

Corrigé

1.1.1 Justifier la décomposition en séries de Fourier suivante :

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos(n\omega_L t)$$

Le signal est périodique, pair donc décomposable en somme de cosinus.

Que représente V_0 ? Donner son expression littérale et la valeur numérique correspondante.

V_0 est la valeur moyenne du signal ; $V_0 = V \frac{T_H}{T_L}$; $V_0 = 0,3 \frac{59,3}{64} = 0,28V$

Quelle est la valeur numérique de f_L définie par $\omega_L = 2\pi f_L$?

$$f_L = \frac{1}{T_L} = \frac{1}{64E^{-6}} = 15625\text{Hz}$$

1.1.2 On donne l'expression littérale des coefficients A_n précédemment définis.

$$A_n = 2V \frac{\frac{\sin(n\pi \frac{t_H}{T_L})}{n\pi \frac{t_H}{T_L}}}{\frac{t_H}{T_L}}$$

Calculer les valeurs numériques de A_n pour $n=1, 2, 6, 7$ et 10

Compléter le tableau donné ci-dessous :

n	1	2	6	7	10
A_n	43,7 mV	-42,5 mV	-31,3 mV	27,2 mV	-13,9 mV

1.1.3 En déduire la fréquence et la valeur efficace des raies correspondantes constituant une partie du spectre en amplitude de $v(t)$.

Compléter le tableau suivant :

n	1	2	6	7	10
Fréquence (Hz)	15625	31250	93750	109375	156250
Valeur efficace (V)	$30,9 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^{-3}$	$22,1 \cdot 10^{-3}$	$19,2 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-3}$

1.1.4 Un analyseur de spectre de type F.F.T. a permis de relever expérimentalement le spectre en amplitude du signal $v(t)$ précédemment défini.

Le chronogramme relevé est représenté figure 4 ci-dessous.

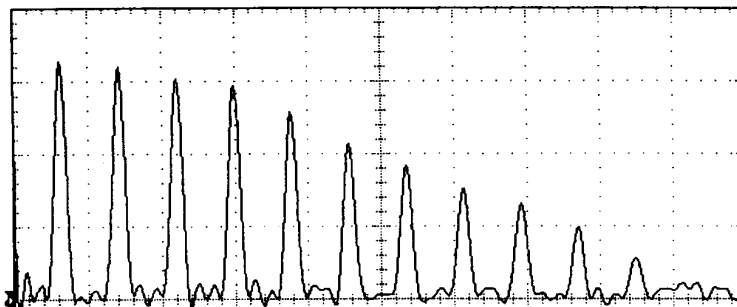


figure 4

Corrigé

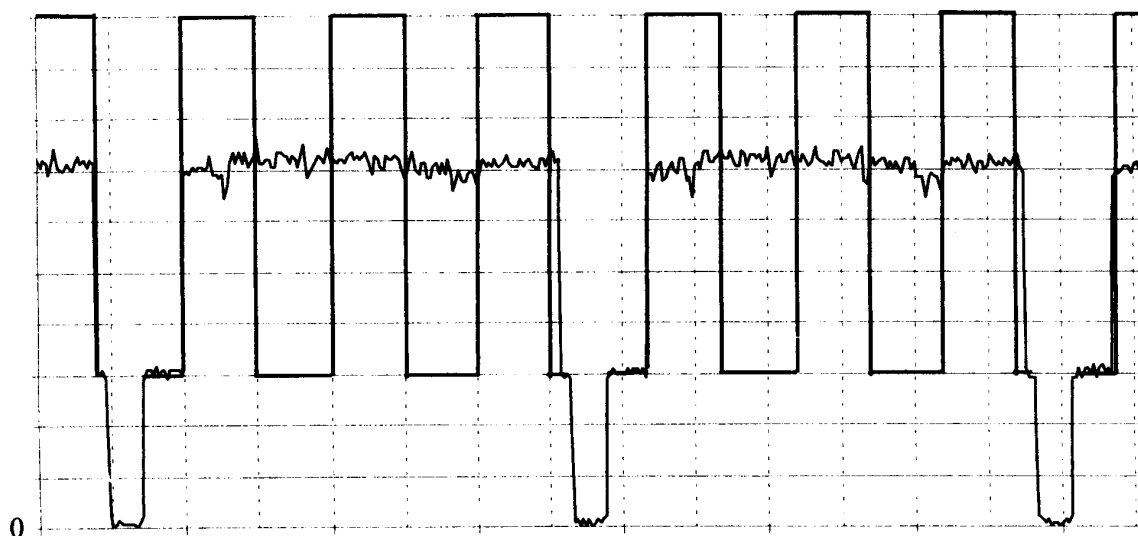
On précise que l'échelle horizontale représente la fréquence et l'échelle verticale la valeur efficace en V. Ces axes sont gradués de façon linéaire.

