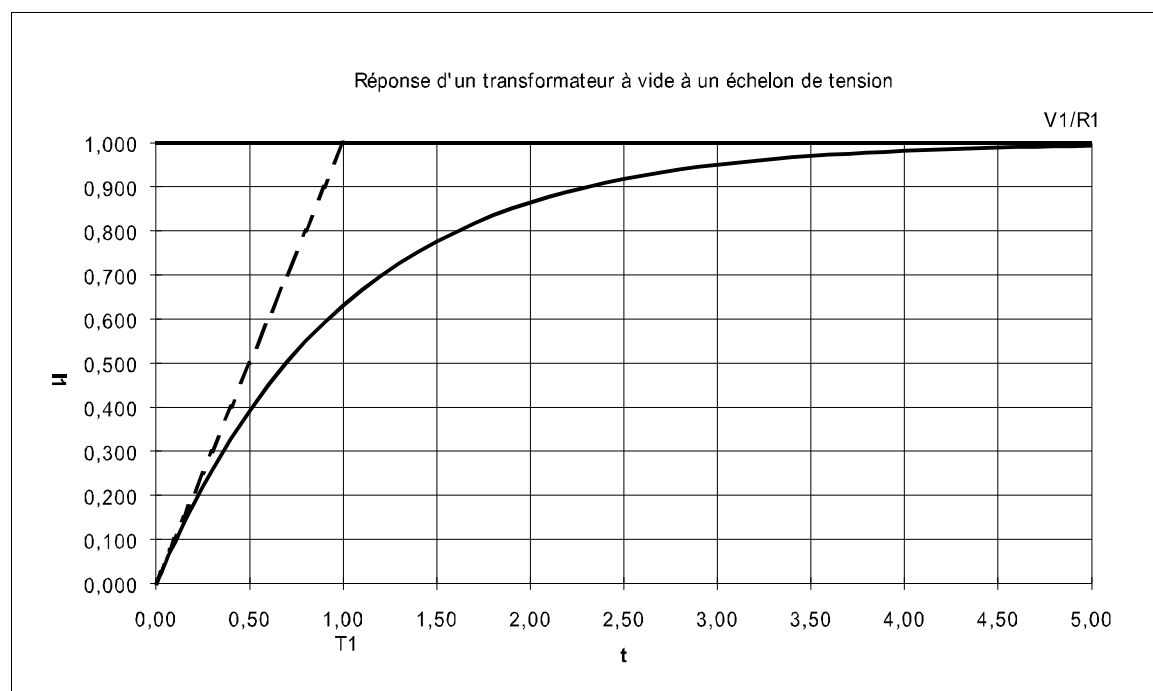


Figure 3.4-20

La tension secondaire a pour expression

$$V_2(p) = M \frac{V_1}{R_1} \frac{1}{1 + T_1 p} \quad (3.4-53)$$

ou

$$\begin{aligned} v_2(t) &= M \frac{V_1}{R_1} \frac{1}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} \\ &= \frac{k_1}{\mu} V_1 e^{-\frac{t}{T_1}} \end{aligned} \quad (3.4-54)$$

dont l'allure est illustrée à la Figure 3.4-21.

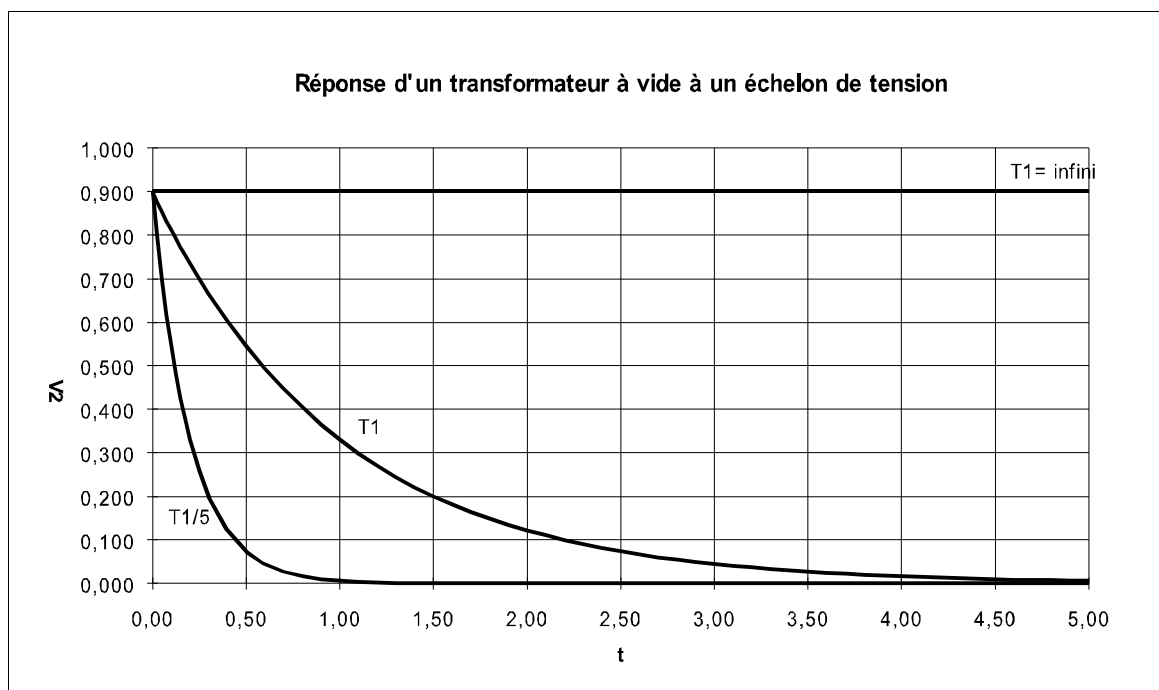


Figure 3.4-21

Si la constante de temps est faible, le transformateur représente un dérivateur imparfait.

b. Secondaire en court-circuit ($v_2 = 0$)

Le système 2.3-2 s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} v_1 &= (R_1 + L_1 D) i_1 + M D i_2 \\ \mathbf{0} = v_2 &= M D i_1 + (R_2 + L_2 D) i_2 \end{aligned} \quad (3.4-55)$$

ou, en transformée de Laplace :

$$\begin{aligned} V_1(p) &= (R_1 + L_1 p) I_1(p) + M p I_2(p) \\ \mathbf{0} = V_2(p) &= M p I_1(p) + (R_2 + L_2 p) I_2(p) \end{aligned} \quad (3.4-56)$$

d'où

$$I_2(p) = - \frac{M}{R_2 + L_2 p} p I_1(p) \quad (3.4-57)$$

et

$$V_1(p) = \left(R_1 + L_1 p - \frac{M^2 p^2}{R_2 + L_2 p} \right) I_1(p) \quad (3.4-58)$$

On définit

$$\begin{aligned} Z_1(p) &\triangleq R_1 + L_1 p - \frac{M^2 p^2}{R_2 + L_2 p} \\ &= \textit{impédance opérationnelle primaire du} \\ &\quad \cdot \textit{ transformateur à secondaire en court-circuit} \\ &= R_1 + L_1 p \left(1 - \frac{p \frac{M^2}{L_1}}{R_2 + L_2 p} \right) \\ &= R_1 + L_1 p \left(\frac{R_2 + p \left(L_2 - \frac{M^2}{L_1} \right)}{R_2 + L_2 p} \right) \end{aligned} \quad (3.4-59)$$

On pose habituellement

$$\begin{aligned}
 L_2' &\triangleq L_2 - \frac{M^2}{L_1} \\
 &= L_2 (1 - k^2) \\
 &= \textit{inductance transitoire du secondaire}
 \end{aligned}
 \tag{3.4-60}$$

Cette inductance a une valeur nulle si le couplage est parfait. En reportant l'expression de L_2' dans la relation (3.4-59), il vient successivement :

$$\begin{aligned}
 Z_1(p) &= R_1 + L_1 p \frac{R_2 + L_2' p}{R_2 + L_2 p} \\
 &= R_1 + L_1 p \frac{1 + T_2' p}{1 + T_2 p} \\
 &= R_1 + L_1(p) p
 \end{aligned}
 \tag{3.4-61}$$

en posant

$$\begin{aligned}
 T_2 &= \frac{L_2}{R_2} = \textit{constante de temps du secondaire} \\
 T_2' &= \frac{L_2'}{R_2} = \textit{constante de temps transitoire du secondaire} \\
 L_1(p) &= L_1 \frac{1 + T_2' p}{1 + T_2 p} = \textit{inductance opérationnelle à secondaire} \\
 &\quad \cdot \quad \quad \quad \textit{en court-circuit}
 \end{aligned}
 \tag{3.4-62}$$

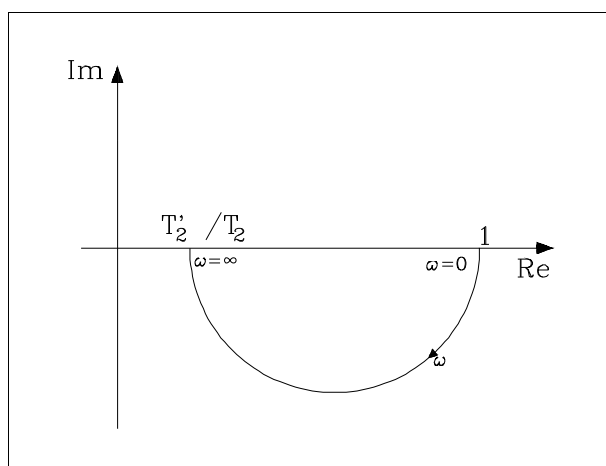


Figure 3.4-22

La Figure 3.4-22 illustre la variation du facteur $(1+j\omega T'_2)/(1+j\omega T_2)$ en fonction de la pulsation ω . Si le couplage est parfait, $L'_2 = 0$ et $L_1(\infty) = 0$. Le circuit se comporte comme une simple résistance pour les variations brusque de v_1 . Si le couplage est nul, $k_1 = 0$, $T'_2 = T_2$ et la circonférence se réduit à un point.

