

# Électromagnétisme

Examen (3<sup>e</sup>), durée 1h30  
documents autorisés : formulaire manuscrit individuel (1 page)

8 mars 2012

Nom	Prénom	Note / 20

Nombre d'heures de travail	
Régulier (heures par semaine)	Ponctuel (avant l'examen)

**Ne pas dégrafer les feuilles svp !**

Extrait du règlement des études de Polytech'Nice Sophia (section 9) :

*Pendant la durée des épreuves il est interdit :*

- *de détenir tout moyen de communication (téléphone portable, micro-ordinateur, ...), sauf conditions particulières à l'épreuve ;*
- *de communiquer entre candidats ou avec l'extérieur et d'échanger du matériel (règle, stylo, calculatrice, ...);*
- *d'utiliser, ou même de conserver sans les utiliser, des documents ou matériels non autorisés pendant l'épreuve.*

*Toute infraction aux instructions énoncées ci-avant ou tentative de fraude dûment constatée entraîne l'application du décret N° 95-842 du 13 juillet 1995 relatif à la procédure disciplinaire dans les établissements publics d'enseignement supérieur.*



## 2 La balance du watt (14 points)

*Le kilogramme est la seule unité du système international (SI) encore définie à partir d'un artefact unique, conformément à la définition qui en a été adoptée par la Conférence générale des poids et mesures (CGPM) en 1889. Il est égal à la masse du prototype international du kilogramme, étalon matériel en platine iridié, déposé au Bureau international des poids et mesures (BIPM), et dénommé  $\mathbb{k}$ .*

*Toutefois, même si  $\mathbb{k}$  représente l'unité de masse par définition, le prototype international n'est pas parfaitement stable, en raison de son interaction avec le milieu environnant.*

*Depuis 1880, trois comparaisons du prototype international à des témoins et prototypes nationaux de même nature (le prototype national français apparaît sous le numéro 35) ont été effectuées par le BIPM. Elles ont mis en évidence une dérive non négligeable entre ces éléments, dont la valeur relative moyenne en une centaine d'années est de l'ordre de 30  $\mu\text{g}$ .*

*Bien que les mesures de comparaison soient effectuées avec une grande exactitude, elles ne renseignent nullement sur les variations absolues du prototype international, dont la connaissance est conditionnée à la comparaison de ce dernier avec une grandeur invariante dans le temps.*

*En raison de la dépendance d'un certain nombre d'autres grandeurs (l'ampère, la mole et la candela sont définis à partir de l'unité de masse), la caractérisation du comportement du kilogramme et la proposition d'une nouvelle définition constituent un enjeu majeur de la métrologie actuelle.*

*De nombreux laboratoires nationaux de métrologie et le BIPM ont proposé au cours des dernières décennies plusieurs voies ou méthodes possibles pour répondre à cette question. Les plus prometteuses consistent à établir une relation entre le kilogramme et la constante de Planck,  $h$ , ou le nombre d'Avogadro  $N_A$ .*

*À l'incitation des 20<sup>e</sup> et 21<sup>e</sup> CGPM (1995-résolution 5 et 1999-résolution 7) et afin de contribuer à l'effort international, la France a pris la décision de réaliser une expérience dite de « balance du watt » selon un principe proposé en 1976 par B.P. Kibble (NPL).*

*Son objectif est double : i) déterminer la stabilité de l'unité de masse par référence à une grandeur supposée invariante telle que la constante de Planck ( $h$ ), ii) déterminer en unités du système international la valeur de cette même constante.*

*Si cette détermination peut être effectuée avec une incertitude suffisamment faible, la réalisation conjointe de ces deux objectifs permettrait de proposer une évolution de la définition de l'unité de masse à partir d'une constante fondamentale, comme cela a été fait pour le mètre en 1983 en fixant la valeur de la vitesse de la lumière de manière conventionnelle, liant ainsi le mètre à la seconde.*