Indiquer la sensibilité de l'axe horizontal et celle de l'axe vertical pour que ce chronogramme valide les calculs théoriques précédents avec une erreur relative maximale inférieure à 10%.

axe horizontal : 20 kHz/carreau axe vertical : 10 mV/carreau

1.2. Analyse temporelle d'une partie du signal vidéo dans 2 cas particuliers.

1.2.1. On a relevé, grâce à un oscilloscope, un oscillogramme, donné figure 5, correspondant à quelques lignes d'un signal vidéo.



sensibilité horizontale: $10\mu\text{s}/\text{div}$
sensibilité verticale : $0,1\text{V}/\text{div}$

figure 5

En supposant que la luminance est la même pour toutes les lignes, que peut-on affirmer sur l'objet sélectionné par la caméra vidéo ? Justifier votre réponse.

L'objet sélectionné est de couleur uniformément grise car le signal de luminance est de valeur constante voisine de 0,7V

1.2.2. Comment serait modifié le signal analogique correspondant à la luminance si l'objet était constitué de 5 bandes verticales alternativement blanches et noires ?

On représentera le chronogramme correspondant sur le même graphe donné figure 5.

Un autre chronogramme est possible : la première bande pourrait être noire.

1.2.3. Retrouverait-on, comme précédemment, dans le spectre d'amplitude des deux signaux vidéo des fréquences multiples de 15625 Hz ?

Justifier votre réponse.

Dans les deux cas, le signal vidéo composite est périodique de période $T_L = 64\mu\text{s}$

Le spectre d'amplitude sera donc également composé de fréquences multiples de $f_L = \frac{1}{T_L} = 15625\text{ Hz}$

2. ELABORATION DES SIGNAUX DE SYNCHRO-LIGNE ET DE SYNCHRO-FRAME.

Pour reconstituer correctement l'image de la scène filmée il est nécessaire d'extraire du signal vidéo composite les signaux de début de ligne et de début de trame.

2.1.Elaboration du signal synchro ligne

Un système utilisant un transistor en commutation permet de récupérer les « tops » de synchro-ligne. Le circuit de polarisation du transistor n'est pas représenté.

Le transistor est bloqué dès que $v_{\text{vidéo}}$ devient supérieure au niveau de noir soit 0,3V.