Application

Reprenons les expressions des courants pour une tension primaire en échelon

$$\begin{aligned} I_1(p) &= \frac{V_1(p)}{Z_1(p)} = \frac{V_1}{p(R_1 + pL_1(p))} \\ &= \frac{V_1}{R_1} \frac{1}{p} \frac{1 + T_2 p}{1 + (T_1 + T_2)p + T_1 T'_2 p^2} \end{aligned} \quad (3.4-63)$$

Le dénominateur de cette expression peut se mettre sous la forme

$$(1 + T_a p)(1 + T_b p) \quad (3.4-64)$$

avec

$$T_a, T_b = \frac{1}{2} \left[(T_1 + T_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T'_2} \right] \quad (3.4-65)$$

Nous supposons $T_2 > T_1$ et $T_a > T_b$

Selon l'ordre de grandeur du coefficient de couplage k , le tableau 2.3-1 indique les valeurs des constantes de temps

Valeurs des constantes de temps

k	T_a	T_b
1	$T_1 + T_2$	0
~ 1	$\sim T_1 + T_2$	$\sim T_1 T_2' / (T_1 + T_2)$
0	T_2	T_1

Tableau 2.3-1

La transformée inverse de l'expression (3.4-63) donne la valeur du courant primaire :

$$i_1(t) = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - \frac{T_a - T_2}{T_a - T_b} e^{-\frac{t}{T_a}} - \frac{T_a - T_2}{T_2 - T_b} e^{-\frac{t}{T_b}} \right) \quad (3.4-66)$$

Pour les différentes valeurs de k , cette expression devient :

- pour $k=0$

$$i_1(t) = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad (3.4-67)$$

Cette expression est identique à celle obtenue à secondaire ouvert (3.4-52). Ceci n'est pas étonnant puisque les circuits ne sont *pas* couplés.

- pour $k=1$

$$i_1(t) = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - \frac{T_1}{T_1 + T_2} e^{-\frac{t}{T_1 + T_2}} \right) \quad (3.4-68)$$

- pour $k \approx 1$

$$i_1(t) = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - \frac{T_1}{T_1 + T_2} e^{-\frac{t}{T_1 + T_2}} - \frac{T_2}{T_1 + T_2} e^{-\frac{t}{\frac{T_1 T_2'}{T_1 + T_2}}} \right) \quad (3.4-69)$$

Les différentes ondes sont illustrées à la Figure 3.4-23.

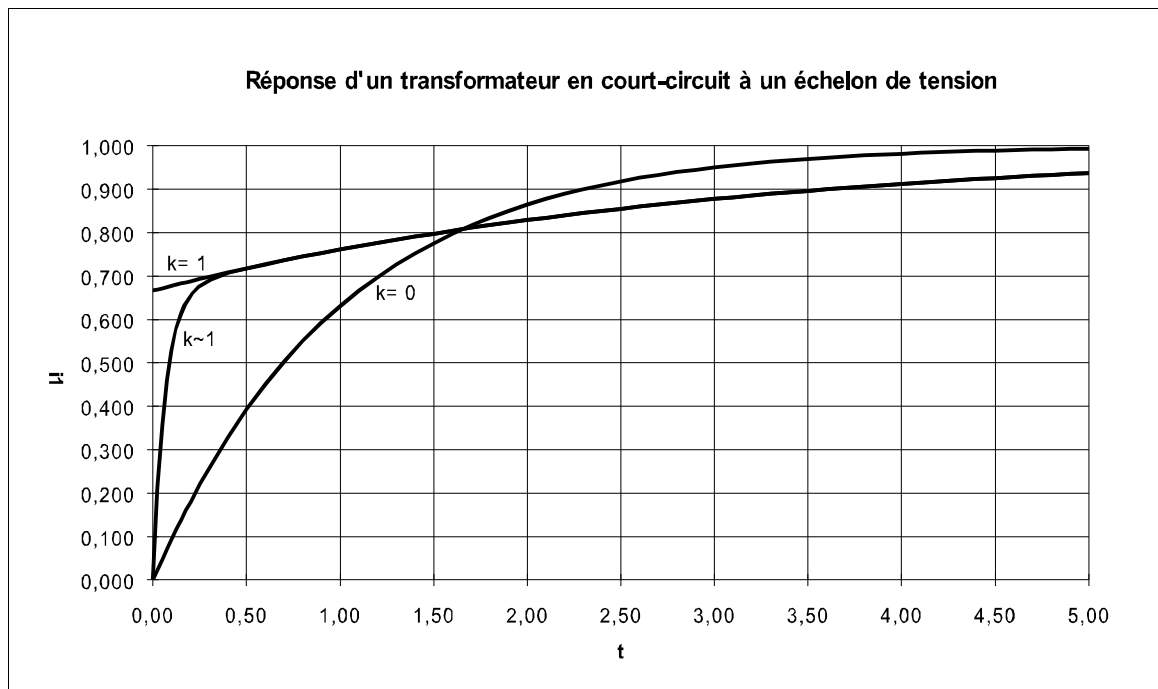


Figure 3.4-23

Remarques

- l'onde de courant obtenue pour $k \approx 1$ part de zéro à l'instant initial et rejoint l'onde obtenue pour $k = 1$ par une exponentielle décroissante de constante de temps faible ($= (T_1 T'_2) / (T_1 + T_2)$)

- on constate que le courant primaire varie plus rapidement lorsqu'un circuit lui est couplé que dans le cas contraire. Il semblerait intéressant d'utiliser ce principe pour accélérer les variations de flux dans les électroaimants. Cet espoir n'est pas fondé.

Dans l'enroulement secondaire, le courant vaut :

$$\begin{aligned} I_2(p) &= - \frac{M p}{R_2 + L_2 p} I_1(p) \\ &= - \mu k_2 \frac{T_2 p}{1 + T_2 p} I_1(p) \end{aligned} \quad (3.4-70)$$

soit, pour un échelon de tension d'amplitude V_1

$$I_2(p) = - \mu k_2 \frac{V_1}{R_1} \frac{T_2}{(1 + T_a p)(1 + T_b p)} \quad (3.4-71)$$

dont la transformée inverse est :

$$i_2(t) = -\mu k_2 \frac{V_1}{R_1} \frac{T_2}{T_a - T_b} \left(e^{-\frac{t}{T_a}} - e^{-\frac{t}{T_b}} \right) \quad (3.4-72)$$

Pour les différentes valeurs de k , cette expression devient :

- pour $k = 0$

$$i_2(t) = 0 \quad !!! \quad (3.4-73)$$

- pour $k = 1$

$$i_2(t) = -\mu \frac{V_1}{R_1} \frac{T_2}{T_1 + T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1 + T_2}} \right) \quad (3.4-74)$$

- pour $k \approx 1$

$$i_2(t) = -\mu k_2 \frac{V_1}{R_1} \frac{T_2}{T_1 + T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1 + T_2}} - e^{-\frac{t}{\frac{T_1 T_2'}{T_1 + T_2}}} \right) \quad (3.4-75)$$

Les différentes ondes sont illustrées à la (3.4-75)

Le flux commun est proportionnel à $i_1 + i_2/\mu$ qui vaut

- pour $k = 0$

$$i_1 + \frac{i_2}{\mu} = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad (3.4-76)$$

- pour $k = 1$

$$i_1 + \frac{i_2}{\mu} = \frac{V_1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1 + T_2}} \right) \quad (3.4-77)$$

- pour $k \approx 1$

sensiblement la même valeur que pour $k = 1$

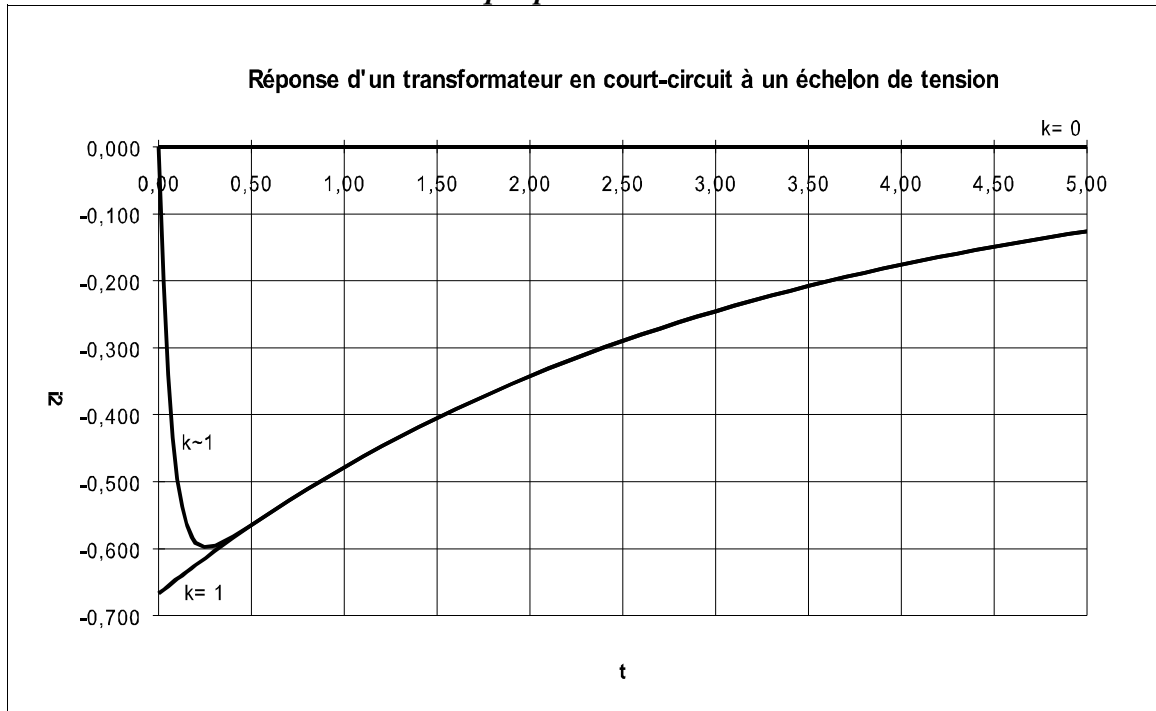


Figure 3.4-24

Le flux commun varie moins rapidement lorsqu'un circuit est couplé même si le courant primaire varie plus rapidement. Les courants de Foucault dans les tôles d'un circuit magnétique ralentissent les variations de flux.

