الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | (دورة جوان 2007)

الشعبة : علوم دقيقة | المدة : 04 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقاط)

1 . أنشر العبارة : $(2$ ت تجب $\theta - 3$ جب $\theta)^2$ حيث θ ينتمي إلى المجال $[0 ، 2\pi[$

(يرمز ت للعدد المركب ذي الطويلة 1 وعمدة $\frac{\pi}{2}$).

2 . حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول ص :

ص^2 − (2 ت تجب θ + 3 جب θ) ص + 3 ت جب2 θ = 0 .

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين ص$_1$ ، ص$_2$.

3 . المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ي}$) .

هـ نقطة من المستوي لاحقتها العدد λ حيث λ = ص$_1$ + ص$_2$

ولتكن (مج) مجموعة النقط هـ لما تتغير θ في المجال $[0 ، 2\pi[$.

أ) بين أن (مج) $\subset$ (δ) حيث (δ) قطع مخروطي يطلب تحديد طبيعته.

ب) إذا كانت ن (س ، ع) نقطة من (δ) بين أن: $-1 \leq \frac{س}{3} \leq 1$.

و استنتج أن: (مج) = (δ)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

ن عدد طبيعي أكبر تماما من العدد 2 ، نعتبر الأعداد الطبيعية:

أ = 2 ن +1 ، ب =4 ن +3 ، جـ = 2 ن + 3

1) أثبت أن العددين أ و ب أوليان فيما بينهما واستنتج أن الأعداد أ ، ب ، جـ أولية فيما بينها .

2) عين تبعا لقيم ن قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين ب ، جـ .

3) عين قيمة ن بحيث يكون: ق.م.أ (ب ، جـ) = 3 و م.م.أ (ب ، جـ) = 1305

4) أكتب ب^2 في نظام أساسه أ .

5) نفرض أن (أ ، ب ، جـ) هي إحداثيات النقطة ω من الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ي}$ ، $\vec{ك}$) .

بين أن النقطة ω تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.

6) جد معادلة للمستوي (π) الذي يشمل المبدأ م و يحتوي على المستقيم (Δ) .

المسألـــة: (12 نقطة)

ط وسيط حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1 .

نعتبر الدالة العددية تاط ذات المتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

تاط (س) = (1 + س لوط)^2 ط$^{-س}$ − 1 . (يرمز " لو" إلى اللوغاريتم النيبيري)

يرمز (ىط) إلى المنحنى الممثل للدالة تاط في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، و ، ي) .

I) نفرض أن ط = هـ (هـ أساس اللوغاريتم النيبيري).

1) ادرس تغيرات الدالة تاهـ والفروع اللانهائية للمنحنى (ىهـ).

2) أثبت أن للمعادلة تاهـ (س) = 0 ثلاثة حلول حقيقية، منها حلان α و β حيث:

$-1{,}5 < \alpha < -1{,}4$ ، $2{,}5 < \beta < 2{,}6$.

ثم ارسم (ىهـ) .

3) لتكن الدالة العددية عا ذات المتغير الحقيقي س حيث:

عا (س) = (− س^2 + λ_1 س + λ_2) هـ$^{-س}$ − س

- عين العددين الحقيقيين λ_1 ، λ_2 حتى تكون عا دالة أصلية للدالة تاهـ على [−1 ، +1]
- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (ىهـ) و المستقيمات ذات المعادلات:

ع = 0 ، س = −1 ، س = 1 .

II) نفرض أن ط > هـ

1) ادرس تغيرات الدالة تاط ، بعد التحقق من أن ط$^{-س}$ = هـ$^{-س \, لوط}$.

2) تحقق أن: $\forall$ س $\in$ ح : تا$_{\frac{1}{ط}}$(س) = تاط (− س)

3) بين أن (ى$_{\frac{1}{ط}}$) هو صورة (ىط) بتحويل بسيط يطلب تعيينه.

4) أنشئ (ى$_{\frac{1}{هـ}}$) ، واستنتج بيانيا حلول المتراجحة: (− س + 1)^2 هـ^{س} − 1 > 0

في مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

III) لـط التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة ن (س ، ع) من المستوي النقطة نَ (سَ ، عَ) من

نفس المستوي حيث: $\begin{cases} سَ = \frac{1}{لوط} س \\ عَ = ع \end{cases}$ حيث ط وسيط حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 .

1) عين تبعا لقيم ط مجموعة النقط الصامدة بالتحويل لـط .

2) ما هي قيم ط التي يكون من أجلها $ل_ط$ تضامنيا ؟

3) بفرض ط ≠ هـ

أ) بين أنه إذا كانت ن تختلف عن نَ فإن الشعاع $\overrightarrow{ن نَ}$ له منحى ثابت يطلب تعيينه .

ب) لتكن ω نقطة تقاطع المستقيمين (ن نَ) و (ع عَ) .

قارن بين الشعاعين $\overrightarrow{ω نَ}$ ، $\overrightarrow{ω ن}$ ، واستنتج طبيعة وعناصر التحويل $ل_ط$.

4) اثبت أن $ل_ط$ (ى$_{هـ}$) = (ى$_{ط}$) واستنتج أن (ى$_{ط}$) هو صورة (ى$_{هـ}$) بواسطة مركب تحويلين

يطلب تعيينهما .

ما طبيعة هذا التحويل ؟