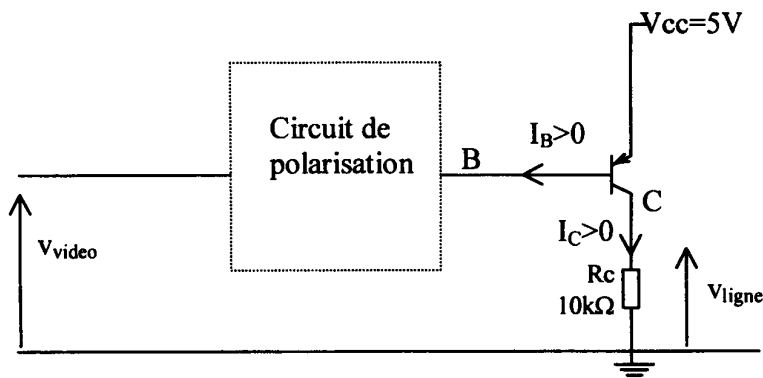


figure 6

2.1.1. Compléter la figure 7 en donnant le chronogramme de v_{ligne} correspondant à $v_{\text{vidéo}}$.

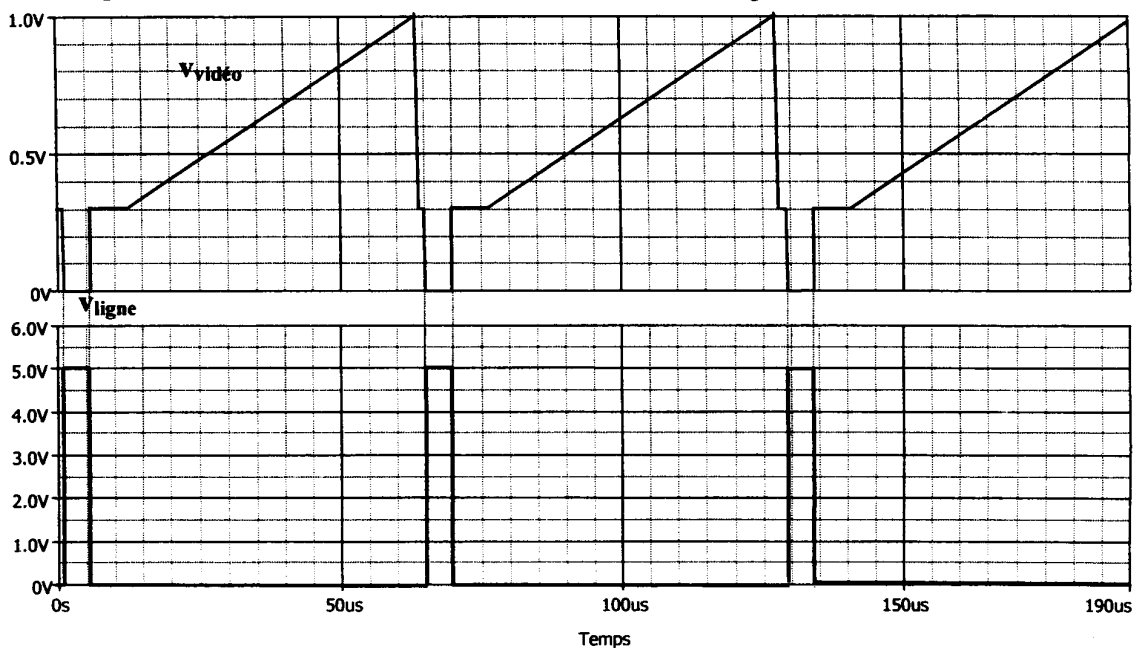


figure 7

2.1.2. En régime linéaire le transistor est caractérisé par $I_C = h_{FE} \cdot I_B$. Le constructeur fournit l'indication suivante: $100 < h_{FE} < 300$

2.1.2.1. Indiquer l'orientation des courant I_C et I_B sur la figure 6 en précisant leur signe quand le transistor est saturé.

Corrigé

2.1.2.2. Donner la valeur numérique du courant I_B assurant la saturation du transistor avec un coefficient de sursaturation au moins égal à 1,5.
Indiquer clairement votre raisonnement.

Quand le transistor est saturé, $I_C = I_{Csat} = \frac{V_{cc} - V_{ECsat}}{R_c} \approx \frac{V_{cc}}{R_c} = 0,5 \text{ mA}$

Le courant juste nécessaire à la saturation du transistor est dans le cas le plus défavorable :

$I_{Bsat} = \frac{I_{Csat}}{h_{FEmin}} = 5 \mu\text{A}$. Il faut donc polariser le transistor pour obtenir $I_B = 1,5 I_{Bsat} = 7,5 \mu\text{A}$

2.2. Élaboration du signal synchro trame.

Le signal v_{ligne} un signal rectangulaire évoluant entre $V_{cc}=5\text{V}$ et 0V de rapport cyclique variable est appliqué à l'entrée du circuit suivant :

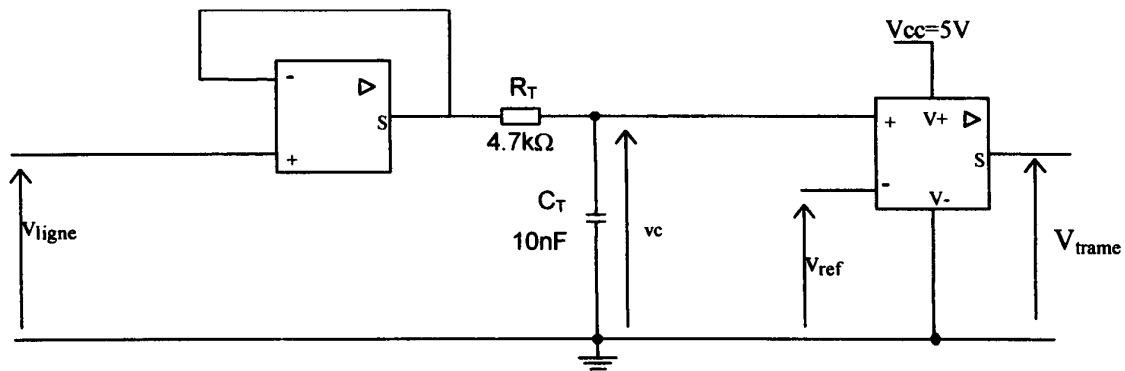


figure 8

2.2.1. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de $v_c(t)$ en fonction de v_{ligne} , R_T et C_T

$$R_T C_T \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v_{ligne}(t)$$

2.2.2. On se place dans le cas où la tension $v_{ligne}(t)$ évolue comme indiqué sur la figure 9.

sur $]0, t_h[$, $v_{ligne}(t) = V_{CC}$
à partir de t_h , $v_{ligne}(t) = 0$

2.2.2.1. Donner la loi d'évolution instantanée de $v_c(t)$ sur l'intervalle $]0, t_h[$ sachant que le condensateur présente à l'instant $t=0$, une tension initiale de valeur $v_c(0)=0,3\text{V}$. La solution de l'équation différentielle peut-être donnée sans démonstration.