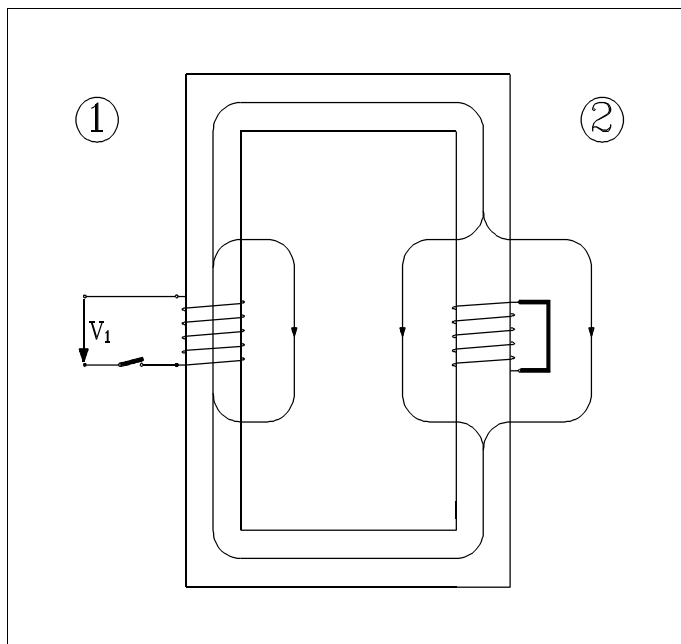


Figure 3.4-25

Il est intéressant de donner une explication physique de l'allure des courbes de la Figure 3.4-23 et de (3.4-75). Considérons le circuit de la Figure 3.4-24 où la tension V_1 est appliquée à l'instant initial au primaire d'un transformateur dont le secondaire est court-circuité. Après l'enclenchement, le flux enserré par l'enroulement (2) ne peut varier rapidement. Le flux créé par l'enroulement primaire (1) est donc essentiellement un flux de dispersion dans l'air. Le courant primaire peut varier rapidement avec une constante de temps faible puisque l'inductance est faible. Le flux commun varie avec une constante de temps $T1 + T2$

puisque pour lui, l'enroulement secondaire est connecté en parallèle sur le primaire. Finalement, le courant primaire varie avec la même constante de temps lorsque les lignes d'induction qui "évitait" l'enroulement secondaire, y ont pénétré. Cette explication sommaire est utile à la compréhension du fonctionnement transitoire des machines synchrones.

3.4.10. Efforts dans les transformateurs

Ces efforts sont particulièrement importants lorsque les courants sont élevés, par exemple lors d'un court-circuit. Il est aisé de montrer qu'ils tendent à augmenter les inductances de dispersion donc à écarter les enroulements l'un de l'autre. Il faut veiller à disposer les bobines symétriquement, ce qui est difficile si le rapport de transformation doit être réglable.

3.5. TRANSFORMATEURS TRIPHASES

3.5.1. Constitution

Un transformateur triphasé peut être constitué de

- trois transformateurs monophasés indépendants dont les enroulements sont connectés généralement en étoile (**Y**) ou en triangle (**Δ**)(Figure 3.3-13)¹
- un transformateur à circuit magnétique à 5 colonnes ou cuirassé (Figure 3.3-15 et Figure 3.3-16), dit à *flux libre*.
- un transformateur à circuit magnétique à 3 colonnes (Figure 3.3-17) dit à *flux forcé*.

Par rapport à trois unités monophasées, une unité triphasée a un coût et un encombrement moindre mais l'unité de réserve est plus coûteuse et les difficultés de transport plus importantes.

Notations

- le couplage des enroulements **HT** est désigné par une lettre majuscule : **Y**(étoile), **D**(triangle), **Z** (zig-zag)
- le couplage des enroulements **BT** est désigné par une lettre minuscule : **y**, **d**, **z**.
- le fait que le neutre soit mis à la terre est indiqué par la lettre **N** ou **n** accolée à l'indication du couplage : **YN**, **zn**
- les bornes **HT** sont désignées par des lettres majuscules : **A**, **B**, **C**, **N**.
- les bornes **BT** sont désignées par des lettres minuscules : **a**, **b**, **c**, **n**.

¹ Le circuit magnétique d'un transformateur ne comporte évidemment pas d'entrefer.

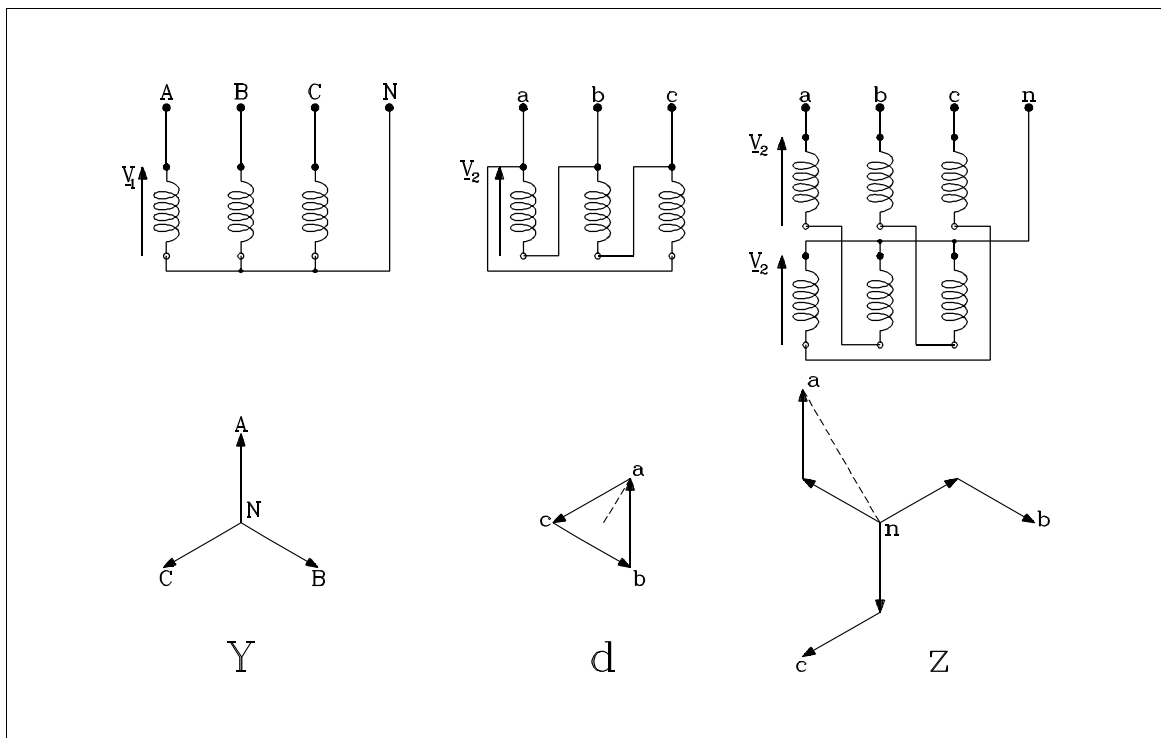


Figure 3.5-1

La Figure 3.5-1 représente un transformateur dont le primaire est couplé en étoile, un secondaire en triangle et un autre secondaire en zig-zag.

3.5.2. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre direct

a. Trois unités indépendantes

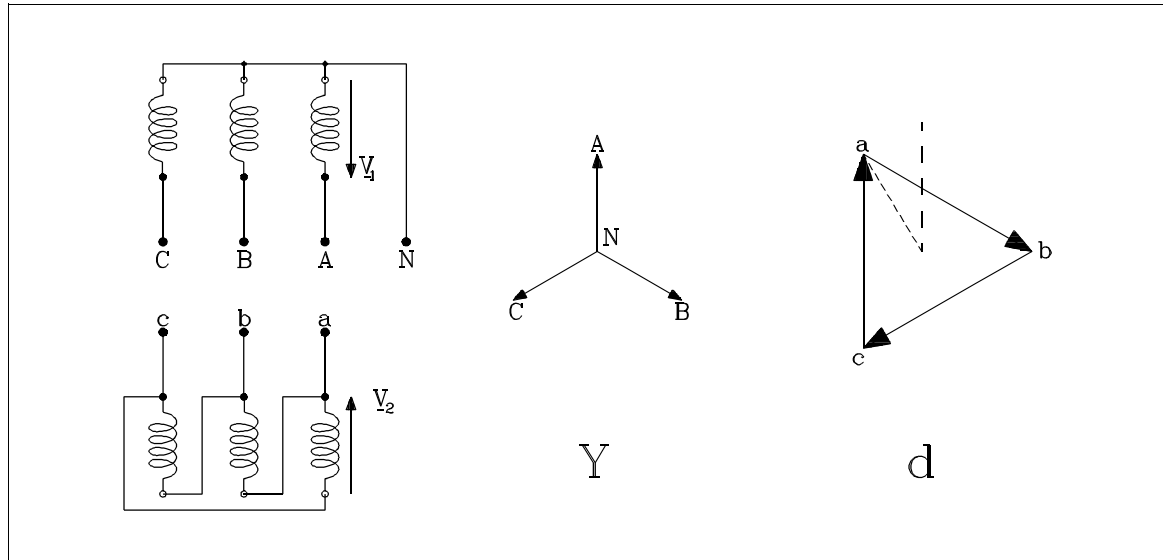


Figure 3.5-2

Considérons l'exemple d'un transformateur **Y d** (Figure 3.5-2). A la tension primaire simple \underline{V}_1 correspond la tension secondaire composée \underline{V}_2 . Le schéma équivalent du transformateur ne doit introduire que les grandeurs comparables : tensions simples, courants de ligne. Considérons par exemple la tension simple de la phase **A** au primaire et **a** au secondaire. La tension \underline{V}_a est obtenue à partir de la tension \underline{V}_2 par division par $\sqrt{3}$ et rotation du phasor de 30° . Il s'introduit donc dans le schéma équivalent de la Figure 3.5-3 un déphaseur parfait. Le rapport de transformation entre tensions simples est devenu complexe, il vaut :

$$\underline{\mu} \triangleq \frac{\underline{V}_A}{\underline{V}_a} = \frac{N_1}{N_2} \sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (3.5-1)$$

