

Turbomachines

Bilan énergétique et applications

par **Michel PLUVIOSE**

Professeur honoraire du Conservatoire national des arts et métiers (CNAM)

et **Christelle PÉRILHON**

Maître de conférences

Chaire de turbomachines du CNAM

1. Pertes et bilan énergétique d'une turbomachine	BM 4 283 - 3
1.1 Classification des pertes	— 3
1.2 Analyse des pertes	— 3
1.2.1 Pertes aérodynamiques (ou hydrauliques) dans les canaux	— 3
1.2.2 Pertes par frottement de disque	— 6
1.2.3 Pertes par fuites dans les garnitures d'étanchéité	— 6
1.2.4 Pertes mécaniques	— 7
1.3 Puissance d'une turbomachine	— 8
1.3.1 Puissance externe ou à l'accouplement	— 8
1.3.2 Puissance interne	— 8
1.3.3 Relation entre les puissances externe et interne	— 8
1.3.4 Relation entre la puissance interne et le couple interne	— 8
1.4 Rendement d'une turbomachine de compression	— 8
1.4.1 Rendement global ou externe	— 8
1.4.2 Rendement interne	— 8
1.4.3 Décomposition des rendements	— 9
1.4.4 Calcul des rendements internes, pour une machine génératrice...	— 9
1.4.5 Comparaison des rendements internes polytropique et isentropique	— 10
2. Application à l'étude d'une turbomachine de détente	— 10
2.1 Application des principes de base	— 10
2.1.1 Relations de base pour les turbines	— 11
2.1.2 Détente dans le distributeur	— 11
2.1.3 Détente dans le mobile	— 12
2.2 Définition du degré de réaction	— 14
2.3 Pertes par vitesse restante	— 14
2.4 Définition du rendement aérodynamique d'étage	— 15
2.5 Analyse des détentes sur le diagramme entropique	— 15
2.5.1 Détente polytropique	— 16
2.5.2 Détente isentropique	— 16
2.5.3 Détente isothermique	— 16
2.5.4 Détente réelle	— 16
Pour en savoir plus	Doc. BM 4 284

La puissance réelle absorbée par une machine de compression est toujours supérieure à celle d'une machine parfaite, c'est-à-dire sans pertes, qui fonctionnerait entre les mêmes niveaux de pression. Entre ces mêmes niveaux de pression, une machine de détente fournit une puissance plus faible que celle que l'on serait en droit d'attendre si la machine était parfaite.

Le but de cet article est de faire apparaître l'origine et la nature des pertes qui altèrent l'échange d'énergie dans une turbomachine.

On définit ensuite les rendements qui caractérisent l'importance des pertes sur les transferts énergétiques.

Une application des principes à l'étude d'une turbine axiale conclut cet article ; elle récapitule les notions rappelées ou développées précédemment.

Cet article constitue le dernier volet d'une série consacrée aux turbomachines :

- BM 4 280 - *Turbomachines. Description. Principes de base* ;
- BM 4 281 - *Turbomachines. Mécanisme de la conversion d'énergie* ;
- BM 4 282 - *Turbomachines. Thermodynamique de la conversion d'énergie* ;
- BM 4 283 - *Turbomachines. Bilan énergétique et applications* ;
- Doc. BM 4 284 - *Turbomachines. Pour en savoir plus.*

Notations et symboles	
Symboles	Définitions
$C_{f,d}$	Couple de frottement de disque
C_i	Couple interne
H'_{th}	Hauteur manométrique théorique effective
H_m	Hauteur manométrique
M	Masse molaire
Ma	Nombre de Mach
$P_{f,d}$	Puissance perdue par frottement de disque
P_i	Puissance interne
P_m	Puissance des pertes mécaniques
R	Constante universelle des gaz parfaits
Re	Nombre de Reynolds
S	Entropie massique
S	Surface traversée par le fluide
W_i	Travail interne (massique)
c_p	Capacité thermique massique à pression constante
c_v	Capacité thermique massique à volume constant
f_{ext}	Fuites externes
f_{int}	Fuites internes
g	Accélération de la pesanteur
h	Enthalpie massique
h_i	Enthalpie d'arrêt (massique)
h_{ir}	Enthalpie d'arrêt relative (massique)
k	Exposant de la loi polytropique
l	Longueur caractéristique du canal
p	Pression
q	Chute statique
q_{mi}	Débit interne
q_{mr}	Débit masse traversant la roue
q_{ms}	Débit utile

Notations et symboles	
Symboles	Définitions
r	Constante des gaz parfaits : $r = R/M$
u	Vitesse d'entraînement
v	Vitesse absolue
v_u	Vitesse absolue tangentielle moyenne
w	Vitesse relative
Δf_f	Pertes dans le canal fixe
Δf_r	Pertes dans le canal mobile
$\Delta \pi$	Pertes adiabatiques
γ	c_p/c_v
ε	Hauteur des aspérités
ζ_a	Coefficient des pertes par frottement (à l'adaptation)
ζ_f	Fraction de l'énergie cinétique perdue dans le canal fixe
ζ_i	Coefficient des pertes par incidence
ζ_r	Fraction d'énergie cinétique perdue dans le canal mobile
η_g	Rendement global
η_i	Rendement interne
η_m	Rendement mécanique
μ	Viscosité absolue
ρ	Masse volumique
τ	Travail (ou énergie massique) du fluide
τ_a	Travail sur l'arbre
τ_{ad}	Travail adiabatique
τ_p	Travail polytropique ou travail approché du fluide
τ_S	Travail isentropique
τ_T	Travail isotherme
φ, ψ	Coefficients de ralentissement des vitesses
ω	Vitesse angulaire constante de rotation
$\bar{\omega}$	Poids volumique du fluide ($\bar{\omega} = \rho g$)

1. Pertes et bilan énergétique d'une turbomachine

1.1 Classification des pertes

On peut classer les pertes d'une turbomachine selon deux optiques différentes :

— si l'on considère leur **nature physique**, elles se subdivisent en :

- **pertes aérodynamiques d'aubages** (ou **hydrauliques**), qui ont pour cause essentielle la viscosité du fluide, et qui se manifestent principalement dans tout canal fixe ou mobile par un terme de perte de charge (cf. § 1.2.1),

- **pertes par frottement de disque** (cf. § 1.2.2), dues à la viscosité du fluide, qui sont aussi des pertes aérodynamiques agissant sur les surfaces inactives du rotor,

- **pertes par fuites** (ou **volumétriques**) (cf. § 1.2.3), dues à ce que de faibles fractions du fluide empruntent les passages étroits qu'il faut nécessairement ménager entre le rotor et le stator afin d'éviter des contacts mécaniquement dangereux. Ces fuites suivent de ce fait une évolution particulière. On analysera séparément celles qui traversent les garnitures d'étanchéité et celles qui se produisent aux extrémités libres des aubages mobiles,

- **pertes mécaniques**, qui correspondent à la puissance consommée par les organes (paliers, butée) dont le rôle est de maintenir le rotor en position, ainsi que par les auxiliaires de la machine (pompe à huile de graissage, variateur de vitesse, etc.) ;

— si l'on s'intéresse à la **destination de la quantité d'énergie dissipée**, on est amené à identifier des :

- **pertes internes**, lorsque cette énergie dégradée est recueillie par l'écoulement principal,

- **pertes externes**, lorsqu'elle échappe à ce dernier ;

— en **combinant ces deux points de vue**, on constate que :

- les pertes aérodynamiques dans les aubages et les frottements de disque sont de nature interne,

- les fuites se partagent entre pertes internes, lorsque les fractions de fluide en cause rejoignent le débit utile, et pertes externes si elles quittent la machine,

- les pertes mécaniques sont en principe externes, sauf exceptionnellement pour les paliers se lubrifiant d'eux-mêmes dans le fluide de la turbomachine.

1.2 Analyse des pertes

1.2.1 Pertes aérodynamiques (ou hydrauliques) dans les canaux

Elles affectent non seulement les couronnes (ou grilles) d'aubages fixes et mobiles, mais aussi les passages qui guident le fluide à l'entrée et à la sortie de l'appareil, ou encore qui relient deux étages successifs.

On les exprime sous la forme d'une fraction ζ de l'énergie cinétique associée à une vitesse de référence prise en un point donné du canal :

— dans un canal fixe :

$$\Delta f_f = \zeta_f \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

avec Δf_f perte dans le canal fixe,

v vitesse absolue ;

— dans un canal mobile :

$$\Delta f_r = \zeta_r \frac{w^2}{2} \quad (2)$$

avec Δf_r perte dans le canal mobile,

w vitesse relative.

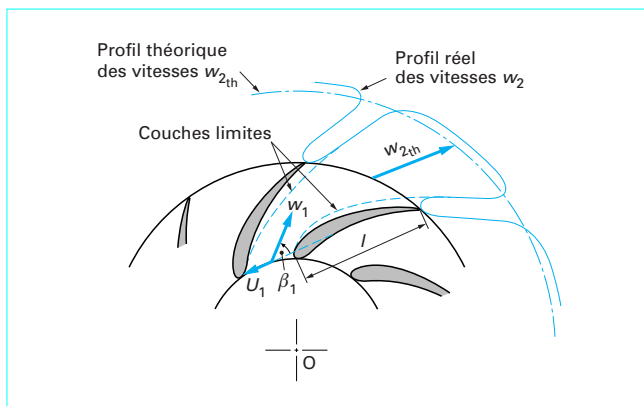


Figure 1 – Pertes dans un canal mobile de roue centrifuge

Dans le cas d'une grille d'aubages, on retient le plus souvent la vitesse théorique qui s'établirait à la sortie de la grille si l'écoulement était monodimensionnel et sans pertes.

À titre d'exemple, on a fait apparaître sur la figure 1, représentant la couronne d'aubages mobiles d'une cellule centrifuge, le profil des vitesses réelles à la sortie de la roue, qui présente des zones de ralentissement correspondant aux sillages des aubes. Dans l'écoulement monodimensionnel moyen dépourvu de pertes, la vitesse de sortie théorique aurait la valeur w_{2th} de sorte que l'on écrit :

$$\Delta f_r = \zeta_r \frac{w_{2th}^2}{2}$$

Selon les lois générales de la mécanique des fluides, les facteurs physiques qui déterminent le coefficient ζ sont :

- les frottements ;
- les décollements (cf. [BM 4 281] figure 12) ;
- la proximité ou le dépassement de la vitesse du son ;
- la turbulence de l'écoulement ;
- l'hétérogénéité du fluide.

1.2.1.1 Pertes par frottement

Ces pertes aérodynamiques dues au frottement sont liées :

- à la forme du canal ;
- à l'angle d'entrée du fluide dans le canal ;
- au nombre de Reynolds de l'écoulement ;
- à la rugosité.