Quelle est la valeur atteinte par $v_c(t)$ à l'instant $t=t_h$, sachant que $t_h=27,3\mu\text{s}$?

On notera $v_c(t_h)$ la valeur correspondante.

Solution de l'équation différentielle : $v_c(t) = V_{cc} + K.e^{-\frac{t}{R_T C_T}}$

A $t=0$, $v_c(t) = v_c(0)$; on déduit : $v_c(t) = V_{cc} + (v_c(0) - V_{cc}).e^{-\frac{t}{R_T C_T}} = 5 - 4,7.e^{-\frac{t}{R_T C_T}}$

A $t = t_h$, $v_c(t_h) = 5 - 4,7.e^{-\frac{27,3}{47}} = 2,37 \text{ V}$

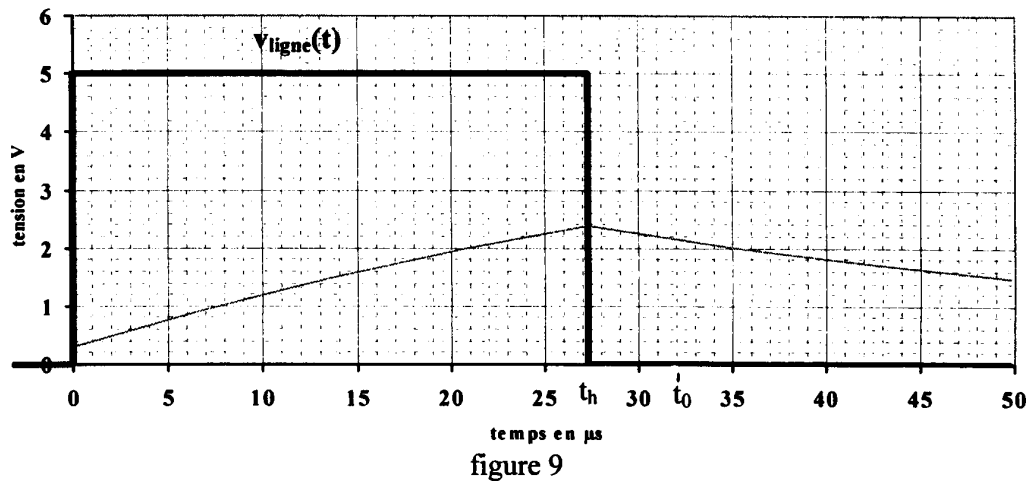
Corrigé

2.2.2.2. Donner de nouveau la loi d'évolution de $v_c(t)$ pour $t > t_h$. Quelle est la valeur atteinte à l'instant $t_0 = 32 \mu s$? On notera $v_c(t_0)$ la valeur correspondante.

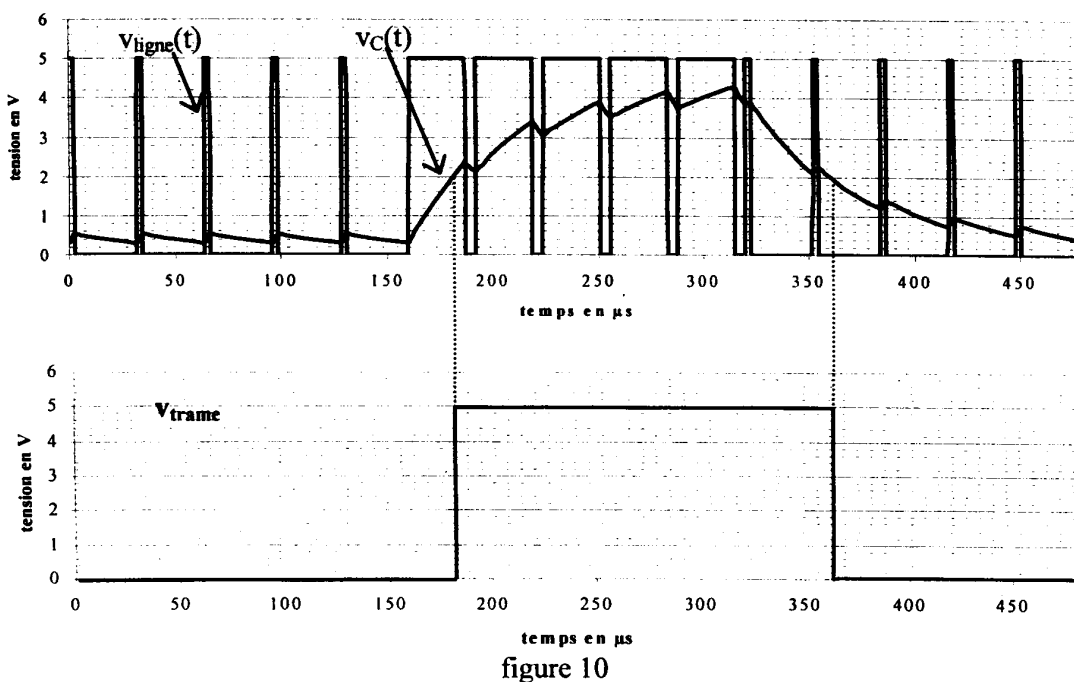
$$A \text{ partir de } t = t_h, v_c(t) = v_c(t_h) \cdot e^{-\frac{t-t_h}{R_\tau C_\tau}}$$