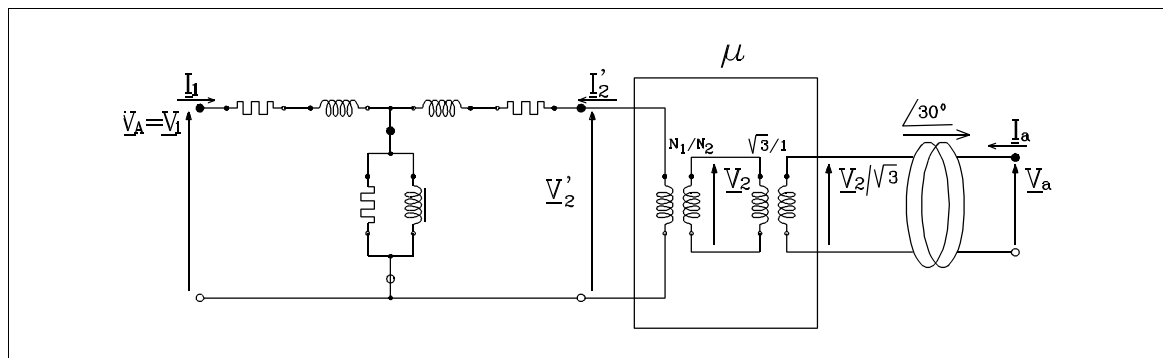


Figure 3.5-3

Indice horaire H

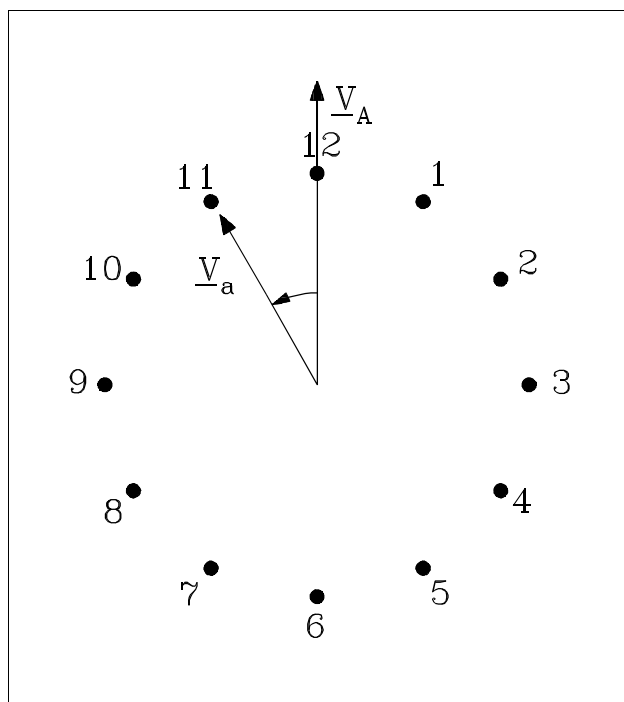


Figure 3.5-4

Le déphasage entre primaire et secondaire dépend du couplage des enroulements. Il est caractérisé par l'indice horaire H . Le phaseur \underline{V}_A est placé à midi. Le phaseur \underline{V}_a indique une "heure" fonction du déphasage. Par exemple, $+30^\circ$ correspond à 11 heures.

L'angle $\angle Aa$ a pour expression : $\angle Aa = -H.30^\circ$. Un transformateur est caractérisé par son couplage primaire et secondaire, et par son indice horaire (ex: **Yd 11**).

La Figure 3.5-5 extraite de la norme *NBN C 52-101* donne les couplages usuels. On appelle classe l'ensemble des couplages de même indice horaire. Les couplages les plus courants sont constitués par les classes **0** et **6**, **5** et **11**.

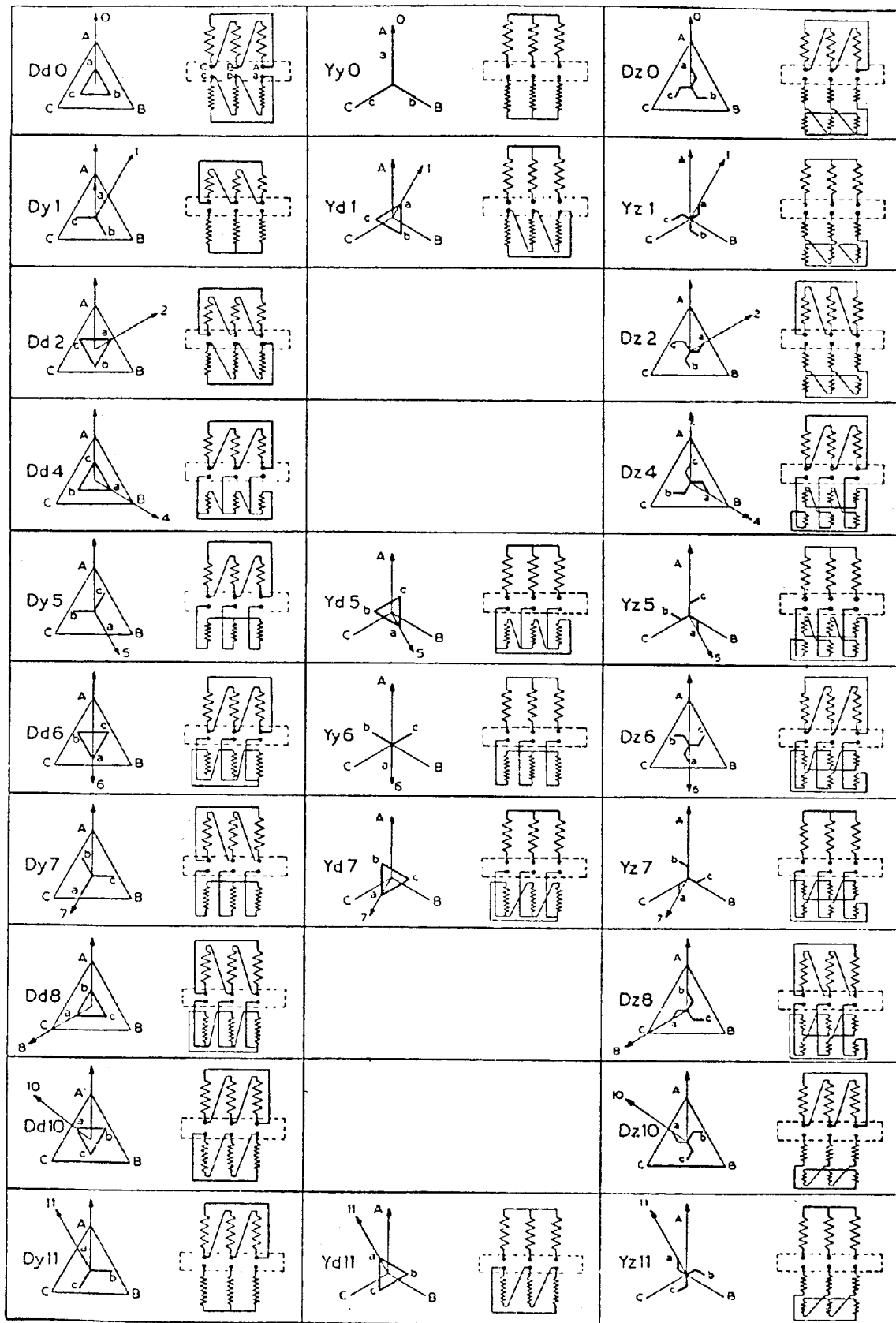


Figure 3.5-5

Remarques :

- Changer le repérage des bornes ajoute ou soustrait 4 à l'indice horaire d'un transformateur. Intervenir les bornes de chaque phase ajoute ou soustrait 6 à l'indice horaire. On constate qu'il n'existe en fait que deux catégories : les couplages d'indice horaire *pair* et *impair*.
- le rapport de transformation complexe vaut :

$$\underline{\mu} = \frac{\underline{V}_A}{\underline{V}_a} = \mu \angle + H 30^\circ \quad (3.5-2)$$

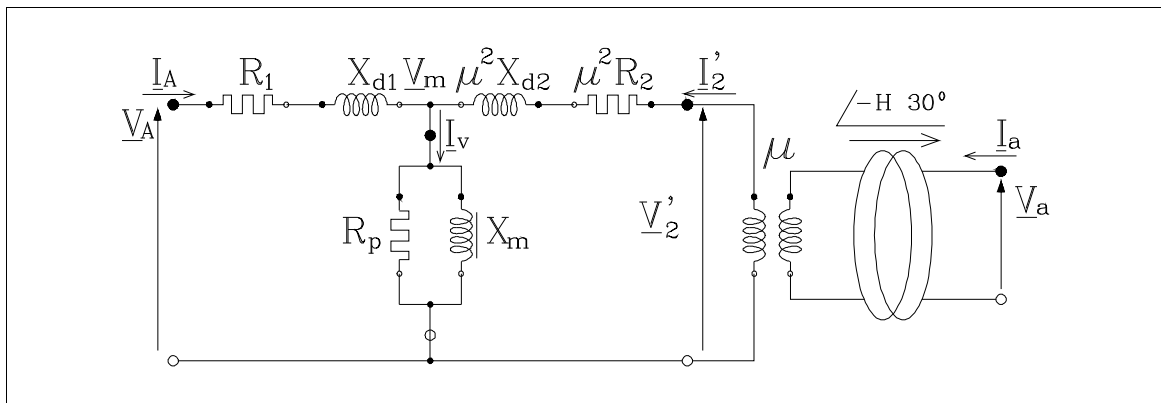


Figure 3.5-6

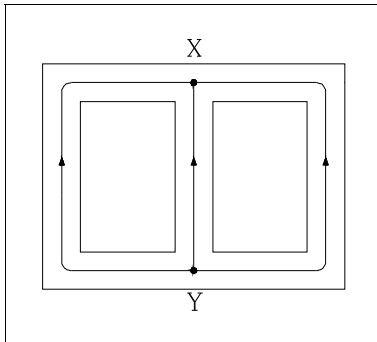
b. Transformateurs à flux libre ou forcé

Figure 3.5-7

En première approximation, avec des flux sinusoïdaux équilibrés, on constate l'existence de deux points du circuit magnétique où la somme des flux des colonnes est nulle (en X et Y sur la Figure 3.5-7). On est ainsi ramené au cas précédent. Pour chaque transformateur monophasé équivalent, le circuit magnétique joint les points X et Y en passant par la colonne correspondante.