■ Influence de la forme géométrique du canal

Ces pertes sont surtout dues aux proportions relatives considérées dans les trois dimensions [10] [12] [15] (cf. [Doc. BM 4 284]).

■ Influence de l'angle d'entrée dans les grilles fixes et mobiles

Le coefficient de pertes ζ d'une grille présente une sensibilité plus ou moins marquée à l'angle d'entrée.

Toutes choses égales par ailleurs, on observe (figure 2) un minimum ζ_a pour une valeur particulière de l'angle d'entrée qui correspond, à quelques degrés près, à l'orientation du nez de l'aubage, matérialisée par la tangente au squelette (ou ligne moyenne) du profil telle que l'on peut la construire au bord d'attaque (cf. figure 2a). De part et d'autre de cet **angle optimal** β_{1a} , dit **d'adaptation**, les pertes augmentent de façon dissymétrique (cf. figure 2b). Elles varient plus lentement lorsque le fluide vient frapper la face du profil qui, dans les conditions d'adaptation, se trouve naturellement en dépression ; cette situation se produit, dans l'exemple traité pour $\beta_1 > \beta_{1a}$. Par contre, elles croissent plus

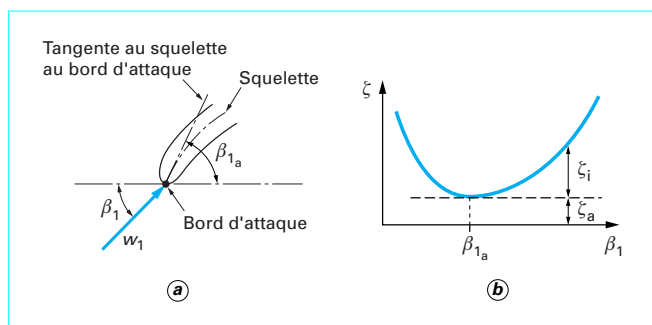


Figure 2 – Variation du coefficient de pertes d'une grille mobile en fonction de l'angle d'entrée

rapidement lorsque le fluide frappe la face opposée, ce qui accroît la dépression sur la première face ; pour la grille considérée, cette tendance se manifeste pour $\beta_1 < \beta_{1a}$. Ces variations sont en accord avec le fait que toute dépression s'accompagne, en écoulement subsonique, d'une sur vitesse locale, dont l'intensité influe directement sur le niveau des pertes.

Par conséquent, lors de la conception d'une turbomachine, on dessine les grilles d'aubes de manière qu'au régime nominal de l'appareil, qui doit bénéficier du meilleur rendement possible, ces grilles fonctionnent au voisinage immédiat de leur adaptation ($\beta_1 = \beta_{1a}$). À l'occasion des régimes variés, l'écoulement se modifie et l'angle β_1 s'écarte inévitablement de sa valeur optimale au prix de pertes supplémentaires qui sont dites **par incidence** ou **par désadaptation** ; on dit aussi parfois **pertes par choc**.

Quantitativement, l'**incidence** se mesure par l'angle $\beta_1 - \beta_{1a}$.

Pour faciliter l'analyse des régimes variés, il peut s'avérer utile de décomposer le coefficient de pertes d'une grille en deux termes (figure 2) :

$$\zeta = \zeta_a + \zeta_i$$

avec ζ_a coefficient de base des pertes par frottement (à l'adaptation),

ζ_i coefficient des pertes par incidence.

■ Influence du nombre de Reynolds et de la rugosité

● Le **nombre de Reynolds** Re gouverne la contribution des effets visqueux. Il comprend :

- la masse volumique ρ du fluide et sa viscosité absolue μ (évaluées en un point donné si le milieu est compressible) ;
- la vitesse de référence ;
- une longueur caractéristique du canal l , qui, dans le cas d'une grille, est en général la corde du profil.

● La **rugosité des parois** est définie comme le rapport de la hauteur ϵ des aspérités laissées par le procédé de fabrication, à la longueur caractéristique du canal, l .

Ces deux paramètres contrôlent le développement des couches limites sur les parois des canaux selon un mécanisme analogue à celui bien connu qui se produit le long d'une plaque plane parcourue par un écoulement initialement uniforme.

— En partant d'un faible nombre de Reynolds, on constate qu'il se crée d'abord (figure 3) une couche limite entièrement laminaire. Puis en augmentant le nombre de Reynolds Re , on voit apparaître, au-dessus de la couche laminaire, une zone turbulente d'abord peu développée qui prend naissance en un point T appelé point de transition. Pour des nombres de Reynolds toujours croissants, T se déplace vers l'amont en même temps que la couche turbulente gagne en importance et que, par contre, la couche laminaire sous-jacente s'amincit et perd en partie son caractère strictement laminaire. Cette phase, pendant laquelle le point T remonte le long de la plaque, correspond aux **régimes dits de transition**.

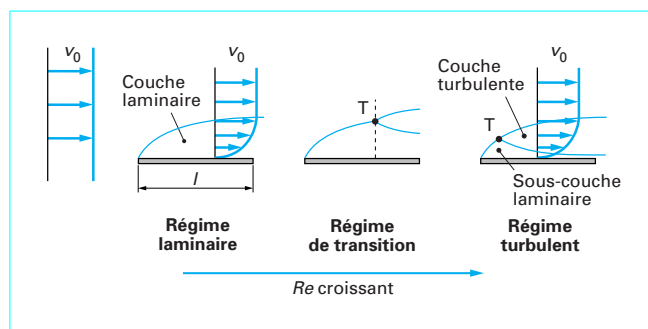


Figure 3 – Régimes de la couche limite sur une plaque plane

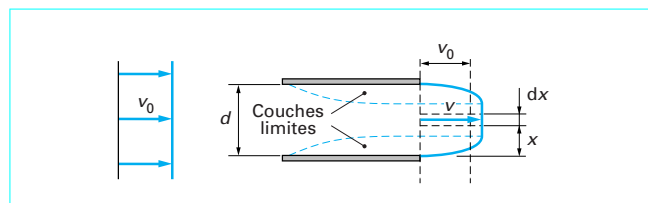


Figure 4 – Canal délimité par deux plaques planes parallèles

Au-delà d'un certain nombre de Reynolds, le point T reste fixé au voisinage immédiat du bord d'entrée. La couche limite est entièrement turbulente, à l'exception d'une mince sous-couche laminaire dont l'épaisseur décroît lorsque Re continue à augmenter.

Pour expliquer simplement comment ces phénomènes agissent sur les pertes d'un canal de turbomachine, on peut grossièrement assimiler celui-ci à deux plaques planes parallèles de longueur l , séparées par une distance d et entre lesquelles circule un débit-masse de fluide q_m (figure 4). Ce canal possède un coefficient de pertes ζ tel que :

$$1 - \zeta = \frac{\int_0^d v^2 dq_m}{v_0^2 q_m}$$

avec dq_m débit-masse élémentaire passant entre deux filets distants de dx .

— Sur la figure 5a) sont représentées les variations de ζ , pour une rugosité ϵ/l donnée, en fonction du nombre de Reynolds :

$$Re = \rho \frac{v_0 l}{\mu}$$

- En **régime laminaire**, ζ décroît comme $Re^{-0.5}$.
- Dans le domaine des **régimes turbulents**, on constate deux comportements possibles des couches limites, qui caractérisent l'évolution de ζ .

À partir de $Re = Re_1$, point qui représente la fin du régime de transition, le régime est dit **turbulent lisse** car la rugosité n'a pas encore d'influence sur le niveau des pertes ; ζ suit une loi de la forme $Re^{-0.20}$ tant que l'épaisseur h de la sous-couche laminaire reste supérieure à environ 3ϵ , ce qui a lieu jusqu'à $Re = Re_2$. Pour des nombres de Reynolds plus grands, on pénètre dans le domaine **turbulent rugueux** où la courbe représentative de ζ se redresse pour tendre vers une valeur asymptotique constante, pratiquement atteinte lorsque h est devenue inférieure à, environ $\epsilon/8$. À ce dernier stade, les aspérités émergent sur la presque totalité de leur hauteur dans la couche turbulente et déterminent à elles seules l'importance des pertes.

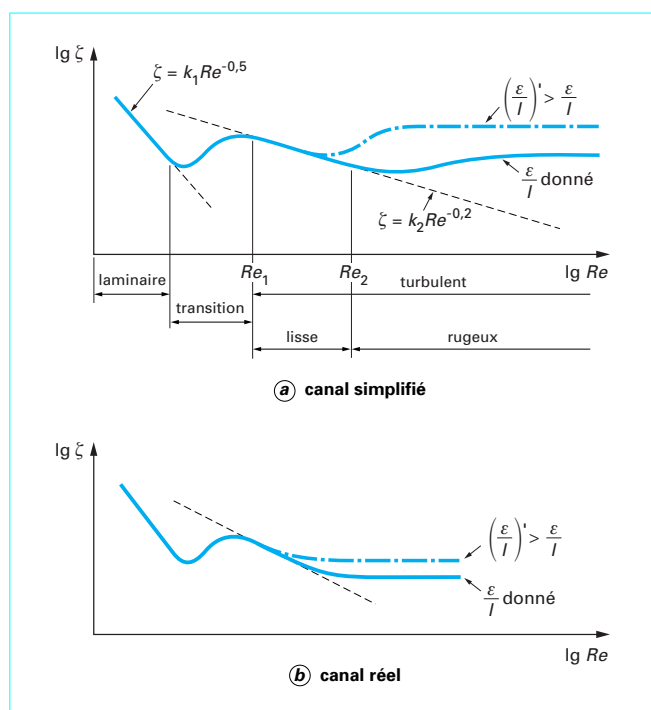


Figure 5 - Coefficient de pertes d'un canal en fonction du nombre de Reynolds

- Pour une rugosité plus forte, le régime rugueux apparaît plus tôt dans l'échelle des nombres de Reynolds et génère des pertes plus élevées.

À noter que Re_1 dépend notablement de la turbulence amont et diminue lorsque celle-ci augmente.