$$A t = t_0, v_c(t_0) = 2,37 \cdot e^{-\frac{32-27.3}{47}} = 2,14 \text{ V}$$

2.2.2.3. Représenter $v_c(t)$ sur le graphe de la figure 9.



2.2.3. Soumis au signal v_{ligne} réel, l'évolution de $v_c(t)$ est donné ci-dessous. Pour obtenir le signal v_{trame} conforme au signal de synchronisation trame de la figure 2, un comparateur idéal est placé derrière le condensateur (figure 8). On donne $V_{\text{ref}} = 2V$, représenter v_{trame} sur le graphe de la figure 10.



3. AMPLIFICATION ET FILTRAGE DU SIGNAL VIDEO

Le signal vidéo a une amplitude crête à crête de 1 V entre le minimum des impulsions de synchronisation et le maximum du signal analogique de luminance.

Grâce à un convertisseur analogique numérique, des échantillons du signal vidéo vont être prélevés à une fréquence d'échantillonnage de 4MHz, convertis en numérique puis stockés dans une mémoire.

En pratique, un filtre est présent avant le convertisseur analogique numérique ; il a pour rôle :

- d'amplifier le signal vidéo pour obtenir une amplitude crête à crête de 5 V correspondant à la dynamique d'entrée du convertisseur
- d'éliminer les fréquences contenues dans le signal vidéo de valeur supérieure à 2 MHz.

Le schéma structurel proposé est le suivant :

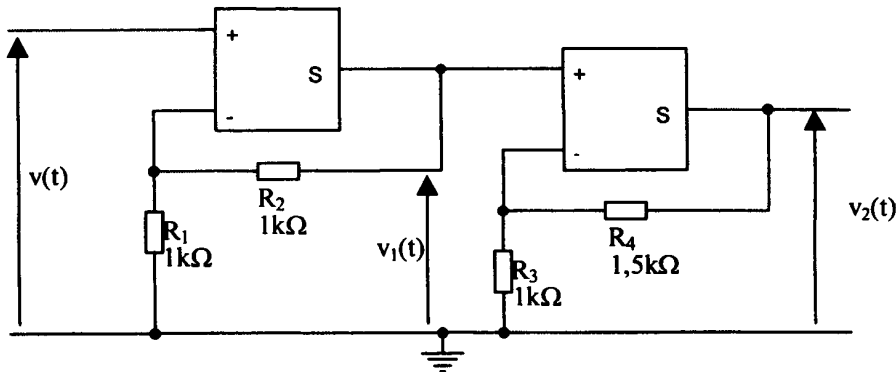
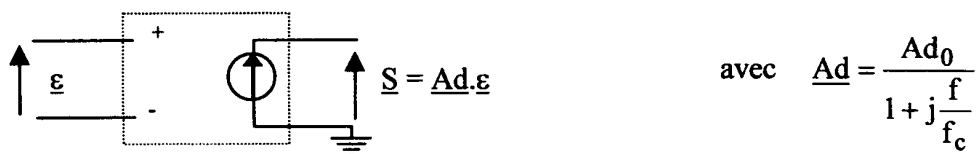