*Les réalisations déjà en cours de balances du watt (NPL - Royaume-Uni, NIST - États-Unis d'Amérique, METAS - Suisse) laissant supposer qu'il sera possible de déterminer la constante de Planck avec une incertitude de l'ordre de  $1 \times 10^{-8}$ , confirment la pertinence de la méthode.*

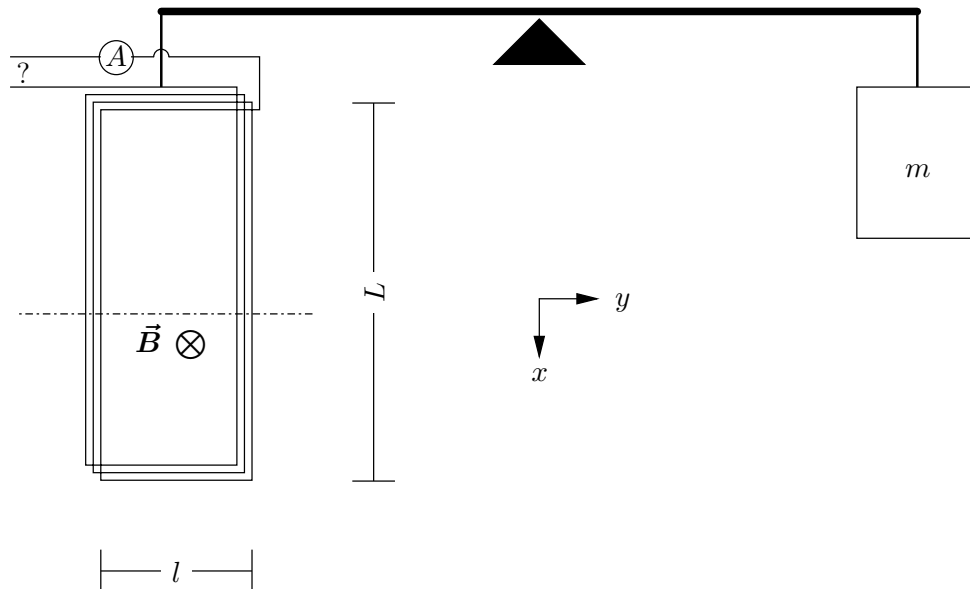
[Source : [www.metrologie-francaise.fr/fr/dossiers/balance-watt.asp](http://www.metrologie-francaise.fr/fr/dossiers/balance-watt.asp)]

La motivation principale dans la proposition de la balance du watt est d'utiliser deux phénomènes électromagnétiques, la force magnétique sur un courant et l'induction magnétique, afin de mesurer une masse uniquement à partir de mesures de tension, de résistance, de vitesse et de l'accélération de la pesanteur,  $g$ . Les mesures de tension et de résistance sont liées — à travers des phénomènes quantiques qui ne nous intéressent pas ici — à la constante de Planck. Les autres mesures (vitesse et  $g$ ) font intervenir le mètre et la seconde. Ainsi, à condition que des mesures de faible incertitude deviennent techniquement possibles, on pourra redéfinir le kilogramme en fonction de la constante de Planck, du mètre et de la seconde.

On développera dans cet exercice l'essentiel du fonctionnement de la balance du watt. Les mesures sont effectuées en deux temps, d'abord en mode « statique », ensuite en mode « dynamique ».

## 2.1 Mode statique

Un comparateur de masses (schématiquement une balance) relie d'un côté la masse  $m$  à mesurer et de l'autre côté un circuit électrique en suspension. **Expérimentalement, on fait la tare en présence du circuit mais sans aucune masse  $m$  : cela revient à considérer que la balance du schéma est en équilibre avec le circuit et sans la masse  $m$ . Ainsi, la masse du circuit (d'environ 2 kg) n'intervient pas dans l'expérience.** On considère ici un circuit électrique en forme de rectangle comportant  $N$  spires (la figure représente 3 spires). La partie inférieure du rectangle (sous la ligne pointillée) se trouve à l'intérieur d'un champ magnétique uniforme et constant dans le temps, généré par un aimant.