Pour les exemples qui serviront à illustrer ce cours, nous considérerons les ordres de grandeur suivants :

$$\begin{aligned} X_{d1} + X_{d2} &= 0,05 \text{ (0/1 ou p.u.)} \\ R &\ll X \\ I_m &= 5 \% \text{ donc } X_m = 20 \text{ (0/1 ou p.u.)} \end{aligned}$$

3.5.3. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre inverse

Pour le fonctionnement symétrique (équilibré) d'ordre inverse, un raisonnement identique est applicable dans tous les cas. Les impédances sont les mêmes. Le déphasage est égal mais de *signe opposé*.

3.5.4. Fonctionnement en régime équilibré d'ordre homopolaire

La définition de l'impédance homopolaire a été donnée au § 1.5.2. C'est l'impédance que présente une phase lorsqu'un système de courants égaux en grandeur et en phase est imposé au circuit.

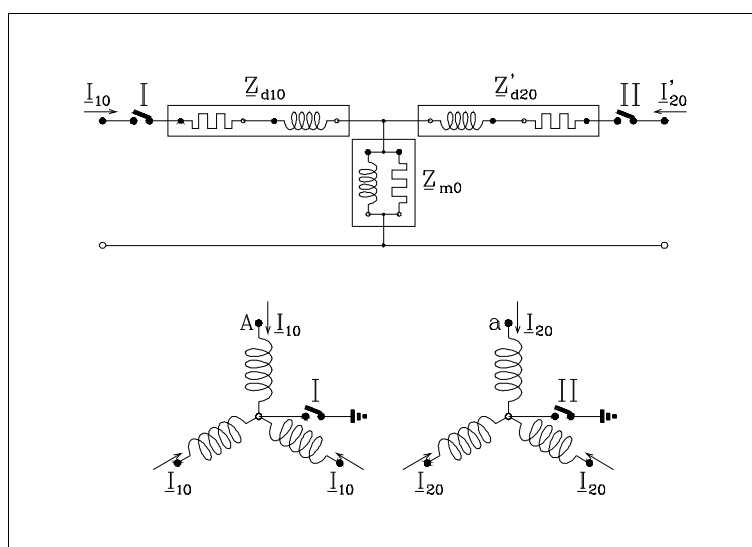


Figure 3.5-8

Pour que le courant circule dans un enroulement étoile, il faut que le neutre soit connecté à la terre. C'est la raison pour laquelle deux interrupteurs **I** et **II** ont été placés dans le schéma équivalent d'un transformateur **Y Y** (Figure 3.5-8). Ils correspondent respectivement aux interrupteurs **I** et **II** de mise à la terre du neutre des transformateurs. Si le neutre côté **HT** est mis à la terre sans que le neutre côté **BT** le soit, l'interrupteur **I** est fermé alors

que le **II** est ouvert. Le courant homopolaire côté **HT** I_{I_0} ne peut circuler qu'au travers de l'impédance de magnétisations Z_{m_0} . Ceci se comprend aisément puisque le secondaire étant ouvert, seul un courant magnétisant peut circuler au primaire. La connaissance de la valeur de l'impédance de magnétisation Z_{m_0} est donc particulièrement nécessaire pour le calcul des réseaux.

a. Trois unités indépendantes

Les impédances correspondantes dans les réseaux direct, inverse et homopolaire sont égales puisque les transformateurs sont indépendants.

b. Transformateur à flux libre

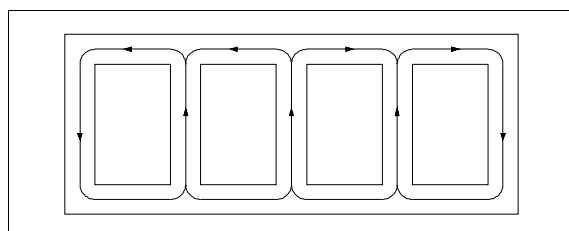


Figure 3.5-9

Le système de courants homopolaires crée trois flux égaux et en phase dans les colonnes centrales qui doivent se refermer par les colonnes extérieures. Le circuit magnétique homopolaire est plus long que celui du système direct. La réactance de magnétisation homopolaire est donc inférieure à la réactance directe, En général

sa valeur est voisine de $X_{m_0} \sim 0,75 X_{m_d}$.

c. Transformateur à flux forcé

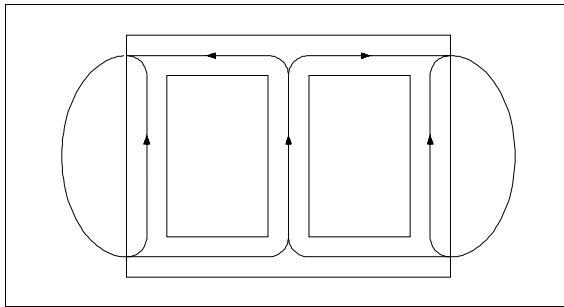


Figure 3.5-10

Le flux homopolaire doit dans ce cas se refermer dans l'air. La réactance de magnétisation homopolaire est donc du même ordre de grandeur que les réactances de dispersion c'est-à-dire notablement inférieure à la réactance de magnétisation directe.

Un courant homopolaire peut "tourner en rond" dans un enroulement en triangle mais ne peut pas en sortir. La tension homopolaire du côté triangle est nulle parce que la somme des tensions aux bornes de chaque enroulement est nulle. Ces considérations conduisent aux schémas équivalents des transformateurs **YD** et **DD** de la Figure 3.5-11 et de la Figure 3.5-12.

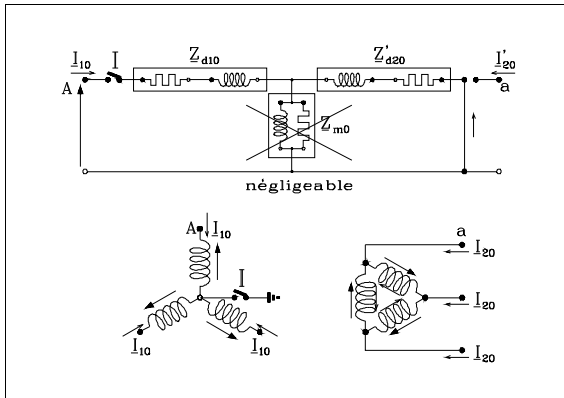


Figure 3.5-11

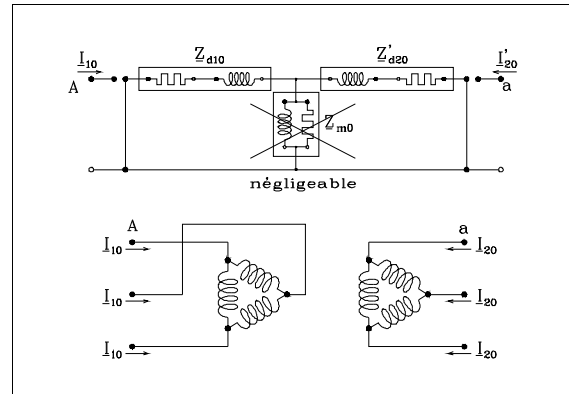


Figure 3.5-12

3.5.5. Application à l'alimentation d'une charge monophasée

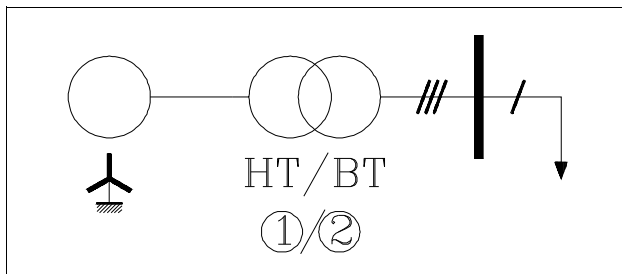


Figure 3.5-13

Considérons (Figure 3.5-13) une source de tension triphasée équilibrée d'amplitude \underline{E} , sans impédance, alimentant une charge monophasée d'impédance \underline{Z} (connectée entre la phase a et la terre) au travers d'un transformateur.

La charge étant monophasée, une dissymétrie est introduite dans le réseau, ce qui nécessite le recours aux composantes de Fortescue. La théorie générale a été amorcée au § 1.5.2, elle sera reprise au cours TDEE. Nous nous contentons ici d'examiner ce cas particulier.