figure 11

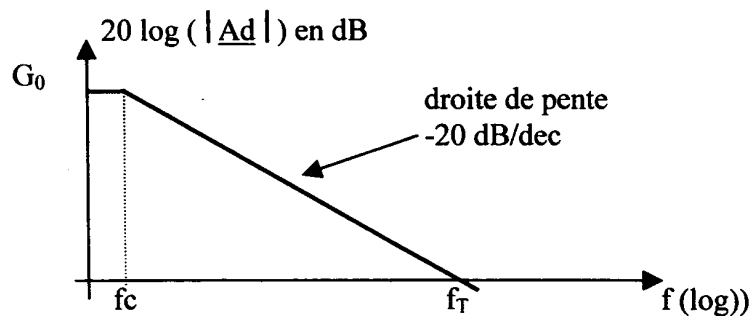
3.1 Etude de la réponse en fréquence du premier étage d'entrée $v(t)$ et de sortie $v_1(t)$.

On suppose pour cette étude que $v(t)$ est un signal sinusoïdal de fréquence variable et d'amplitude compatible avec le fonctionnement linéaire du circuit intégré.

3.1.1. Le circuit intégré linéaire utilisé est décrit par le modèle ci-dessous :



Le constructeur indique le tracé asymptotique de la réponse en fréquence du composant. Elle est reproduite ci-dessous :



Le constructeur précise les valeurs typiques :

- de la fréquence de transition notée sur le graphe f_T ; $f_T = 7 \text{ MHz}$
- du gain en très basses fréquences noté G_0 sur le graphe ; $G_0 = 100 \text{ dB}$

Donner l'équation de la droite asymptotique traduisant le comportement du circuit intégré dans le domaine des hautes fréquences :

- en exploitant l'expression de \underline{Ad}

$$\text{quand } f \rightarrow \infty, \underline{Ad} \approx \frac{Ad_0}{j \frac{f}{fc}} = \frac{Ad_0 \cdot fc}{jf}$$

$$\text{on déduit l'équation de la droite asymptotique : } G_{HF} = -20 \log \left(\frac{f}{Ad_0 \cdot fc} \right)$$

- en exploitant la caractéristique graphique donnée par le constructeur

En hautes fréquences, la droite asymptotique a une pente de -20 dB/déc , elle passe par le point

($f_T, 0 \text{ dB}$) ; elle a donc pour équation $G_{HF} = -20 \log \left(\frac{f}{f_T} \right)$

En déduire la relation reliant Ad_0 , fc et f_T .

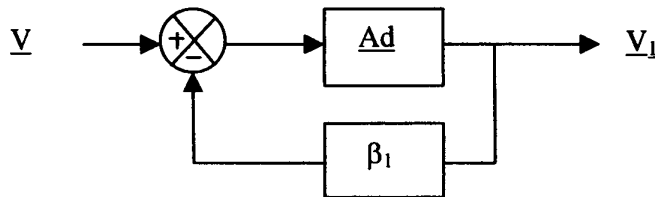
$$f_T = Ad_0 \cdot fc$$

Donner la valeur numérique de Ad_0 . En déduire celle de fc .

(on exploitera les valeurs typiques données par le constructeur)

$$Ad_0 = 10^5 \text{ } fc = 70 \text{ Hz}$$

3.1.2. Montrer que l'étage étudié peut être décrit par le schéma bloc donné ci-dessous :



Donner l'expression littérale de β_1 en fonction de R_1 et de R_2 .

$$\underline{V}_1 = \underline{Ad} (\underline{E}^+ - \underline{E}^-) \text{ avec } \underline{E}^+ = \underline{V} \text{ et } \underline{E}^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{V}_1. \text{ Par identification } \beta_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

3.1.3. Etablir l'expression de la transmittance isochrone $\underline{Av}_1(j\omega) = \frac{\underline{V}_1}{\underline{V}}$ en fonction de \underline{Ad} et β_1 ,

puis en fonction de Ad_0 , fc et β_1 .

$$\underline{Av}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{V}} = \frac{\underline{Ad}}{1 + \beta_1 \cdot \underline{Ad}} = \frac{Ad_0}{1 + Ad_0 \beta_1 + j \frac{f}{fc}}$$

\underline{Av}_1 peut être identifiée à une expression de la forme : $\underline{Av}_1(jf) = \frac{Av_{10}}{1 + j\frac{f}{fc_1}}$

Donner les expressions littérales de Av_{10} et de fc_1 en fonction de Ad_0 , fc et β_1 .

$$\underline{Av}_1 = \frac{Ad_0}{1 + Ad_0\beta_1} \frac{1}{1 + j\frac{f}{fc(1 + Ad_0\beta_1)}}$$

par identification : $Av_{10} = \frac{Ad_0}{1 + Ad_0\beta_1}$ et $fc_1 = fc(1 + Ad_0\beta_1)$

Compte tenu de la valeur de Ad_0 , on peut affirmer $Ad_0\beta_1 \gg 1$.