*La balance du watt en mode statique.*

- a. À la place du point d'interrogation, à côté de l'ampèremètre, on connecte une source de tension continue. Dessiner, sur le schéma, la polarité de la source de tension à connecter afin que la force magnétique sur le courant  $I$  du circuit puisse équilibrer la balance.
- b. Dessiner, sur le schéma, la force magnétique sur les différentes parties du circuit.
- c. On considère que le circuit n'est pas déformable : les forces horizontales ne nous intéressent donc pas. Donner l'expression de la force magnétique verticale sur l'ensemble des spires du circuit,  $\vec{F}_N$ .
  
- d. En réglant la source de tension (donc la valeur du courant), la balance se met en équilibre. Donner la condition de cet équilibre et en déduire la valeur de la masse  $m$  en fonction des autres paramètres du problème.
  
- e. Les données publiées<sup>1</sup> par METAS en Suisse, donnent  $N = 4000$  et  $l = 7.3$  cm. Les auteurs précisent qu'un courant de  $I = 3$  mA arrive à équilibrer la moitié de la masse de 100 g utilisée dans l'expérience. Calculer la valeur du champ magnétique de l'aimant (on prendra  $g = 9.81$  m s<sup>-2</sup>).

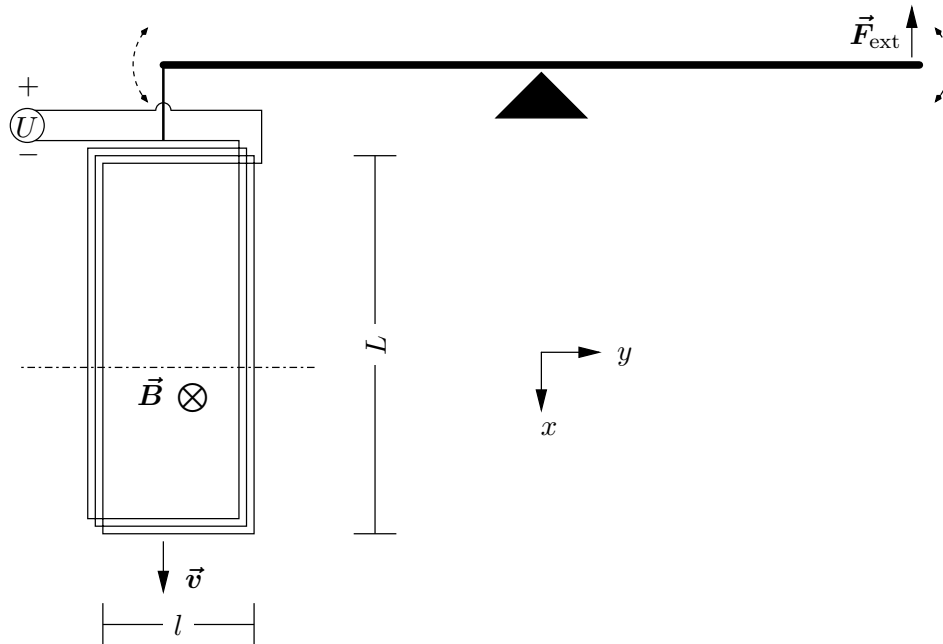
---

<sup>1</sup>Ali Eichenberger *et al*, "Determination of the Planck constant with the METAS watt balance", *Metrologia*, V48, N3, juin 2011, pp.133–141, doi:10.1088/0026-1394/48/3/007.

L'expression de la masse  $m$  développée dans l'avant-dernière question a un intérêt pratique (c'est la base du fonctionnement de la balance d'Ampère) mais ne peut servir de définition formelle du kilogramme, puisque la mesure implique le champ magnétique et la géométrie du circuit (dimensions et nombre de spires). Il est alors nécessaire d'effectuer une deuxième étape afin d'éliminer ces paramètres.