- Bien que simple, ce modèle met en lumière les **principaux caractères des pertes aérodynamiques dans une turbomachine**, mais appelle certains **commentaires** :

- la plupart des turbomachines fonctionnent dans le domaine turbulent, où le coefficient de pertes est peu sensible au nombre de Reynolds, jusqu'à même devenir constant en régime rugueux. Cela justifie l'hypothèse simplificatrice couramment utilisée selon laquelle, pour un angle d'entrée donné, les pertes par frottement d'un canal varient comme le carré de la vitesse d'écoulement ;

- en réalité, plusieurs effets viennent compliquer notablement le comportement des couches limites :

- en supposant, en première approximation, que l'écoulement reste bidimensionnel dans le canal, la pression et la vitesse suivent des lois différentes le long de l'intrados et de l'extrados, qui constituent les parois actives. Cette différence tend à créer une couche limite plus épaisse sur la face en dépression,
- il faut aussi prendre en considération les couches limites des parois inactives formant le plancher et le plafond du canal. Le champ des pressions, de nature tridimensionnelle, et celui des forces d'inertie provoquent dans ce système complexe des dérapages et des vrillages connus sous le nom d'**écoulements secondaires**, essentiellement turbulents,
- toutefois, ces phénomènes ne changent pas, dans son allure générale, la variation du coefficient de pertes en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité (figure 5b) sinon que la fin du régime turbulent lisse et le début du régime rugueux se fondent en une évolution douce car ces deux états existent simultanément en des endroits différents du canal ;

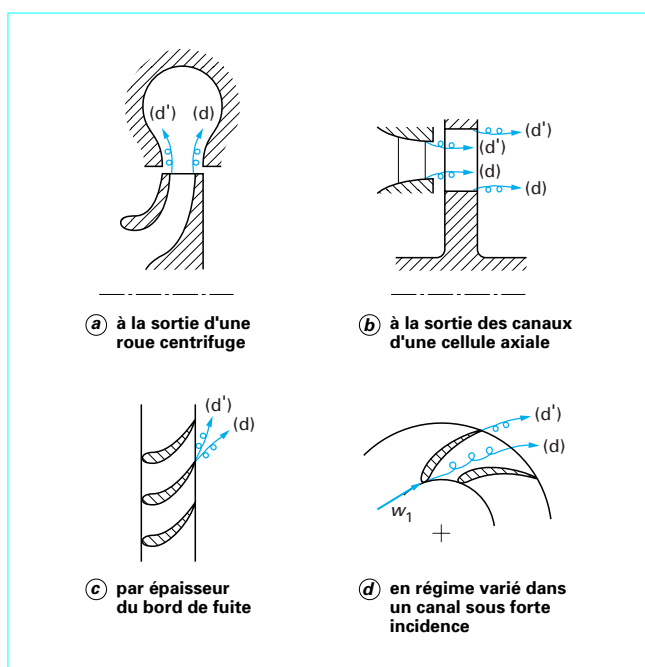


Figure 6 - Exemples de décollements

- l'analyse qui précède s'applique essentiellement à une grille en état d'adaptation. Lorsque l'incidence augmente, par valeurs positives ou négatives, le caractère turbulent des couches limites s'accroît et le nombre de Reynolds Re_1 diminue jusqu'à disparition presque complète du domaine de transition. On assiste enfin, pour les fortes incidences, à un décollement, représenté sur la figure 6d qui s'accompagne de pertes très importantes.

1.2.1.2 Pertes par décollement

Il y a **décollement** chaque fois que le fluide se détache d'une paroi, ce qui lui est imposé :

- sur le bord aval de toute surface servant de plancher ou de plafond à un canal fixe ou mobile (cf. figure 6a et b) ;

- à l'extrémité des aubages car, pour des raisons de solidité mécanique, leur bord de fuite possède nécessairement une certaine épaisseur, qui s'oppose à la confluence des deux filets provenant respectivement de l'intrados et de l'extrados (figure 6c).

Il s'agit là d'imperfections inévitables. Mais des décollements peuvent aussi se produire dans certains canaux ou passages en tant que conséquences d'un tracé défectueux et, comme déjà mentionné, dans les régimes variés (voir paragraphe 2.2 de l'article [BM 4 281]) ou lorsque les aubages sont attaqués sous une grande incidence (figure 6d).

Aérodynamiquement, ces phénomènes s'apparentent à ceux déclenchés par une contraction ou un évasement brusque. On sait que les pertes ainsi créées sont pratiquement indépendantes du nombre de Reynolds et varient donc, selon les expressions (1) et (2), comme le carré de la vitesse du fluide.

1.2.1.3 Pertes liées aux écoulements transsoniques et supersoniques

Le **nombre de Mach** Ma prend en compte l'influence de la compressibilité du fluide ; il est égal au rapport d'une vitesse de référence à la célérité du son en un point défini du canal.

Lorsque la vitesse moyenne du fluide s'approche de la célérité du son ou la dépasse, toute survitesse locale à la surface d'une paroi se traduit par une poche supersonique bordée en aval par un fort gradient de recompression qui fait grossir la couche limite et provoque le plus souvent son décollement.

Outre cet effet qui ne fait qu'aggraver les pertes par frottement, les écoulements supersoniques engendrent des irréversibilités par onde de choc qui leur sont bien spécifiques.

S'ajoutant à la compressibilité du fluide, qui agit déjà sur le champ des vitesses théoriques, ces différents phénomènes font du coefficient de pertes ζ une fonction directe du nombre de Mach dès que celui-ci excède la valeur de 0,8.

1.2.1.4 Pertes par turbulence

La turbulence en amont est, d'après les lois de la statistique, le rapport entre la racine des carrés des moyennes des fluctuations de vitesse et la vitesse moyenne de l'écoulement ; elle échappe aux actions du constructeur. Cette intensité atteint une valeur de l'ordre de 5 à 10 % à l'intérieur d'une turbomachine et des valeurs beaucoup plus importantes (jusqu'à 30 %) dans le cas de machines soumises aux actions du vent atmosphérique.

Les pertes par turbulence sont encore difficilement appréhendées industriellement, et font aujourd'hui l'objet de développements numériques importants. Par ailleurs, les résultats expérimentaux publiés dans de nombreux ouvrages mentionnent rarement l'intensité de la turbulence, donc son effet sur les pertes.

1.2.1.5 Pertes par hétérogénéité du fluide

Le fluide peut être hétérogène par la présence de corps en suspension ou peut le devenir par changement de phase (le plus souvent avec apparition d'un mélange liquide-vapeur) ou, s'il est liquide, par dégagement de gaz dissous.

Du fait de leur écart de densité, les éléments de volume présentant une nature différente acquièrent des vitesses inégales et ne suivent plus les mêmes trajectoires. En conséquence, des pertes apparaissent, d'une part, parce que le transfert d'énergie entre le rotor et l'un au moins des constituants du milieu s'effectue d'une manière aérodynamiquement désadaptée et, d'autre part, mais à un moindre degré, à cause des frottements qui résultent de la traînée du constituant le plus lent. Enfin, il peut se produire un retard aux changements de phase, responsable d'une perte complémentaire par irréversibilité thermodynamique.

À titre d'exemples, on citera :

- la **cavitation**, c'est-à-dire les troubles graves dont souffrent les machines hydrauliques lorsque le liquide entre en ébullition ;
- les **pertes par humidité**, qui se manifestent dans les turbines à vapeur quand la détente pénètre dans le domaine d'équilibre liquide-vapeur et que des gouttelettes de condensation se forment et interfèrent avec la phase gazeuse.

1.2.1.6 Pertes aérodynamiques globales

Bien qu'elles tirent leur origine de plusieurs mécanismes, parmi lesquels le frottement visqueux aux parois joue toutefois un rôle prépondérant, on regroupe les pertes aérodynamiques de chaque canal dans une expression de la forme (1) ou (2) de sorte qu'un étage donné se trouve finalement affecté par un total de pertes $\Sigma \Delta f$:

$$\Sigma \Delta f = \Delta f_f + \Delta f_r + \Sigma \Delta f_p \quad (3)$$

où les quantités du second membre lues dans l'ordre désignent respectivement toutes les pertes qui se produisent dans les aubages fixes (Δf_f), dans les aubages mobiles (Δf_r) et dans les autres passages de la cellule (Δf_p).

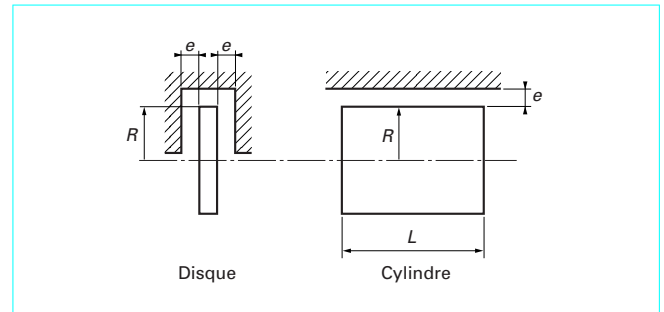


Figure 7 - Pertes par frottement de disque

1.2.2 Pertes par frottement de disque

Si l'on se réfère au cas idéal d'un **disque** de rayon R (figure 7) tournant à la vitesse périphérique u dans un milieu de masse volumique ρ , un calcul simple d'analyse dimensionnelle montre que la puissance consommée est de la forme :

$$P_{f,d} = k \rho u^3 R^2 \quad (4)$$

où le coefficient k , issu de l'expérience, dépend du nombre de Reynolds $Re = \rho u R / \mu$, du rapport e/R (e désignant la distance qui sépare le disque et le stator) et, enfin, de la rugosité du disque.

La surface externe d'un **cylindre** de longueur L , dissipe une puissance qui, de façon semblable, s'écrit, en l'admettant proportionnelle à L :

$$P_{f,d} = k' \rho u^3 R L \quad (5)$$

où k' est fonction des mêmes grandeurs que le coefficient k d'un disque.

Malgré la forme complexe de certains rotors, leur décomposition en éléments assimilables à des disques et à des cylindres suffit généralement pour évaluer de manière satisfaisante la puissance consommée par le frottement de leur surface extérieure dans le milieu ambiant, car celle-ci n'excède jamais une faible fraction de la puissance utile de la machine.

Les frottements de disque appartiennent aux pertes aérodynamiques internes puisque l'énergie dégradée de leur fait est généralement balayée par une fuite qui réintègre ensuite l'écoulement dans la machine.

Ce n'est que dans des cas très particuliers, comme celui par exemple de certaines pompes multicellulaires dont le tambour d'équilibrage est volontairement balayé par un débit renvoyé vers l'extérieur, que la fraction correspondante doit être traitée comme une perte externe.

1.2.3 Pertes par fuites dans les garnitures d'étanchéité

Une cause de pertes internes également importante provient des fuites internes. Les barrages prévus entre rotor et stator, tout en limitant la quantité de fluide détournée, en laisse passer une partie qu'il ne faut pas négliger dans les bilans.

Une certaine quantité de fluide peut s'échapper vers l'extérieur provoquant une perte externe. Il y a alors lieu de distinguer deux éventualités :

- si la fuite se produit avant que le fluide ait pu échanger de l'énergie avec le rotor, on dira qu'il s'agit d'une **fuite externe de première espèce** ;
- si la fuite a lieu après l'échange d'énergie, on dira qu'il s'agit d'une **fuite externe de seconde espèce**.