En déduire les expressions approchées de Av_{10} et de fc_1 .

$$Av_{10} = \frac{1}{\beta_1} \text{ et } fc_1 = Ad_0 \cdot fc \cdot \beta_1 = f_T \cdot \beta_1$$

3.2. Étude de la réponse en fréquence de la chaîne d'amplification d'entrée $v(t)$ et de sortie $v_2(t)$.

Le deuxième circuit intégré, fonctionnant en régime linéaire, a des caractéristiques identiques au premier.

On peut donc affirmer : $\underline{Av}_2(jf) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Av_{20}}{1 + j\frac{f}{fc_2}}$

3.2.1. En exploitant les expressions de $\underline{Av}_1(jf)$ et de $\underline{Av}_2(jf)$, établir l'expression de la

transmittance isochrone $\underline{Av}(jf) = \frac{V_2}{V}$.

$$\underline{Av}(jf) = \frac{Av_{10} \cdot Av_{20}}{(1 + j\frac{f}{fc_1})(1 + j\frac{f}{fc_2})} = \frac{Av_{10} \cdot Av_{20}}{1 + jf(\frac{1}{fc_1} + \frac{1}{fc_2}) - \frac{f^2}{fc_1 \cdot fc_2}}$$

$\underline{Av}(jf)$ peut être identifiée à l'expression d'un filtre passe-bas du second ordre définie par :

$$\underline{Av}(jf) = \frac{Av_0}{1 + 2jm\frac{f}{f_0} - \frac{f^2}{f_0^2}}$$

Donner l'expression littérale de f_0 puis de m en fonction de fc_1 et de fc_2 .

Quelle est la terminologie associée à ces deux grandeurs ?

$$f_0 \text{ est la fréquence propre } f_0 = \sqrt{fc_1 \cdot fc_2}$$

$$m \text{ est le facteur d'amortissement } m = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{fc_1}{fc_2}} + \sqrt{\frac{fc_2}{fc_1}} \right)$$

3.2.2. On rappelle : $f_{c1} = \beta_1 \cdot f_T$ et $f_{c2} = \beta_2 \cdot f_T$ en posant $\beta_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ et $\beta_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4}$.

Avec les valeurs des composants données sur le circuit de la figure 11, donner les valeurs numériques de Av_0 , f_0 et m .

$$Av_0 = Av_{1o} \cdot Av_{2o} = \frac{1}{\beta_1 \cdot \beta_2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 5$$

$$f_0 = f_T \cdot \sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2} = 3,13 \text{ MHz et } m = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} + \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \right) = 1$$

3.3 Exploitation des résultats expérimentaux.

Une simulation a été effectuée avec les valeurs données sur le circuit de la figure 11.

L'évolution du gain $G = 20 \cdot \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ en fonction de la fréquence est donnée sur la figure 12 ci-dessous :