## 2.2 Mode dynamique

La masse  $m$  est maintenant retirée, ainsi que la source de tension. La balance est donc en équilibre. Le circuit utilisé précédemment est mis en mouvement, à une vitesse constante  $\vec{v} = v\hat{e}_x$ , à l'aide d'une force  $\vec{F}_{\text{ext}}$  qui fait basculer la balance (on fait en sorte que le circuit se déplace uniquement de façon verticale). On notera  $x$  la longueur du côté latéral du circuit immergé dans le champ magnétique (entre la ligne pointillée et la partie inférieure); on constate que  $x$  augmente en fonction du temps, à cause du mouvement, et que  $dx/dt = v$ .



*La balance du watt en mode dynamique.*

- En utilisant la méthode de votre choix, donner l'expression de la force électromotrice qui apparaîtra dans le circuit à  $N$  spires.

- b. Indiquer sur le schéma le sens du courant induit,  $I_{\text{ind}}$ , généré par la fem.
- c. Expliquer comment ce courant induit « s'oppose » au changement subi par le circuit.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- d. Le voltmètre en haut à gauche mesure la fem avec la polarité indiquée. Donner l'expression de  $U$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- e. Les auteurs font déplacer le circuit à une vitesse de  $v = 3 \text{ mm s}^{-1}$ . Calculer la valeur de  $U$  mesurée.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- f. La mesure de  $U$  peut alors être combinée avec le résultat final du mode statique. Donner la formule qui permet d'obtenir la masse  $m$  sans faire intervenir le champ magnétique ni la géométrie du circuit.

Le courant  $I$  du mode statique est en réalité mesuré à l'aide d'un voltmètre comme une tension aux bornes d'une résistance (elle est de  $100\ \Omega$  pour METAS) dans le circuit. Au niveau expérimental, la mesure de tensions et de résistances se fait à l'aide de phénomènes quantiques de façon très précise et elle fait intervenir la constante de Planck.

- g. Le terme « balance du watt » vient du fait que le résultat de la question précédente peut être écrit sous la forme d'une égalité entre deux quantités homogènes à une puissance : une puissance électrique et une autre mécanique. Écrire cette égalité.
- h. Indiquer, sur le schéma du mode dynamique, la force magnétique  $\vec{F}_{\text{m sur c}}$  exercée sur le courant  $I_{\text{ind}}$ .
- i. Le circuit étant rigide, on ne s'intéresse pas à la force horizontale. Montrer que la force magnétique verticale sur l'ensemble des spires du circuit est égale à

$$\vec{F}_{\text{m sur c}} = -\frac{(NBl)^2 v}{R} \hat{e}_x$$

où  $R$  est la résistance du circuit.

- j. D'après une autre publication<sup>2</sup> des auteurs, le circuit consomme 50 mW quand il est parcouru par un courant de 5 mA en mode statique. Calculer la valeur de la force  $\vec{F}_{\text{ext}}$  nécessaire à effectuer le mouvement de la balance à vitesse constante.

---

<sup>2</sup>Ali Eichenberger *et al*, "Tracing Planck's constant to the kilogram by electromechanical methods", *Metrologia*, V40, N6, décembre 2003, pp.356–365, doi:10.1088/0026-1394/40/6/007.



- k. Afin d'améliorer les résultats, les auteurs expliquent qu'ils effectuent plusieurs cycles de mouvement vers le haut et vers le bas. Qu'est-ce qui change dans la mesure, en mode dynamique, quand on déplace le circuit vers le haut ?

La balance du watt donne une définition « électronique » de la masse. Une autre méthode<sup>3</sup>, basée sur la fabrication d'une sphère contenant un nombre exact d'atomes (donc de protons), donne une définition « atomique » de l'unité de masse. Le choix entre ces deux méthodes n'est pas encore fait ; affaire à suivre. . .

---

<sup>3</sup>Theodore Hill *et al*, "Towards a better definition of the kilogram", *Metrologia*, V48, N3, juin 2011, pp.83–86, [doi:10.1088/0026-1394/48/3/002](https://doi.org/10.1088/0026-1394/48/3/002).

**Page blanche**

**Brouillon**

**Brouillon**