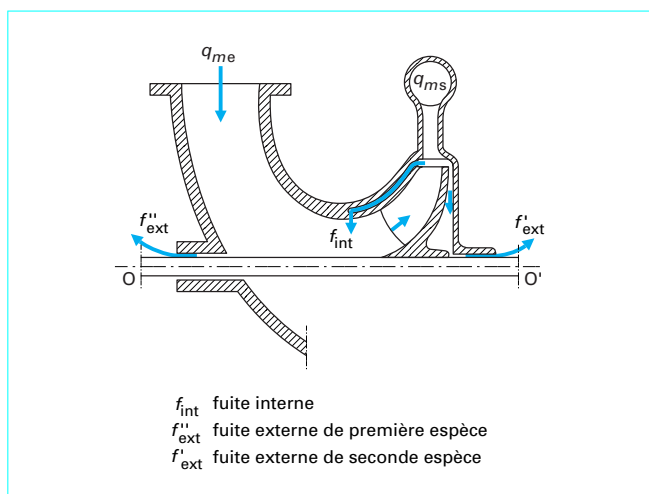


Figure 8 – Fuites d’une machine génératrice monocellulaire

1.2.3.1 Turbomachines monocellulaires

■ Machines génératrices

Considérons une machine génératrice monocellulaire, par exemple un compresseur (figure 8).

● Pour limiter la **fuite interne** f'_{int} , inévitable le long du barrage à l’ouïe, fuite qui retourne dans le débit aspiré par la roue, un dispositif spécial est prévu à cet endroit (chicanes, léchettes).

Cette fuite, avant d’atteindre le dispositif, balaye l’énergie de frottement du flasque. Quand elle rejoint le débit utile q_{me} de fluide qui a pénétré par la bride amont, son enthalpie est supérieure à celle de q_{me} pour deux raisons :

- son passage antérieur dans la roue, dans laquelle elle a reçu de l’énergie par l’arbre ;
- le balayage de l’énergie de frottement du flasque avant.

Le mélange qui se présente à l’ouïe, au bord d’attaque des aubages de la roue, possède donc une enthalpie un peu supérieure à ce qu’elle serait en l’absence de la fuite.

Il en résulte une augmentation de la puissance sur la jante de la roue, toutes choses étant égales par ailleurs. La perte interne correspondante provient donc de deux faits :

- la roue échange de la puissance avec une quantité inutile de fluide ;
- la puissance spécifique absorbée traversant la roue est augmentée.

● Par ailleurs, cette turbomachine est munie sur l’arbre, à l’arrière de la roue, de léchettes de labyrinthes limitant la fuite de fluide f''_{ext} vers l’atmosphère. Comme il est naturel de rapporter la puissance absorbée par le rotor au débit utile q_{ms} traversant la bride de refoulement, son existence, du point de vue du rendement, constitue une perte, il s’agit d’une perte externe de seconde espèce.

● En résumé :

- la fuite interne f'_{int} provoque une perte due à sa compression inutile dans le rotor ;
- la compression dans la roue, partant d’une enthalpie plus élevée que celle du fluide aspiré, il en résulte une seconde perte ;
- la fuite externe f''_{ext} provoque une perte correspondant à sa compression inutile.

Bien entendu, des cas beaucoup plus complexes peuvent se présenter qui demandent une analyse spécifique. C’est le cas, par exemple, lorsqu’il existe des chambres intermédiaires faisant office de *by-pass* pour équilibrer les poussées axiales.

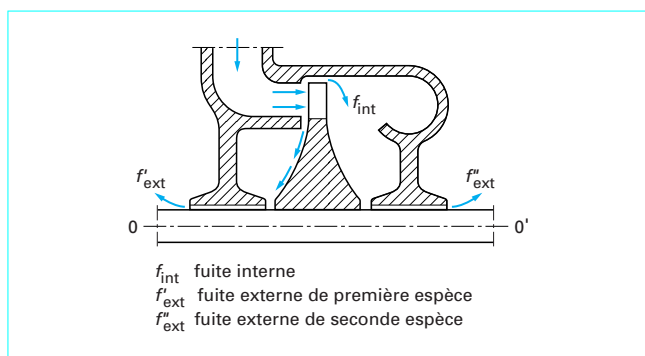


Figure 9 – Fuites d’une machine réceptrice monocellulaire

■ Machines réceptrices

Considérons une machine réceptrice monocellulaire dont la pression à l’échappement est supérieure à la pression atmosphérique (figure 9), on retrouve :

- une fuite interne f'_{int} à la périphérie de la roue ;
- une fuite externe f'_{ext} de première espèce le long de l’arbre du côté admission ;
- une fuite externe f''_{ext} de seconde espèce le long de l’arbre du côté échappement.

1.2.3.2 Turbomachines multicellulaires

Les fuites sont alors de natures diverses et dépendent des technologies de construction.

Leur influence sur le bilan énergétique est plus ou moins aisée à déterminer. Le calcul des débits de fuite présuppose, en effet, la connaissance des conditions de pression, en particulier, en tout point où a lieu le piquage ou la réinjection. Et ces prélèvements de débit et leur réintroduction dans la veine créent des perturbations locales dont la prise en compte est délicate à appréhender.

Notons également qu’il existe parfois des fuites consenties, c’est le cas par exemple des fuites alimentant des aubages de turbines à gaz ou de réacteurs aéronautiques qui doivent être refroidis. Il faut absolument tenir compte, même imparfaitement, de ces fuites qui finissent par avoir une importance sur le bilan de l’installation à laquelle appartient la turbomachine.

1.2.4 Pertes mécaniques

Les pertes mécaniques représentent la somme des puissances consommées par tous les organes étrangers à l’écoulement principal, mais cependant nécessaires au fonctionnement de la turbomachine, c’est-à-dire :

- les paliers et la butée du rotor ;
- le variateur de vitesse, qu’il soit à engrenages ou du type hydraulique, lorsqu’il en existe un entre la turbomachine et l’appareil moteur ou résistant qui lui est accouplé ;
- les auxiliaires, qu’ils soient directement entraînés ou non, comme, par exemple, la pompe à huile de graissage, la pompe alimentant éventuellement des organes hydrauliques de réglage, ou encore le ventilateur d’aspiration des buées sur une turbine à vapeur ;
- le piston d’équilibrage de certaines pompes, dans le cas peu fréquent où sa puissance de frottement est évacuée par une fuite externe.

La somme, P_m , de ces puissances, constitue naturellement une perte externe, à la seule exception de la puissance des paliers dans le cas rare où ils se lubrifient d’eux-mêmes dans le fluide de la turbomachine.

1.3 Puissance d'une turbomachine

1.3.1 Puissance externe ou à l'accouplement

L'accouplement concrétise la frontière entre la turbomachine et l'appareil, moteur ou résistant, avec lequel elle échange de l'énergie mécanique. Par unité de temps, cette énergie est égale à la puissance P .

Dans le cas de la machine génératrice de la figure 8 par exemple, on a :

$$P = (q_{ms} + f_{int} + f'_{ext}) \tau_a + P_{f,d} + P_m$$

ou encore :

$$P = q_{mr} \tau_a + P_{f,d} + P_m$$

La couronne d'aubages mobiles fournissant le travail sur l'arbre τ_a est traversée par le débit massique roue q_{mr} .

1.3.2 Puissance interne

C'est la puissance P_i échangée entre le rotor et le fluide à l'intérieur de la turbomachine. Reprenons le cas précédent, il vient :

$$P_i = (q_{ms} + f_{int} + f'_{ext}) \tau_a + P_{f,d} \quad (6)$$

ou :

$$P_i = q_{mr} \tau_a + P_{f,d}$$

D'autre part, d'après la définition du travail interne W_i , et du débit interne relatif à l'ensemble de la machine q_{mi} :

$$P_i = W_i \cdot q_{mi} \quad (7)$$

On sait que, pour toute machine thermiquement isolée, W_i se mesure, selon le Premier Principe de la thermodynamique, par la variation d'enthalpie d'arrêt (cf. [BM 4 282]) :

$$W_i = \Delta h_i$$

soit encore :

$$P_i = q_{mi} \cdot \Delta h_i$$

Ces deux méthodes de définition de la puissance interne (6) et (7) conduisent, bien entendu, au même résultat et peuvent être regroupées. Selon que l'on utilise l'une ou l'autre de ces relations, les niveaux enthalpiques à l'entrée de la roue, en particulier, seront différents [7] [15].

1.3.3 Relation entre les puissances externe et interne

La relation entre les puissances externe et interne s'écrit pour une machine génératrice :

$$P_i = P - P_m \quad (8)$$

avec P_m pertes mécaniques.

1.3.4 Relation entre la puissance interne et le couple interne

Selon la définition du couple interne ($C_i = C + C_{f,d}$; cf. [BM 4 281] § 3.1), on a :

$$P_i = \omega C_i \quad (9)$$

avec ω vitesse angulaire de rotation.

Le couple C exercé sur les aubages mobiles et qui constitue la majeure partie du couple interne C_i peut, en principe, être calculé en utilisant le théorème d'Euler appliqué au champ réel des vitesses, à condition que ce dernier tienne compte non seulement des pertes aérodynamiques mais aussi des perturbations dues aux fuites, que l'on ne sait pas bien représenter dans l'état actuel des connaissances.

C'est pourquoi il subsistera une très légère différence entre la valeur de $C_i = P_i/\omega$ issue du bilan énergétique et celle calculée par la relation $C_i = C + C_{f,d}$, où $C_{f,d}$ est le couple de frottement de disque.

1.4 Rendement d'une turbomachine de compression

1.4.1 Rendement global ou externe

Le rendement global (ou externe) compare la puissance utilement recueillie à celle globalement consommée dans le transfert énergétique.

À cet égard, une machine génératrice consomme la puissance externe P alors que le débit sortant de fluide q_{ms} , mis à la disposition de l'utilisateur, reçoit la puissance τq_{ms} où τ est le travail.

D'où les expressions du rendement global η_g :

— pour une machine de compression à fluide compressible :

$$\eta_g = \frac{\tau q_{ms}}{P} \quad (10)$$

— pour une machine de compression à fluide incompressible, cette expression devient, en utilisant la relation (35) de l'article [BM 4 281] (§ 4.2.2) c'est-à-dire :

$$\tau = g H_m$$

$$\eta_g = \frac{\varpi q_{\vartheta s} H_m}{P}$$

avec H_m hauteur manométrique,
 ϖ poids volumique du fluide ($\varpi = \rho g$),
 $q_{\vartheta s}$ débit volumique utile,
 g accélération de la pesanteur.