La charge monophasée est décrite par les relations :

$$\begin{aligned}\underline{V}_a &= -\underline{Z} \underline{I}_a \quad \text{le signe - provient de la convention "quadripôle"} \\ \underline{I}_b &= \underline{I}_c = 0\end{aligned}\quad (3.5-3)$$

Les composantes de Fortescue du courant secondaire sont égales à

$$\underline{I}_{2o} = \underline{I}_{2d} = \underline{I}_{2i} = \frac{\underline{I}_a}{3} \quad (3.5-4)$$

Quant à la tension de la phase a , elle permet d'écrire :

$$\begin{aligned}\underline{V}_a &= \underline{V}_{2o} + \underline{V}_{2d} + \underline{V}_{2i} \\ \text{et } \underline{V}_a &= -\underline{Z} \underline{I}_a = -3 \underline{Z} \frac{\underline{I}_a}{3} = -3 \underline{Z} \underline{I}_{2d}\end{aligned}\quad (3.5-5)$$

Les relations (3.5-4) et (3.5-4) montrent que les trois réseaux homopolaires, direct et inverse doivent être connectés en série au travers d'une impédance $3\underline{Z}$ (Figure 3.5-14). Dans ce schéma, le transformateur parfait disparaît si on utilise le système de grandeurs réduites (§3.4.4).

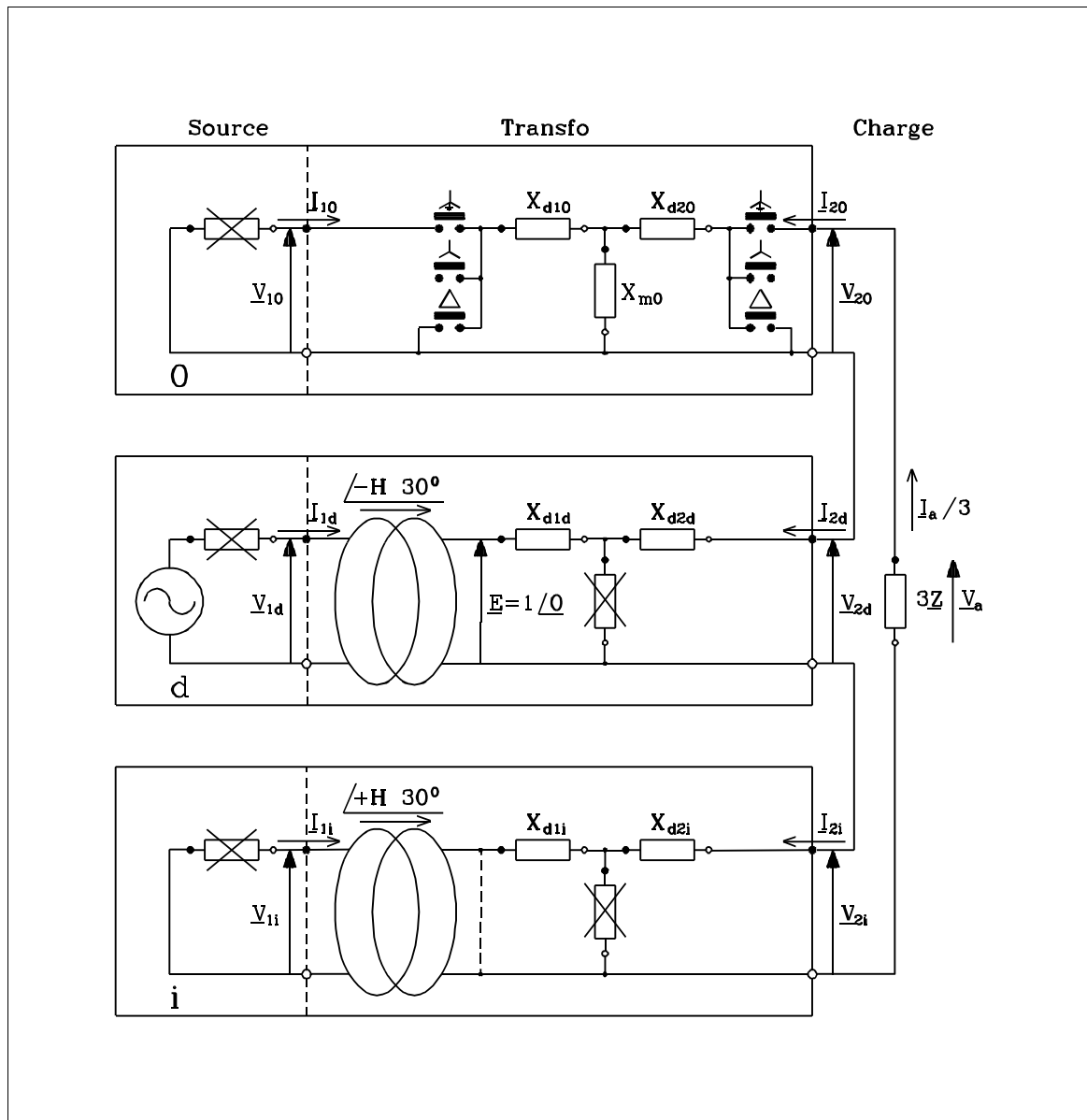


Figure 3.5- 14

Le schéma homopolaire comporte deux commutateurs qui doivent être placés sur la position correspondant au couplage des enroulements du transformateur. Dans les schémas direct et inverse, l'impédance de magnétisation est généralement nettement plus importante que les impédances "série".

Pour illustrer l'usage des relations (3.5-4) et (3.5-4), nous supposons, pour simplifier les calculs, que la charge est une *inductance unitaire*, que les résistances sont négligeables devant les réactances, que l'impédance de la source est nulle et son amplitude vaut l'unité. La référence des phaseurs n'est pas prise sur la tension de source mais en aval du déphaseur.

a. Transformateur Y y

Le courant \underline{I}_a est nul.

b. Transformateur Y yn (indice horaire $H = 0$)

Le courant \underline{I}_a se referme par la réactance de magnétisation. Il vaut (**en grandeur réduite**)

$$\underline{I}_a = -3 \frac{\underline{E}}{j (X_{di} + X_{dd} + X_{mo} + X_{d2o} + 3 X)} \quad (3.5-6)$$

Si le transformateur est constitué par trois unités indépendantes, la réactance de magnétisation a une valeur élevée ($X_{mo} = 20 \text{ p.u.}$) et le courant dans la charge est faible :

$$\underline{I}_a = -0,13 \angle -90^\circ \quad (3.5-7)$$

La tension simple de la phase vaut :

$$\underline{V}_a = -\underline{Z} \underline{I}_a = 0,13 \angle 0^\circ \quad (3.5-8)$$

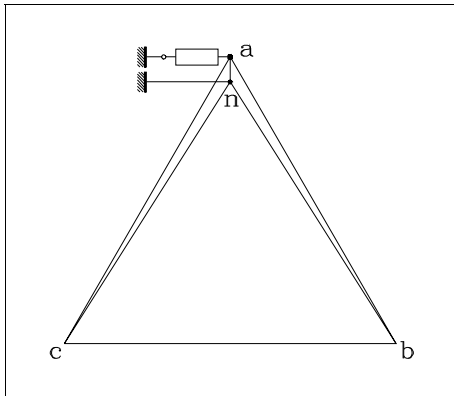


Figure 3.5-15

La Figure 3.5-15 donne le diagramme des tensions secondaires. Si la tension \underline{V}_a est très faible, celle des deux autres phases est supérieure à la normale avec risque d'échauffement.

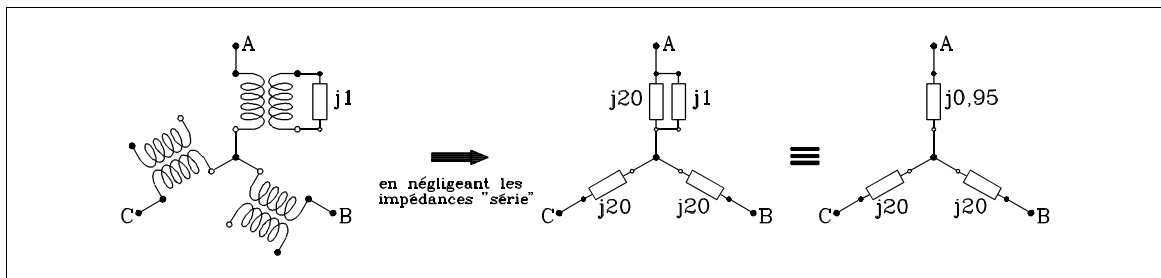


Figure 3.5-16

La Figure 3.5-16 illustre ce cas lorsque les réactances série sont négligées devant la réactance de magnétisation de chaque transformateur.

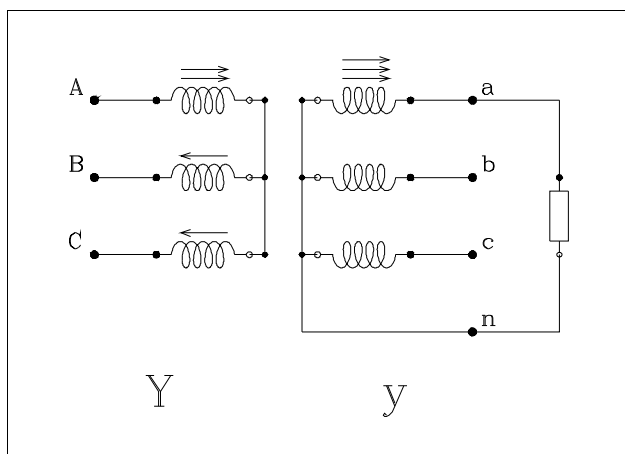


Figure 3.5-17

Si le transformateur est à flux forcé, la réactance de magnétisation est très faible ($X_{mo} \sim 0,1 \text{ p.u.}$). Le courant dans la charge vaut pratiquement le courant nominal.