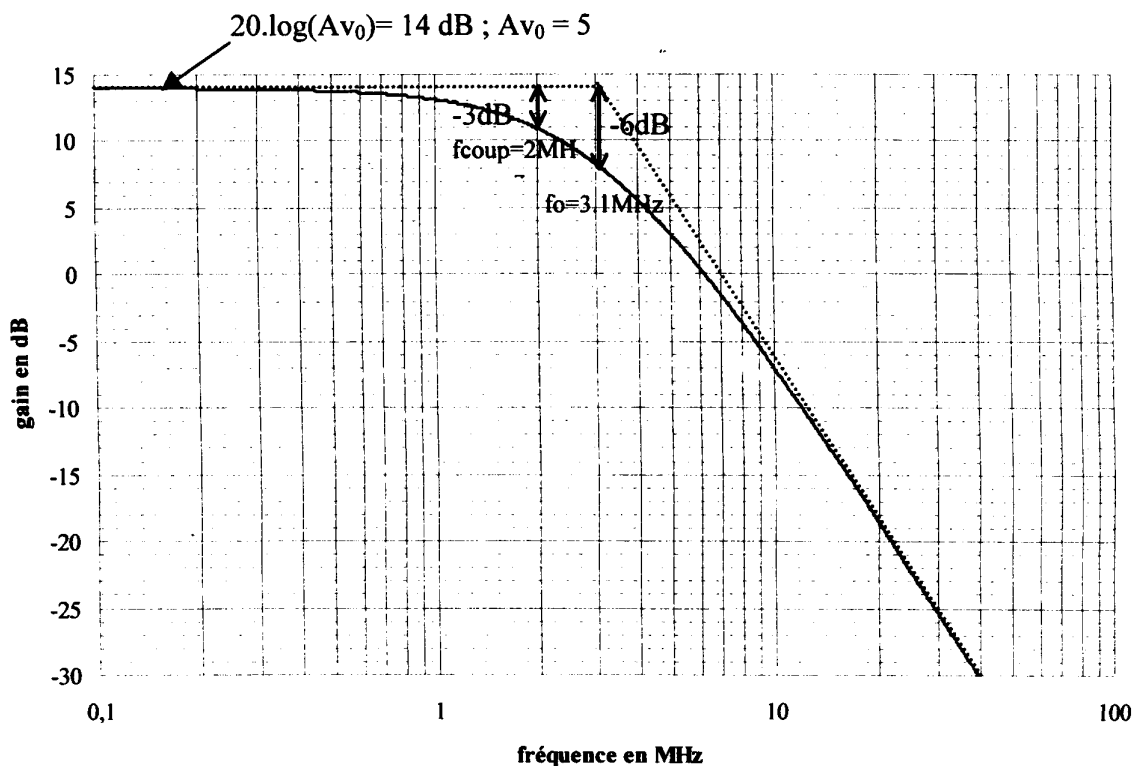


figure 12

3.3.1. Tracer les droites asymptotiques traduisant le comportement du circuit dans le domaine des basses et des hautes fréquences.

Valider les résultats précédemment établis en faisant apparaître sur le tracé de la figure 12, les deux grandeurs $20 \cdot \log(Av_0)$ et f_0 .

La valeur numérique de m est-elle également compatible avec le tracé ? Justifier votre réponse.

$$A f_0, G = 20 \cdot \log\left(\frac{Av_0}{2m}\right) = G_0 - 6\text{dB car } m = 1; \text{ on valide cette valeur sur le tracé}$$

3.3.2. On note f_{coup} la fréquence de coupure du montage.

Définir cette grandeur.

Donner sa valeur numérique en faisant apparaître cette grandeur sur le tracé de la figure 12.

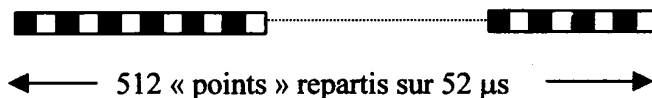
*La fréquence de coupure est la fréquence pour laquelle $G = G_0 - 3 \text{ dB}$.
On lit sur le graphe $f_{\text{coup}} = 2 \text{ MHz}$.*

3.4. Rôle du filtre

3.4.1. Le signal $v(t)$ présent à l'entrée du filtre est le signal vidéo comportant les informations de luminance issues d'une caméra C.C.D. de vidéo surveillance.

La caméra utilisée est une caméra haute résolution comportant 297984 pixels dont 512 sont répartis horizontalement et 582 verticalement.

On s'intéresse aux fréquences H.F. contenues dans le signal de luminance dans le cas extrême où une ligne est constituée d'une de points alternativement blancs et noirs conformément à :



On assimile le signal de luminance correspondant à un signal sinusoïdal évoluant entre 0,3 et 1V. Quelle est la période de ce signal ?

En déduire la fréquence maximale contenue dans le signal vidéo transmis par la caméra.

$$T_{\min} = \frac{2 * 52 \cdot 10^{-6}}{512} = 0,203 \mu\text{s} ; \text{ soit } F_{\max} = 4,92 \text{ MHz}$$

3.4.2. Peut-on échantillonner le signal précédent à 4 MHz ?

Justifier clairement votre réponse.

*La relation de Shanon impose que la fréquence d'échantillonnage soit au moins le double de la fréquence maximale du signal à transmettre.
Ce signal de luminance doit être échantillonné à $F_e \geq 9,84 \text{ MHz}$ (en pratique = 10 MHz)*

3.4.3. On pourrait attribuer au système décrit figure 11 la terminologie « filtre anti-repliement ».

Justifier cette affirmation.

*Lors de l'opération d'échantillonnage, il apparaît dans le spectre du signal échantillonné des « raies » de fréquence $|F_e - f|$
Quand la relation de Shanon n'est pas respectée, ces raies se retrouvent dans le spectre du signal initial et on ne pourra plus le reconstituer fidèlement à partir des échantillons.
Le filtre évite ce problème appelé « repliement » de spectre car il atténue tous les signaux de fréquences supérieures à 2 MHz ($F_e/2$)*