Lorsque le fluide est compressible, il faut nécessairement préciser la voie thermodynamique qui est suivie par la machine réversible de référence et qui sert à évaluer τ . Pour cette raison, on ajoute au rendement global l'un des qualificatifs : polytropique, isentropique ou isotherme, selon que τ s'identifie respectivement à τ_p , τ_s ou τ_T (cf. [BM 4 282]).

Le rendement global isotherme $\eta_{g,T}$ n'est en pratique utilisé que pour les compresseurs à réfrigération externe, où l'on cherche à réduire la puissance consommée en se rapprochant d'une évolution isotherme. Pour cela, la compression est fractionnée en plusieurs étapes, chacune effectuée dans un corps de compresseur thermiquement isolé, et, entre deux étapes, le fluide est ramené à sa température initiale par un réfrigérant extérieur. La puissance P qui figure dans l'expression de $\eta_{g,T}$ est donc la somme des puissances externes des corps de compresseurs en général accouplés en série sur un même arbre.

1.4.2 Rendement interne

Le rendement interne compare la puissance d'une machine réversible qui véhiculerait le même débit interne q_{mi} que la machine réelle à la puissance interne de cette machine réelle, ou encore, par élimination de q_{mi} , le travail réversible τ au travail interne de la machine réelle W_i .

D'où les expressions du rendement interne η_i comportant au numérateur l'énergie recueillie et au dénominateur celle qui est dépensée :

— pour une machine de compression à fluide compressible :

$$\eta_i = \frac{\tau}{W_i} \quad (11)$$

— pour une machine de compression à fluide incompressible :

$$\eta_i = \frac{H_m}{H'_{th}}$$

avec H'_{th} hauteur théorique effective tenant compte des frottements de disque.

Par sa nature même, le rendement interne recense la totalité des pertes internes.

Comme ce rendement ne s'applique qu'à des **corps de machine théoriquement isolés**, ou à des étages pris séparément, il n'existe, pour les appareils à fluide compressible, que sous les formes polytropique ou isentropique selon le mode d'évaluation de τ (réversible).

1.4.3 Décomposition des rendements

Récapitulons d'abord les différents rendements, pour une machine de compression à fluide compressible :

— le **rendement global** (10) s'écrit :

$$\eta_g = \frac{\tau q_{ms}}{P}$$

— le **rendement interne**, η_i , (11) est défini par :

$$\eta_i = \frac{\tau}{W_i}$$

— le **rendement mécanique**, η_m , est défini par :

$$\eta_m = \frac{P_i}{P} = 1 - \frac{P_m}{P} \quad (12)$$

— le **rendement volumétrique externe** (ou de fuite externe) $\eta_{f'_{ext}}$. On se réfère au débit utile q_{ms} sortant de la bride de refoulement, pour une machine génératrice, de sorte que :

$$q_{mi} = q_{ms} + f'_{ext}$$

avec q_{mi} débit interne participant au transfert d'énergie,
 q_{ms} débit utile à la bride de refoulement,
 f'_{ext} débit de fuite externe qui s'échappe en aval de la roue, dans une machine génératrice.

Il vient :

$$\eta_{f'_{ext}} = \frac{q_{ms}}{q_{mi}} = 1 - \frac{f'_{ext}}{q_{mi}} \quad (13)$$

On vérifie, *a posteriori*, que le rendement global est le produit des trois rendements partiels :

$$\eta_g = \eta_m \cdot \eta_{f'_{ext}} \cdot \eta_i \quad (14)$$

Mais, en particulier pour les machines multiétages, les pertes par frottements de disques et les pertes par fuites modifiant l'état moyen du fluide à l'entrée de chaque organe, il est souvent difficile de distinguer chacun de ces rendements.

Par exemple, la difficulté de définir un rendement volumétrique provient d'une part des échanges d'énergie thermique entre les fuites et l'écoulement principal, et d'autre part de la prise en compte délicate de la perte d'énergie mécanique due à cette fuite.

1.4.4 Calcul des rendements internes pour une machine génératrice

Il suffit, si le fluide est incompressible, d'appliquer la définition, alors que le cas des fluides compressibles appelle d'autres considérations.

1.4.4.1 Rendement interne polytropique

Pour un gaz quelconque, le travail polytropique τ_p et le travail interne W_i s'évaluent respectivement à l'aide des expressions (2) et (13) de l'article [BM 4 282].

Par contre, dans le cas d'un **gaz parfait** et en utilisant les conditions d'arrêt isentropiques, on sait, selon l'équation (16) de l'article [BM 4 282] que :

$$\tau_p = \frac{k}{k-1} r (T_{i,f} - T_{i,0})$$

avec k exposant de la loi polytropique $p v^k = cte$ (cf. [BM 4 282] § 3.2),

$T_{i,f}$ température d'arrêt à l'état final,

$T_{i,0}$ température d'arrêt à l'état initial,

alors que :

$$W_i = \Delta h_i = c_p (T_{i,f} - T_{i,0}) = \frac{\gamma}{\gamma-1} r (T_{i,f} - T_{i,0})$$

avec c_p capacité thermique massique à pression constante,

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ où c_v capacité thermique massique à volume constant,

r constante des gaz parfaits : $r = \frac{R}{M}$ où R est la constante universelle des gaz parfaits et M la masse molaire,

Donc le rendement interne polytropique est :

$$\eta_{i,p} = \frac{\frac{k}{(k-1)}}{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}} \quad (15)$$

Il faut prendre garde que l'exposant k est celui de la fonction polytropique qui passe par les états totaux, initial et final, de sorte que :

$$\frac{k-1}{k} = \frac{\ln\left(\frac{T_{i,f}}{T_{i,0}}\right)}{\ln\left(\frac{P_{i,f}}{P_{i,0}}\right)}$$

avec $P_{i,f}$ pression d'arrêt finale,
 $P_{i,0}$ pression d'arrêt initiale.

Remarque : si, au lieu d'être parfaitement isolée thermiquement, la machine cède une légère quantité de chaleur vers l'extérieur, l'évaluation du travail interne W_i par la relation (2) de l'article [BM 4 282] comme la relation (15) conduisent à une estimation par excès de $\eta_{i,p}$.

1.4.4.2 Rendement interne par rapport à l'isentropique (ou rendement interne adiabatique)

■ Cas d'un fluide quelconque

Le travail isentropique, τ_S , et W_i sont calculés grâce au Premier Principe (cf. [BM 4 282] § 3.3), d'où :

$$\eta_{i,S} = \frac{h_{i,f'} - h_{i,0}}{h_{i,f} - h_{i,0}} = \frac{h_{f'} - h_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2}}{h_f - h_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2}} \quad (16)$$

avec f état final réel,

f' état final dans le cas d'une évolution isentropique.

■ Cas d'un gaz parfait

Il existe une légère variation de la capacité thermique massique à pression constante c_p , en fonction de la température, on pose alors $\Delta h = c_p \Delta T$, d'où :

$$\eta_{i,S} = \frac{c_{p\text{moy}0}^{f'}(T_{i,f'} - T_{i,0})}{c_{p\text{moy}0}^f(T_{i,f} - T_{i,0})} \approx \frac{(T_{i,f'} - T_{i,0})}{(T_{i,f} - T_{i,0})} \quad (17)$$

Ces formules sont, par contre, tout à fait exactes, dans le cas d'un gaz idéal parfait, pour lequel c_p serait constant.

1.4.5 Comparaison des rendements internes polytropique et isentropique

1.4.5.1 Valeurs relatives

Pour une machine de compression :

$$\tau_p > \tau_S, \text{ donc : } \eta_p > \eta_S$$

1.4.5.2 Signification physique du rendement interne polytropique

■ Étant donné que la différence $\tau_p - W_i$ mesure les pertes internes, à la seule imperfection près que τ_p constitue une approximation du travail réversible τ du fluide, seul le rendement interne polytropique η_p , qui compare τ_p et W_i a le mérite de jouer le rôle d'un **rendement vrai**.

À cette qualité fondamentale, il doit d'être souvent appelé **rendement réel approché** et de jouir de **deux propriétés importantes** :

— si l'on associe en série plusieurs cellules de même rendement polytropique, ce dernier s'étend à tout le groupe d'étages ainsi constitué s'il est parcouru par le même débit interne. Par contre, l'effet de fuites internes récupérées, si elles sont de quelque importance, confère une valeur légèrement supérieure au rendement interne de l'ensemble ;

— le rendement polytropique est invariant dans une similitude aérodynamique, si l'on néglige l'influence du nombre de Reynolds.

En définitive, le rendement polytropique caractérise la qualité technique d'un appareil.

■ En ce qui concerne le **rendement isentropique**, il se trouve associé à des pertes conventionnelles qui sont calculées en se référant à une évolution idéale isentropique et que l'on distingue des irréversibilités réelles Δf en les qualifiant de pertes adiabatiques $\Delta \tau$.

1.4.5.3 Choix pratique

■ Pour tous les appareils qui véhiculent un **fluide assimilable à un gaz parfait**, ce qui est le cas de la plupart des compresseurs, **on utilise de préférence le rendement polytropique** à cause de sa signification physique et parce qu'il se prête commodément aux calculs thermodynamiques. Les utilisateurs de machines génératrices soupçonnent toutefois les constructeurs de succomber en cela à un penchant commercial qui les pousse à mettre en avant la valeur la plus flatteuse.

■ Lorsque l'appareil met en œuvre un **gaz réel**, éloigné de l'état parfait, comme par exemple une turbine à vapeur, **on emploie plutôt le rendement isentropique**, en dépit de son imperfection théorique parce que la référence à l'évolution isentropique simplifie les calculs que l'on effectue à l'aide des tables de propriétés thermodynamiques ou d'un diagramme, comme celui de Mollier. Malgré cette justification, le recours au rendement isentropique pour les machines de détente reste suspect aux yeux de certains, parce qu'il fait apparaître le chiffre le plus élevé.

Il y aura donc lieu, en toutes circonstances, de bien préciser le rendement utilisé pour qualifier la machine : rendement interne polytropique ou rendement interne isentropique (ou adiabatique).

2. Application à l'étude d'une turbomachine de détente

La plupart des expressions précédentes et celles des articles [BM 4 280] [BM 4 281] et [BM 4 282] ont été établies, pour ne pas alourdir le texte, dans le cas général des machines de compression à fluide compressible ou incompressible.

Afin d'être complet, nous présentons ci-après l'analyse détaillée d'une turbine axiale à réaction, exemple à partir duquel nous pourrions préciser les notions introduites précédemment.

Il ne sera tenu compte ici que du fluide traversant la turbomachine. Les pertes par fuites, par frottements de disque ainsi que les pertes mécaniques sont ici négligées et devraient faire l'objet d'une étude complémentaire.