$$\underline{I}_a = -0,93 \angle -90^\circ \quad (3.5-9)$$

Les composantes de Fortescue des courants secondaires valent

$$\frac{\underline{I}_a}{3} = \underline{I}_{2o} = \underline{I}_{2d} = \underline{I}_{2i} = -0,31 \angle -90^\circ \quad (3.5-10)$$

et celles des courants primaires :

$$\underline{I}_{1o} = 0, \quad \underline{I}_{1d} = \underline{I}_{1i} = 0,31 \angle -90^\circ \quad (3.5-11)$$

auxquelles correspondent les grandeurs de phases (Figure 3.5-17)

$$\underline{I}_A = -\frac{2}{3} \underline{I}_a, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_C = \frac{1}{3} \underline{I}_a \quad (3.5-12)$$

Le courant monophasé du secondaire se reporte sur les trois phases primaires grâce à l'importance du courant de magnétisation homopolaire.

c. Transformateur YN yn

Le déséquilibre est complet puisque

$$\underline{I}_A \approx \underline{I}_a, \quad \underline{I}_B \approx 0, \quad \underline{I}_C \approx 0 \quad (3.5-13)$$

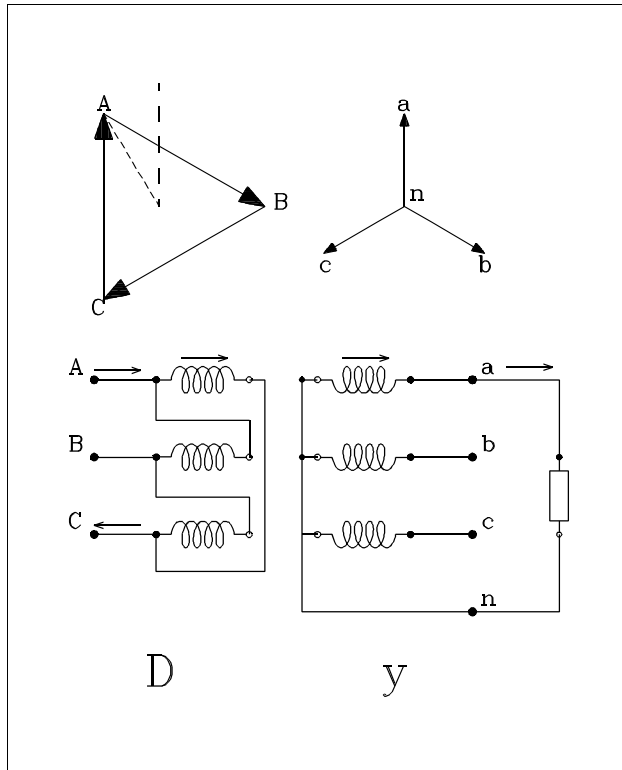
d. Transformateur D yn

Figure 3.5-18

De la Figure 3.5-14, on déduit que la tension homopolaire \underline{V}_{2o} est faible donc que les tensions secondaires restent pratiquement équilibrées. Les composantes symétriques des courants primaires valent :

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1o} &= \mathbf{0} \\ \underline{I}_{1d} &= -\underline{I}_{2d} e^{jH30^\circ} \\ \underline{I}_{1i} &= -\underline{I}_{2i} e^{-jH30^\circ} \end{aligned} \quad (3.5-14)$$

La composante homopolaire est supprimée. Les composantes directe et inverse ne voient pas leur amplitude modifiée mais sont déphasées. Les courants de phase au primaire ont pour

expression :

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= 2 \cos(H 30^\circ) \left(-\underline{I}_{2d}\right) \\ \underline{I}_B &= 2 \cos(H 30^\circ - 120^\circ) \left(-\underline{I}_{2d}\right) \\ \underline{I}_C &= 2 \cos(H 30^\circ + 120^\circ) \left(-\underline{I}_{2d}\right) \end{aligned} \quad (3.5-15)$$

Pour un transformateur D y 1, ces grandeurs valent :

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \sqrt{3} \left(-\underline{I}_{2d}\right) = \sqrt{3} \left(\frac{-\underline{I}_a}{3}\right) \\ \underline{I}_B &= -\underline{I}_A \\ \underline{I}_C &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.5-16)$$

Le déséquilibre de courant se reporte sur deux phases au primaire (Figure 3.5-18).

Le couplage **D yn** est fréquemment utilisé pour l'alimentation de charges monophasées car, en supprimant la composante homopolaire, il procure un meilleur équilibrage des courants primaires et supprime les problèmes liés au retour du courant par le sol.

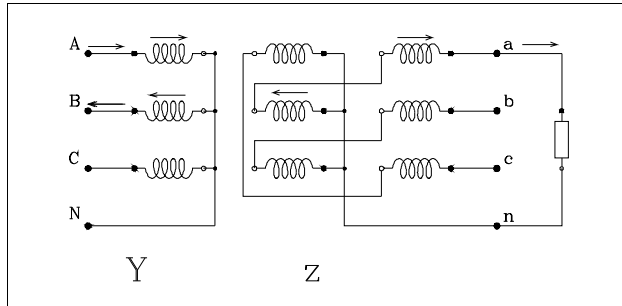


Figure 3.5-19

Si le primaire doit être couplé en étoile, il est fait usage du transformateur zigzag (Figure 3.5-19) qui procure un meilleur équilibrage que le transformateur **Y yn** mais est plus coûteux puisque à même nombre de spires, il fournit au secondaire une tension de 13% inférieure.

3.5.6. Harmoniques du courant magnétisant

Même lorsque le flux est sinusoïdal, le courant magnétisant comporte des harmoniques d'ordre 3,5,... Le plus important est l'harmonique 3. Les courants d'harmonique 3 (**H3**) sont en phase dans chaque enroulement, ils se comportent comme des courants homopolaires mais à pulsation triple.

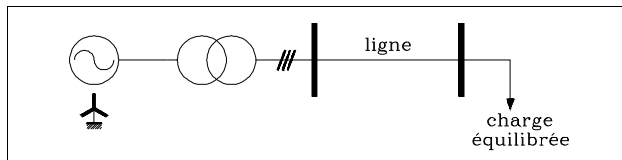


Figure 3.5-20

Considérons à titre d'exemple le cas d'une source alimentant une charge équilibrée au travers d'un transformateur et d'une ligne (Figure 3.5-20). Supposons que la source ne génère pas d'**H3**.

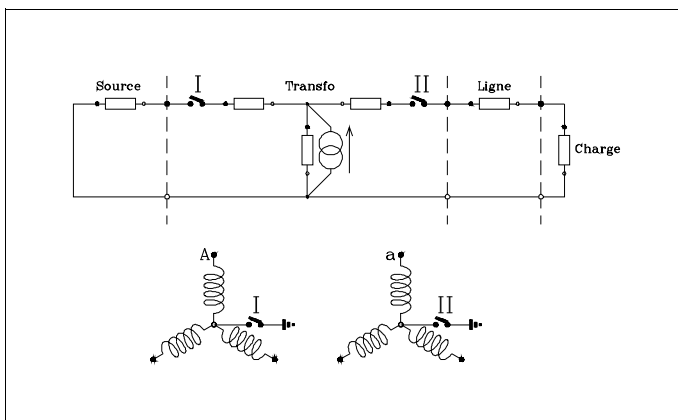


Figure 3.5-21

Pour un transformateur **Yy**, si les neutres sont raccordés à la terre, les tensions sont (pratiquement) sinusoïdales, donc les flux le sont également : il existe une composante **H3** dans le courant magnétisant. Cette source de courant dépend du flux direct qui seul existe puisque la charge est équilibrée et débite dans le circuit **H3** qui est analogue au circuit homopolaire (Figure 3.5-21).

Si le neutre est raccordé à la terre côté charge, le courant I_{H3} crée des tensions dans la ligne et la charge, il crée des inductions gênantes dans les circuits téléphoniques, il peut provoquer des résonances avec la capacité des câbles.

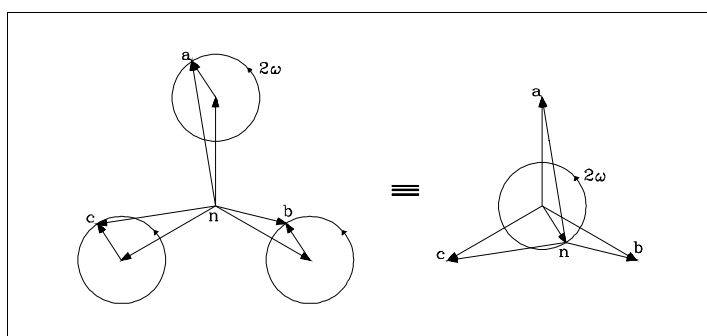


Figure 3.5-22

Si les deux neutres sont isolés, le courant I_{H3} doit être nul donc le flux ne peut pas être sinusoïdal. Il se crée des harmoniques 3 de tension, en phase dans chaque enroulement, qui peuvent atteindre 50 % de la tension nominale. Des surtensions importantes apparaissent donc dans les enroulements du transformateur (Figure 3.5-22)

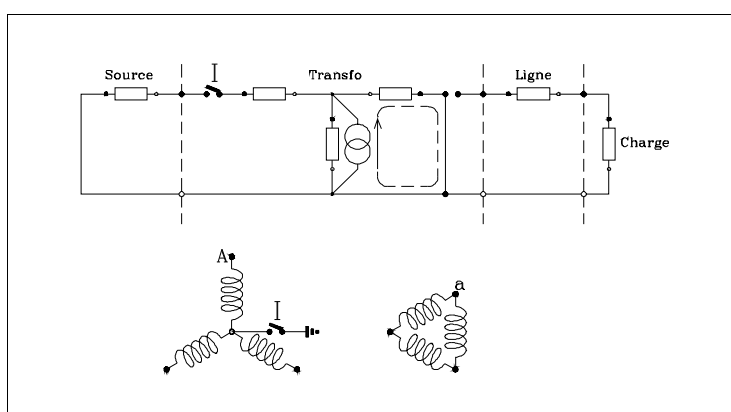


Figure 3.5-23

Si le transformateur est connecté en triangle côté charge, cet enroulement constitue un "piège" pour les harmoniques 3 qui ne se retrouvent pas du côté charge et relativement peu du côté source (Figure 3.5-23).