Dans ces conditions, on a en particulier :

$$W_i = \tau_a$$

2.1 Application des principes de base

Afin de tracer le diagramme de fonctionnement d'une turbine axiale, écrivons d'abord les principes de base à utiliser. Pour les machines génératrices ou de compression, on a principalement :

— **principe de conservation de la masse** :

$$q_m = \rho S v = Cte \quad \text{donc} \quad \rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

avec S_1, S_2 surfaces traversées par le fluide au niveau des sections 1 et 2,

v_1, v_2 vitesses du fluide en 1 et 2,

— **principe fondamental de la mécanique, équation d'Euler** (cf. [BM 8 281]), § 4 équation (29)) :

$$\tau_a = u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}$$

avec v_u la vitesse absolue tangentielle moyenne (cf. [BM 4 280] figure 5).

● **Premier Principe de la thermodynamique pour une machine adiabatique :**

$$\tau_a = \Delta h + \Delta \frac{v^2}{2}$$

d'où
$$\tau_a = h_2 - h_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

avec h enthalpie massique.

● **Second Principe de la thermodynamique :**

$$\Delta f = \int T dS$$

d'où
$$\Delta f_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS$$

avec S entropie.

● **Théorème de l'énergie cinétique :**

$$\tau_{a1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta f_{1 \rightarrow 2} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

2.1.1 Relations de base pour les turbines

Les habitudes ont conduit les constructeurs de turbines (machines réceptrices) à considérer que le travail spécifique fourni par leurs machines était positif. La thermodynamique nous apprend que ce travail, fourni à l'extérieur par l'intermédiaire d'un arbre de transmission, est, par convention, négatif puisque ce travail est cédé par le système fluide à un milieu extérieur.

Nous céderons aux usages en nous affranchissant des conventions établies par le thermodynamicien ; mais auparavant nous prendrons soin de modifier en conséquence les écritures des principes de base avant de les appliquer de manière systématique.

Les principes de mécanique des fluides et le théorème de l'énergie cinétique deviennent :

— **principe de conservation de la masse :**

$$q_m = \rho S v = Cte$$

d'où
$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

— **principe fondamental de la mécanique, équation d'Euler :**

$$\tau_a = u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}$$

● **Premier Principe de la thermodynamique :**

$$\tau_a = \Delta h + \Delta \frac{v^2}{2}$$

d'où
$$\tau_a = h_1 - h_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$$

● **Second Principe de la thermodynamique :**

$$\Delta f = \int T dS$$

d'où
$$\Delta f_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS$$

● **Théorème de l'énergie cinétique :**

$$\tau_{a1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} - \Delta f_{1 \rightarrow 2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$$

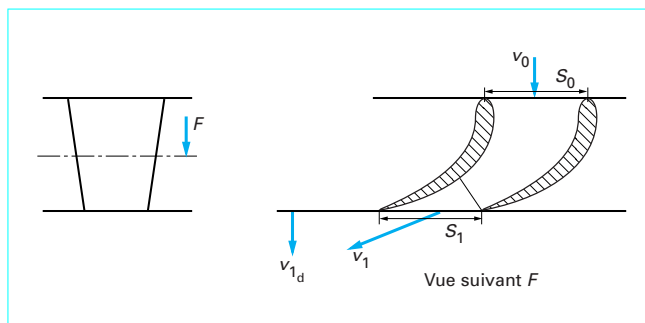


Figure 10 – Schéma d'un distributeur

Ce sont ces quatre principes et le théorème de l'énergie cinétique définis ci-dessus entre deux états 1 et 2 que nous allons utiliser maintenant pour déterminer, point par point, les différents états du fluide dans un étage de turbine axiale.

Nous déterminerons le diagramme entropique et le diagramme enthalpique pour une turbine axiale détendant un gaz réel ou une vapeur. Nous ne tiendrons pas compte des fuites, car ce problème ne peut pas être abordé à ce niveau.

2.1.2 Détente dans le distributeur

Soit le distributeur schématisé sur la figure 10.

Les principes de mécanique des fluides et le théorème de l'énergie cinétique s'écrivent dans ce cas :

— **principe de conservation de la masse :**

$$q_m = \rho S v = Cte$$

d'où
$$\rho_0 S_0 v_0 = \rho_1 S_1 v_{1d}$$

avec v_{1d} vitesse débitante (cf. figure 10)

● **Premier Principe de la thermodynamique :**

$$0 = h_0 - h_1 + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2}$$

d'où
$$h_{0i} = h_{1i}$$

● **Second Principe de la thermodynamique :**

$$\Delta f_{f0 \rightarrow 1} = \int_0^1 T dS$$

● **Théorème de l'énergie cinétique :**

$$0 = - \int_0^1 \frac{dp}{\rho} - \Delta f_{f0 \rightarrow 1} + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2}$$

2.1.2.1 Explicitation des aires sur un diagramme entropique

La figure 11a représente le diagramme entropique correspondant au cas étudié. On y retrouve les éléments suivants où A représente l'aire :

- $h_{0i} = A(\alpha, 0_i, a)$ enthalpie d'arrêt entrée distributeur,
- $h_0 = A(\beta, 0, a)$ enthalpie entrée distributeur,
- $\frac{v_0^2}{2} = A(\alpha, 0_i, 0, \beta)$ énergie cinétique à l'entrée,
- $h_{1i} = A(\gamma, 1_i, b)$ enthalpie d'arrêt sortie distributeur,
- $h_1 = A(\theta, 1, b)$ enthalpie sortie distributeur,

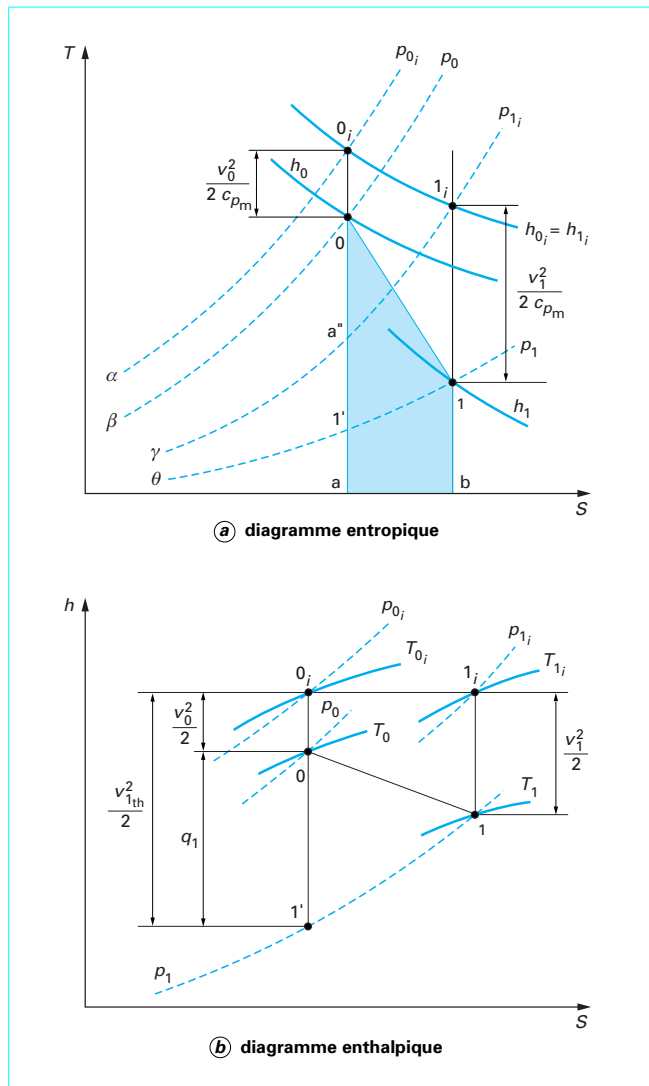


Figure 11 – Diagrammes entropique et enthalpique du distributeur

- $\frac{v_1^2}{2} = A(\gamma, 1_i, 1, \theta)$ énergie cinétique à la sortie du distributeur,
 - $-\int_0^1 \frac{dp}{\rho} = A(\beta, 0, 1, \theta)$ travail polytropique de détente entre les conditions statiques,
 - $-\Delta f_{f_{0 \rightarrow 1}} = -A(a, 0, 1, b)$ pertes polytropiques du distributeur.
- La figure 11b montre le diagramme enthalpique correspondant.

2.1.2.2 Pertes dans un distributeur

On pose :

$$\varphi = \frac{v_1}{v_{1th}}$$

La vitesse v_{1th} serait la vitesse théorique atteinte lors d'une détente sans pertes ; elle est définie par la figure 1. φ est appelé coefficient de ralentissement des vitesses.

Il vient :

$$\varphi^2 = \frac{v_1^2}{v_{1th}^2} = \frac{h_{0i} - h_1}{h_{0i} - h_{1i}}$$

• avec $h_{1i} = h_{0i}$, comme il a été vu précédemment, on a :

$$\varphi^2 = \frac{h_{0i} - h_1}{h_{0i} - h_{1i}} = \frac{A(\alpha, 0_i, a) - [A(\theta, 1', a) + A(a, 1', 1, b)]}{A(\alpha, 0_i, a) - A(\theta, 1', a)} = \frac{A(\alpha, 0_i, 1', \theta) - A(a, 1', 1, b)}{A(\alpha, 0_i, 1', \theta)}$$

φ^2 apparaît donc comme le rendement isentropique du distributeur, défini entre les conditions totales amont et statiques aval. Au sens du rendement isentropique, les pertes sont égales à l'aire $(a, 1', 1, b)$ c'est-à-dire à $h_1 - h_{1i}$.

2.1.2.3 Calcul des pertes dites adiabatiques, ou hydrauliques du distributeur

Les pertes adiabatiques $\Delta\pi_f$ sont :

$$\Delta\pi_f = h_1 - h_{1i} = (h_{0i} - h_{1i}) - (h_{1i} - h_1) = \frac{v_{1th}^2 - v_1^2}{2} = \frac{v_{1th}^2}{2} (1 - \varphi^2) = \frac{v_1^2}{2} \left(\frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2} \right)$$

Si on appelle q_1 , la chute statique disponible dans le distributeur, il vient (cf. figure 11b) :

$$\frac{v_{1th}^2}{2} = q_1 + \frac{v_0^2}{2}$$

Pour être complet, les pertes peuvent donc encore s'écrire :

$$\Delta\pi_f = \left(q_1 + \frac{v_0^2}{2} \right) (1 - \varphi^2)$$

On voit que l'utilisation du coefficient de ralentissement φ introduit la notion de rendement isentropique ; les pertes globales sont bien entendu toujours représentées par l'aire $(a, 0, 1, b)$ et un rendement polytropique en tiendrait compte.

2.1.3 Détente dans le mobile

La figure 12 représente le schéma du mobile.

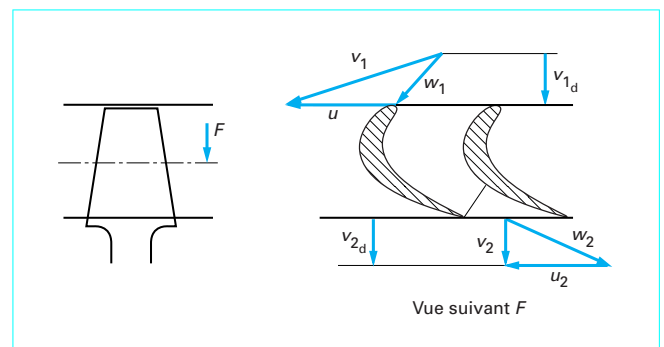


Figure 12 – Schéma du mobile

Les principes de la mécanique des fluides et le théorème de l'énergie cinétique s'écrivent (l'indice *r* est utilisé pour l'écoulement relatif) :

— principe de conservation de la masse :

$$\rho_1 S_1 v_{1_u} = \rho_2 S_2 v_{2_u}$$

— principe fondamental de la mécanique, équation d'Euler :

$$\tau_a = u_1 v_{1_u} - u_2 v_{2_u}$$

● Premier Principe de la thermodynamique :

$$\tau_a = h_1 - h_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = h_{1_i} - h_{2_i}$$

● Second Principe de la thermodynamique :

$$\Delta f_r = \Delta f_{r1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS$$

● Théorème de l'énergie cinétique :

$$\tau_{a1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} - \Delta f_{r1 \rightarrow 2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$$

Le théorème d'Euler peut encore s'écrire :

$$\tau_a = u_1 v_{1_u} - u_2 v_{2_u} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Soit, en combinant avec le Premier Principe de la thermodynamique :

$$\tau_a = h_1 - h_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

d'où :

$$h_1 - h_2 = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$$

Pour une turbine axiale : $u_2 = u_1$ et l'expression précédente devient :

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

d'où

$$h_{1_{ir}} = h_{2_{ir}}$$

L'enthalpie d'arrêt relative h_{ir} est constante dans un mobile de turbomachine axiale.

2.1.3.1 Explicitation des aires dans le diagramme entropique

La figure 13a représente le diagramme entropique de la détente dans la roue et la figure 13b montre le diagramme enthalpique correspondant.

Les aires du diagramme entropique représentent des énergies ; on peut dresser la liste de certaines d'entre-elles :

- $\frac{w_1^2}{2} = A(\eta, 1_{ir}, 1, \theta)$ énergie cinétique relative à l'entrée du mobile ;
- $h_2 = A(\zeta, 2, c)$ enthalpie à la sortie du mobile ;
- $h_{2_i} = A(\sigma, 2_i, c)$ enthalpie d'arrêt à la sortie du mobile ;
- $h_{2_{ir}} = A(\mu, 2_{ir}, c)$ enthalpie d'arrêt relative à la sortie du mobile ;

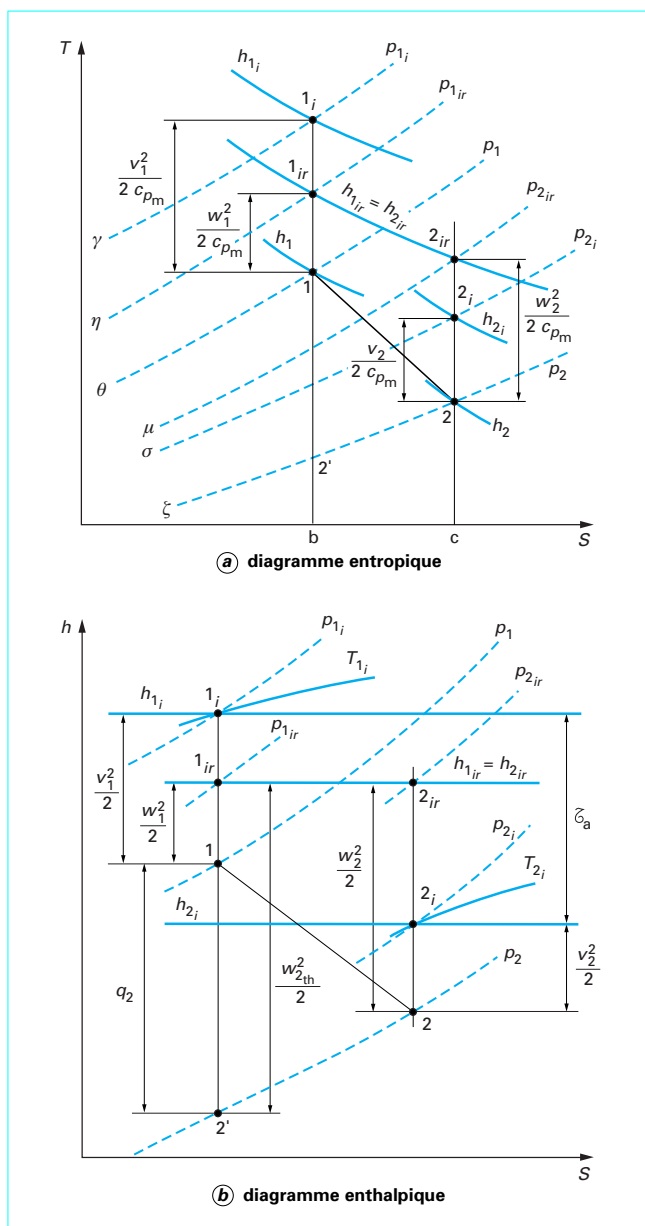


Figure 13 - Diagrammes entropique et enthalpique de détente dans la roue

- $\frac{v_2^2}{2} = A(\sigma, 2_i, 2, \zeta)$ énergie cinétique à la sortie du mobile ;
- $\frac{w_2^2}{2} = A(\mu, 2_{ir}, 2, \zeta)$ énergie cinétique relative à la sortie du mobile ;
- $\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = A(\theta, 1, 2, \zeta)$ travail polytropique de détente dans la roue ;
- $\Delta f_{r1 \rightarrow 2} = -A(b, 1, 2, c)$ pertes polytropiques dans le mobile.

2.1.3.2 Pertes dans un mobile

On pose :

$$\psi = \frac{w_2}{w_{2th}}$$

On appelle ψ , **coefficient de ralentissement des vitesses** dans le mobile.

Pour un aubage à action, on aurait ($q_2 = 0$) :

$$w_{2th} = w_1$$

Il vient :

$$\psi^2 = \frac{w_2^2}{w_{2th}^2} = \frac{h_{2ir} - h_2}{h_{1ir} - h_{2'}}$$

avec $h_{2ir} = h_{1ir}$, comme il a été vu précédemment :

$$\psi^2 = \frac{A(\eta, 1_{ir}, 2', \zeta) - A(2', b, 2, c)}{A(\eta, 1_{ir}, 2', \zeta)}$$

ψ^2 apparaît donc comme le **rendement isentropique du mobile**, défini entre les conditions d'arrêt relatives amont et statiques aval. Au sens du rendement isentropique, les pertes sont égales à l'aire ($2', b, 2, c$) c'est-à-dire à $h_2 - h_{2'}$.

2.1.3.3 Calcul des pertes dites adiabatiques, ou hydrauliques du mobile

Les pertes adiabatiques $\Delta\pi_r$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Delta\pi_r &= h_2 - h_{2'} = (h_{1ir} - h_{2'}) - (h_{1ir} - h_2) = \frac{w_{2th}^2 - w_2^2}{2} \\ &= \frac{w_{2th}^2}{2} (1 - \psi^2) = \frac{w_2^2}{2} \left(\frac{1 - \psi^2}{\psi^2} \right) \end{aligned}$$

Si on appelle q_2 , la chute statique disponible dans le mobile, il vient :

$$\frac{w_{2th}^2}{2} = q_2 + \frac{w_1^2}{2}$$

Les pertes $\Delta\pi_r$ peuvent donc encore s'écrire, pour être complet :

$$\Delta\pi_r = \left(q_2 + \frac{w_1^2}{2} \right) (1 - \psi^2)$$

2.2 Définition du degré de réaction

On peut proposer **deux définitions du degré de réaction** ε , selon que l'on raisonne sur les chutes statiques disponibles ou sur les chutes statiques réelles :

— en utilisant les **chutes statiques disponibles** :

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 + q_2}$$

avec :

$$q_2 = h_1 - h_{2'} \text{ (cf. figure 11a)}$$

$$q_1 = h_0 - h_{1'} \text{ (cf. figure 13b)}$$

— en utilisant les **chutes réelles** :

$$\varepsilon^* = \frac{q_2^*}{q_1^* + q_2^*}$$

avec :

$$q_2^* = h_1 - h_2$$

$$q_1^* = h_0 - h_1$$

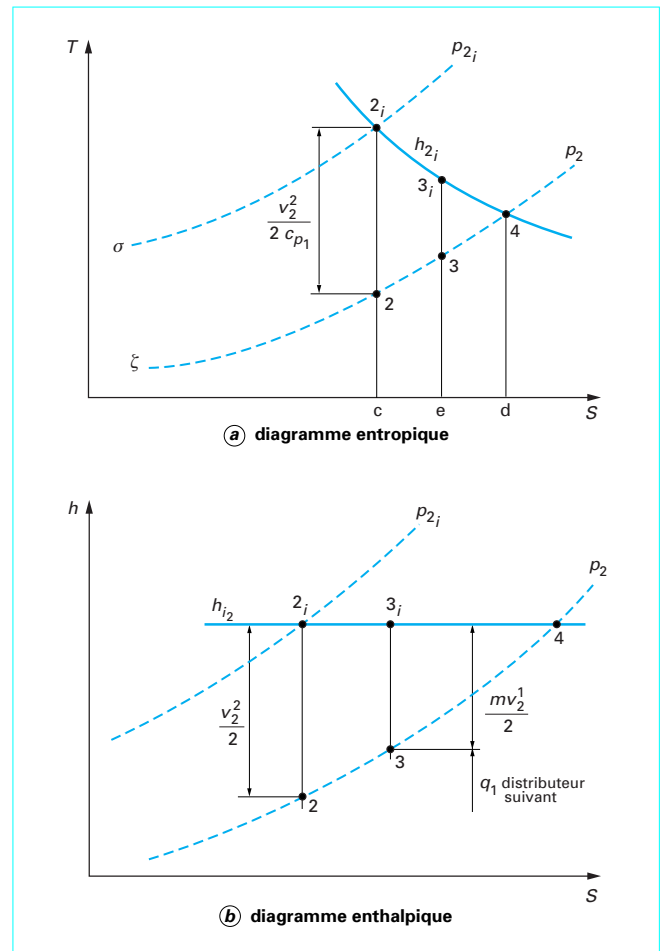


Figure 14 – Pertes par vitesse restante : diagrammes entropique et enthalpique

2.3 Pertes par vitesse restante

À l'exception des turbines qui appartiennent aux moteurs d'aviation, on vise à obtenir de toutes les machines de détente la plus forte puissance possible sur l'arbre, ce qui conduit à réduire au minimum l'énergie cinétique finale $v_i^2/2$ pour accroître le travail τ puisé dans le fluide.