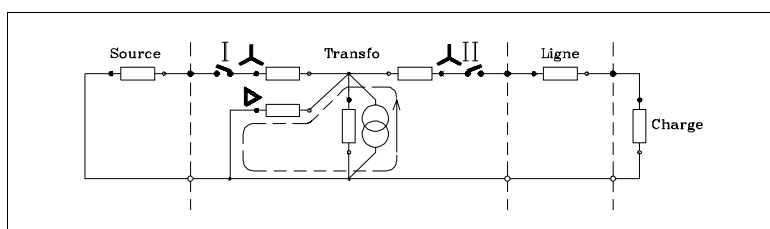


Figure 3.5-24

Si il est obligatoire que le transformateur soit connecté en Yy , il est généralement muni d'un tertiaire en D (qui éventuellement peut servir à une utilisation locale). Ce tertiaire fournit un chemin de moindre impédance aux harmoniques 3 qui ne se répandent pas dans le réseau ou la source (Figure 3.5-24).

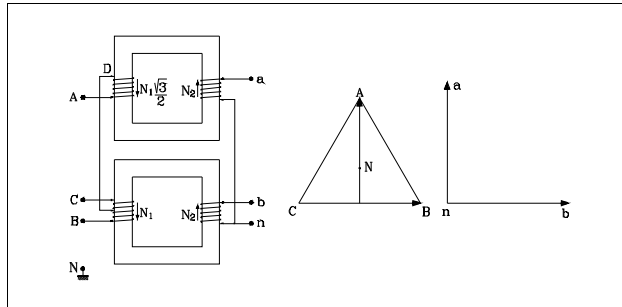
3.5.7. Conditions de mise en parallèle des transformateurs triphasés

Ces conditions sont les mêmes que pour les transformateurs monophasés. Il convient d'ajouter que l'indice horaire doit être le même, ce qui implique le même ordre de succession des phases.

3.5.8. Les transformateurs Triphasé-Diphasé

Ces transformateurs sont utilisés pour l'alimentation de charges monophasées importantes, par exemple en traction.

a. Montage de Scott



Supposons les tensions primaires équilibrées. Par simple inspection de la Figure 3.5–25, il vient que

Figure 3.5–25

$$\underline{V}_{na} = \frac{N_2}{\frac{\sqrt{3}}{2} N_1} \underline{V}_{DA} = \frac{N_2}{\frac{\sqrt{3}}{2} N_1} \frac{3}{2} \underline{V}_{NA} = \frac{N_2}{N_1} \sqrt{3} \underline{V}_{NA} \quad (3.5-17)$$

$$\underline{V}_{nb} = \frac{N_2}{N_1} \underline{V}_{CB} = \frac{N_2}{N_1} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{2}} \underline{V}_{NA}$$

Les tensions secondaires constituent bien un système diphasé équilibré.

Un courant \underline{I}_a appelé au secondaire se retrouve entièrement (au rapport de transformation près) sur la phase **A** du primaire et par moitié sur les phases **B** et **C**. Un courant \underline{I}_b se retrouve en sens inverse sur les phases **B** et **C**. Un certain équilibre apparaît au primaire. Calculons ces courants primaires et leurs composantes de Fortescue en fonction des courants \underline{I}_a et \underline{I}_b .

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= + \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{I}_a \\ \underline{I}_B &= - \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\underline{I}_a}{2} + \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_b \\ \underline{I}_C &= - \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\underline{I}_a}{2} - \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_b \end{aligned} \quad (3.5-18)$$

Donc

$$\begin{aligned}\underline{I}_{1a} &= \mathbf{0} \\ \underline{I}_{1d} &= \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{3} (\underline{I}_a + j \underline{I}_b) \\ \underline{I}_{1i} &= \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{3} (\underline{I}_a - j \underline{I}_b)\end{aligned}\tag{3.5-19}$$

Pour une charge monophasée \underline{I}_a , les composantes directe et inverse sont égales comme pour le transformateur **Dy**. Si le courant \underline{I}_b est déphasé de $\pi/2$ en arrière sur \underline{I}_a , la composante inverse est nulle.

b . Montage Leblanc

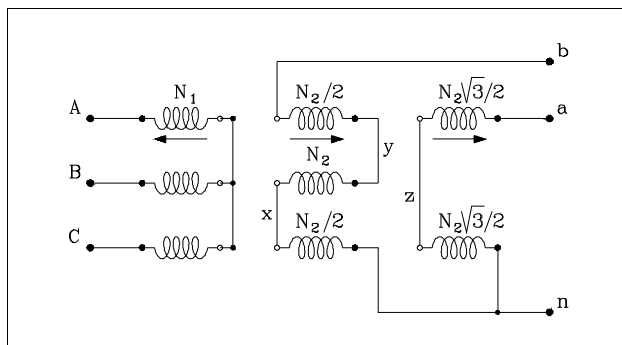


Figure 3.5-26

Ce montage a l'avantage d'utiliser un circuit magnétique triphasé et un enroulement primaire couplé en **Y** ou en **D**.

Pour un primaire en **Y**, par simple inspection de la Figure 3.5-26, il vient :

$$\begin{aligned}
\underline{V}_{na} &= \underline{V}_{nz} + \underline{V}_{za} = -\frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{V}_C + \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{V}_A \\
&= -\frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{3}}{2} (\underline{V}_C - \underline{V}_A) \\
&= -\frac{N_2}{N_1} \frac{3}{2} \underline{V}_A e^{-j\frac{\pi}{6}} \\
\underline{V}_{nb} &= \underline{V}_{nx} + \underline{V}_{xy} + \underline{V}_{yb} = \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{\underline{V}_C}{2} + \underline{V}_B - \frac{\underline{V}_A}{2} \right) \\
&= -\frac{N_2}{N_1} \frac{3}{2} \underline{V}_A e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\
&= \underline{V}_{na} e^{-j\frac{\pi}{2}}
\end{aligned} \tag{3.5-20}$$

Les tensions secondaires constituent bien un système diphasé symétrique d'ordre direct.

3.5.9. Grandeurs réduites (en triphasé)

Comme en monophasé, on définit deux grandeurs de base par exemple la tension simple V_B et le courant I_B . On en déduit l'impédance de base

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B} \tag{3.5-21}$$

La puissance de base utilisée est la puissance triphasée

$$S_B = 3 V_B I_B \tag{3.5-22}$$

d'où

$$Z_B = \frac{3 V_B^2}{S_B} \tag{3.5-23}$$

Pour obtenir que, dans un système triphasé équilibré, les valeurs réduites de tensions simples et composées soient égales, on a pris l'habitude de les rapporter à des bases différentes.

$$V^{0/1} = \frac{V}{V_B} \quad \text{et} \quad U^{0/1} = \frac{U}{U_B} \quad (3.5-24)$$

Les grandeurs réduites $V^{0/1}$ et $U^{0/1}$ sont égales si $U_B = \sqrt{3} V_B$.

Il s'ensuit que :

$$Z_B = \frac{U_B}{\sqrt{3} I_B} \quad (3.5-25)$$

$$S_B = \sqrt{3} U_B I_B \quad \text{donc} \quad Z_B = \frac{U_B^2}{S_B}$$

Les propriétés vues en monophasé sont évidemment valables en triphasé. Enonçons- en deux parmi les plus importantes.

a. Impédance vue au travers un transformateur

Soit Z_2 vue au travers d'un transformateur de rapport $\mu = U_{N1}/U_{N2}$.

La valeur réduite de cette impédance, exprimée dans la base "secondaire", est

$$Z_2^{0/1} = \frac{Z_2}{Z_{B2}} \quad (3.5-26)$$

La valeur réduite de cette *même* impédance, vue au travers du transformateur et donc, exprimée dans la base "primaire", est

$$\begin{aligned}
Z_2'^{0/1} &= \frac{\mu^2 Z_2}{Z_{B1}} \\
&= \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}} \right)^2 \frac{Z_2^{0/1} Z_{B2}}{\left(\frac{U_{B1}^2}{S_{B1}} \right)} \\
&= \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}} \right)^2 \frac{\left(\frac{U_{B2}^2}{S_{B2}} \right)}{\left(\frac{U_{B1}^2}{S_{B1}} \right)} Z_2^{0/1} \\
&= \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}} \right)^2 \left(\frac{U_{B2}}{U_{B1}} \right)^2 \left(\frac{S_{B1}}{S_{B2}} \right) Z_2^{0/1}
\end{aligned} \tag{3.5-27}$$

Si la puissance de base est la même au secondaire et au primaire et si les tensions de base sont dans le même rapport que les tensions nominales, l'impédance réduite a la même valeur qu'elle soit vue au primaire ou au secondaire à condition d'être exprimée dans la base adéquate. Le transformateur parfait disparaît du schéma, ce qui simplifie notablement le calcul des réseaux comportant un grand nombre de transformateurs. On verra dans le cours TDEE, la manière d'envisager le cas où le rapport de transformation n'est pas le rapport nominal.

b. Changement de base

On vient de voir que le transformateur parfait disparaissait d'un schéma si la puissance de base était la même au primaire et au secondaire, donc dans tout le réseau. Ceci peut amener à changer la base dans laquelle une impédance est exprimée.

Considérons une impédance Z exprimée par la valeur $Z^{0/1}$ dans la base (U_B, S_B) . Dans la base (U'_B, S'_B) , elle vaut :

$$\begin{aligned}
 Z' &= \frac{Z}{Z_B'} \\
 &= Z^{0/1} \frac{Z_B}{Z_B'} \\
 &= Z^{0/1} \left(\frac{U_B}{U_B'} \right)^2 \frac{S_B'}{S_B}
 \end{aligned}
 \tag{3.5-28}$$

3.6. CONSTRUCTION DES TRANSFORMATEURS

3.6.1. Circuits magnétiques

3.6.2. Enroulements

3.6.3. Isolation

Cf leçon orale et documentation (CDRom)

3.6.4. Refroidissement

3.6.5. Accessoires