Bien que le fluide quittant le rotor ne traverse plus aucun organe mobile susceptible de recueillir du travail, la présence du diffuseur, dispositif statique, accroît indirectement l'énergie reçue par le rotor et améliore ainsi le rendement.

Dans le diagramme entropique de la figure 14, $\frac{v_2^2}{2}$ est représentée par l'aire ($\sigma, 2_i, 2, \zeta$).

Plusieurs cas sont à considérer :

— lors d'une récupération complète de l'énergie cinétique de sortie, c'est-à-dire lorsque un aubage distributeur est placé directement derrière l'aubage mobile de l'étage étudié, le coefficient de récupération de l'énergie cinétique, m , est égal à 1. Le point représentatif des conditions d'arrêt d'entrée de l'étage aval est en 2_i ;

— lors d'une perte complète de l'énergie cinétique de sortie, on a $m = 0$. On perd $v_2^2/2$, c'est-à-dire l'aire ($\sigma, 2_i, 2, \zeta$) ou ($c, 2, 4, d$). L'évolution aval depuis la sortie du mobile de l'étage étudié

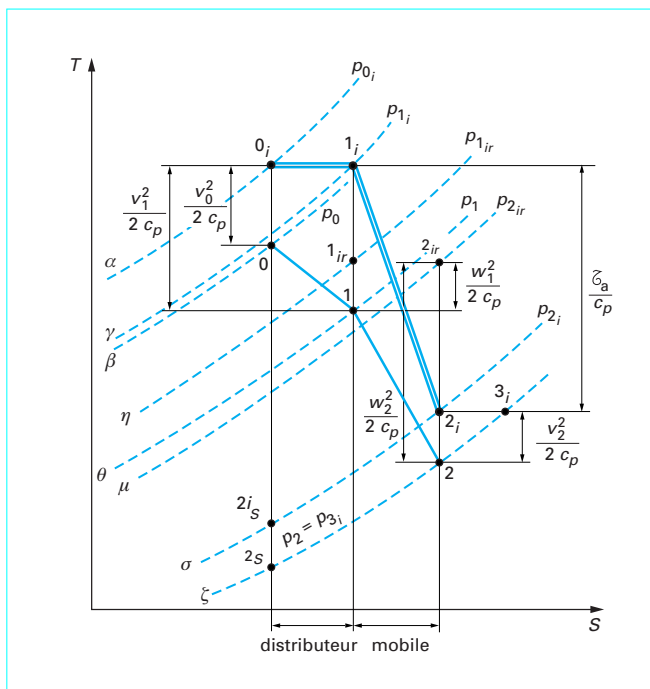


Figure 15 – Diagramme entropique d’une turbine axiale à réaction fonctionnant avec un gaz parfait

s’effectue à enthalpie d’arrêt constante et à pression statique constante si le fluide est déversé dans un grand réservoir ;

— dans les cas intermédiaires, on ne perd pas complètement l’énergie cinétique $v_2^2/2$; on récupère donc $mv_2^2/2$.

La perte est alors :

$$\Delta\pi_p = (1 - m) \frac{v_2^2}{2} = A(c, 2, 3, e)$$

2.4 Définition du rendement aérodynamique d’étage

Ayant négligé les pertes par frottement de disque et les pertes par fuites dans cette application, pour simplifier l’exposé, nous utiliserons le rendement aérodynamique défini par la relation (44) de l’article [BM 4 281] § 4.2.2 pour qualifier les performances de la turbine.

Deux définitions sont utilisées :

- $$\eta_A = \eta_S = \frac{\tau_a}{\tau} = \frac{h_{0i} - h_{2i}}{h_{0i} - h_{2is}}$$

le point 2_{is} étant à l’intersection de l’isentrope passant par 0_i et de l’isobare p_{2i} (figure 15).

Il s’agit du rendement entre les conditions d’arrêt ; c’est celui qui représente le mieux la qualité intrinsèque de la turbine. On l’appelle encore **rendement total à total de l’étage** ;

- $$\eta_B = \eta_S = \frac{\tau_a}{h_{0i} - h_{2s}} = \frac{h_{0i} - h_{2i}}{h_{0i} - h_{2s}}$$

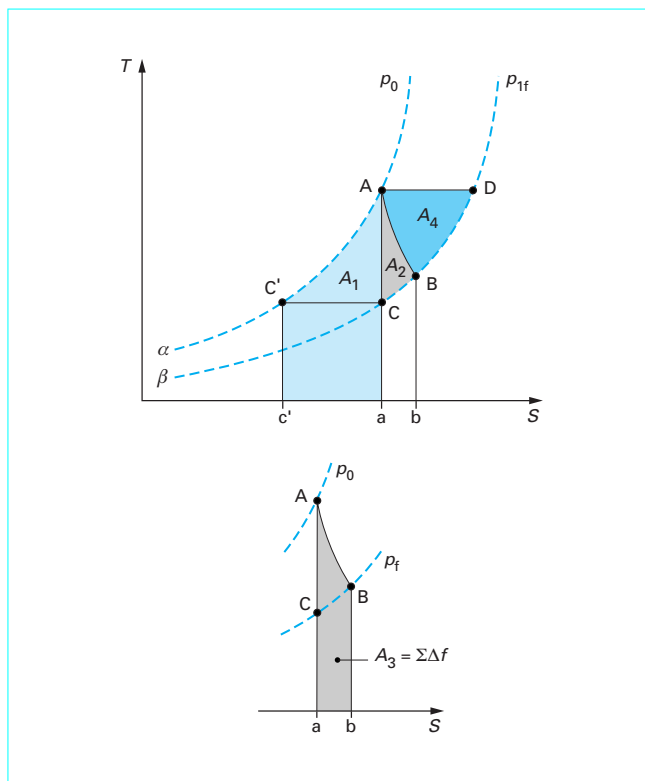


Figure 16 – Analyse des détentes sur le diagramme (T, S)

le point 2_S étant à l’intersection de l’isentrope passant par 0_i et de l’isobare $p_2 = p_{3i}$ (figure 15).

Il s’agit du rendement lorsque l’on tient compte de la perte par vitesse restante en l’attribuant à la turbine.

On pourrait tout aussi bien comptabiliser cette perte avec le réseau. On l’appelle encore **rendement total à statique de l’étage**.

Le diagramme entropique complet d’une turbine axiale à réaction, fonctionnant cette fois-ci avec un gaz parfait, fait l’objet de la figure 15.

Dans le but de représenter sur un diagramme thermodynamique le fonctionnement complet d’une turbine multiétage par exemple, il y a lieu de schématiser encore davantage le fonctionnement d’un étage unique. En particulier, on assimilera la ligne brisée (qui aurait dû être en pointillés) à une polytrophe passant par les points 0_i et 2_i , nous appellerons cette ligne AB sur la figure 16. Ceci sera d’autant plus acceptable que le nombre d’étage sera élevé, car la polytrophe s’éloignera moins de la ligne brisée représentant la détente réelle.

La détente isentropique $0_i 2_{is}$ sera représentée sur la figure 16 par la détente isentropique AC.

2.5 Analyse des détentes sur le diagramme entropique

On a tracé sur la figure 16 les courbes AB, AC et AD qui représentent respectivement les transformations réelle (ou polytrophe), isentropique et isotherme.

En plaçant sur l'isobare p_0 un point C' à l'horizontale de C , on peut délimiter une aire A_1 ayant pour contour ($c' C' Aa$) ; cette aire est identique à celle ($\alpha AC\beta$).

On peut décomposer le diagramme de détente en quatre aires :

- A_1 , surface du parallélogramme ($c' C' Aa$) (ou $\alpha AC\beta$),
- A_2 , surface du triangle curviligne (ABC),
- A_3 , surface du parallélogramme curviligne ($aABb$),
- A_4 , surface du triangle curviligne (ABD).

2.5.1 Détente polytropique

Si l'on admet que la loi polytropique décrit la détente réelle de manière suffisamment approchée, c'est-à-dire que la loi $pv^k = cte$, qui par le choix de k passe par les points réels de détente A et B en représentant assez fidèlement la courbe AB , le travail de détente polytropique τ_p sera convenablement représenté par l'aire positive :

$$\tau_p = A_1 + A_2 = A (\alpha AB\beta)$$

2.5.2 Détente isentropique

Le travail sur l'arbre d'une machine réversible détendant isentropiquement le fluide de p_0 et p_f est représenté par l'aire positive :

$$\tau_s = A_1 = A (\alpha AC\beta)$$

2.5.3 Détente isothermique

Le travail sur l'arbre d'une machine réversible détendant de manière isotherme le fluide de p_0 et p_f est représenté par l'aire positive :

$$\tau_T = A_1 + A_2 + A_4 = A (\alpha AD\beta)$$

2.5.4 Détente réelle

On note A_3 l'aire sous-tendue par la transformation réelle AB ; elle mesure les pertes $\Sigma\Delta f$.

Le travail fourni sur l'arbre est égal à :

$$\tau_a = h_A - h_B = A (\alpha Aa) - A (\beta Bb) = A_1 + A_2 - A_3$$

On vérifie que la différence $\tau_p - \tau_a$ qui, par définition, constitue les pertes internes (ou pertes polytropiques), est bien égale à A_3 .

On trouve que les pertes adiabatiques :

$$\Sigma\Delta\pi = \tau_s - \tau_a = A_3 - A_2$$

comprennent encore les pertes vraies A_3 , mais diminuées cette fois de $A_2 = \tau_p - \tau_s$, c'est-à-dire, du supplément de travail réversible, déjà identifié dans les compresseurs, et qui est dû (cf. [BM 4 282] figure 9) à la dilatation du fluide par le réchauffage provenant des pertes internes. Cette aire A_2 représente la partie des pertes récupérables et réutilisée pour le réchauffage de la vapeur.

Le réchauffage dû aux pertes internes joue de manière défavorable dans un compresseur, où le supplément de travail doit être fourni au fluide, et favorable dans une turbine où le fluide le libère.