

TRANSMETTEUR D'ALARME TELEPHONIQUEINTRODUCTION:

L'épreuve comprend 3 parties totalement indépendantes extraites du système technique.

Partie n°1: la composition des numéros de téléphone, selon le standard moderne (dit "à fréquences vocales"), est réalisée par émission de paires de signaux sinusoidaux. Cette fonction est réalisée numériquement par le microcontrôleur et un convertisseur numérique analogique. Le signal obtenu n'est qu'une approximation de la sinusoïde idéale, cette partie étudie certaines de ses imperfections.

Partie n°2: dans le système étudié, un haut-parleur remplit alternativement la fonction de reproduction du signal acoustique et celle de capteur sonore (microphone). On s'intéressera ici à cette dernière, de façon élémentaire.

Partie n°3: l'appel d'urgence utilise une liaison hertzienne entre un petit boîtier émetteur, porté par une personne, et un récepteur fixe relié au transmetteur téléphonique lui-même. Cette liaison se fait en modulation de fréquence sur 41,225 MHz. Dans le récepteur, ce signal modulé subit un double changement de fréquence pour être finalement transmis dans une bande centrée sur la fréquence intermédiaire normalisée de 455kHz. Il est ensuite amplifié, limité, puis enfin appliqué à un démodulateur à quadrature. C'est cette dernière fonction qui est examinée ici.

QUELQUES ELEMENTS MATHÉMATIQUES UTILES:TRANSFORMÉES DE LAPLACE:

Fonction	Transformée
$f(t)$ (échelon unité)	$1/p$
$f(t)$	$F(p)$
$f(t-\theta)$	$F(p) \cdot e^{-p\theta}$
$f'(t)$	$p \cdot F(p) - f(0)$

TRANSFORMATIONS TRIGONOMETRIQUES:

$$\sin a \cdot \cos b = 1/2 [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \cdot \cos b = 1/2 [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

FORMULE D'APPROXIMATION:

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x \quad \text{si } x \ll 1.$$

A GÉNÉRATION NUMÉRIQUE DE SIGNAUX SINUSOÏDAUX:

Le signal produit par le système numérique est constitué de marches d'escalier de durée constante T_r formant approximativement une sinusoïde (fig. 2).

La fonction "génération numérique d'une sinusoïde" est mathématiquement équivalente à la mise en cascade de 2 fonctions (fig 1):

- l'échantillonnage idéal d'une sinusoïde modèle (fictive);
- le filtrage du signal échantillonné par un bloqueur (interpolateur d'ordre zéro).

Cette indication permettra d'obtenir aisément la composition spectrale du signal en marches d'escalier.

Notations:

Soient:

$s(t)$ le signal sinusoidal modèle, de période T , de fréquence F ,

d'amplitude 1: $s(t) = \sin 2 \pi F t$

T_r la période d'échantillonnage, F_r la fréquence correspondante;

$s_r(t)$ le signal obtenu après échantillonnage;

$s_r(t)$ le signal en marche d'escalier à la sortie du bloqueur.

Du fait du procédé de génération, la fréquence d'échantillonnage est multiple de la fréquence du signal sinusoidal:

$F_r = N \cdot F$

(pour les applications numériques on prendra $N=16$).

1 ETUDE DE L'ECHANTILLONNAGE:

L'échantillonnage idéal de la sinusoïde parfaite $s(t)$ peut être considéré comme la multiplication de ce signal $s(t)$ par un signal $e(t)$ constitué d'une succession infinie d'impulsions unitaires (ou de Dirac), apparaissant périodiquement à la période T_r .

1.1: Montrer que la valeur numérique du rapport F_r/F permet un échantillonnage sans perte d'information.

1.2: Sachant que la décomposition en série de Fourier de $e(t)$ est:

$$e(t) = F_r \sum_{k=1}^{\infty} \cos(2 \pi k F_r t)$$

établir l'expression du signal échantillonné et la mettre sous forme d'une somme de fonctions sinusoidales dont les arguments seront exprimés en fonction de k , N , F et t .

1.3: Dans les conditions précédemment définies ($F_r=16 \cdot F$), représenter le spectre en fréquence du signal $s_r(t)$, en se limitant aux 5 premières raies (fondamental et 4 harmoniques). Indiquer l'amplitude et la fréquence de chacune de ces raies.

2 ETUDE DU SIGNAL APRES LE BLOQUEUR:

Le bloqueur est un système linéaire dont la réponse impulsionnelle $h(t)$ est définie par:

$$h(t) = \Gamma(t) - \Gamma(t - T_d)$$

où $\Gamma(t)$ représente l'échelon unitaire.

2.1: Dessiner le graphe de $h(t)$. Que représente la transformée de Laplace de $h(t)$?

2.2: En déduire la transmittance isomorphe du bloqueur $B(p)$.

2.3: Etude de la réponse harmonique du bloqueur:

2.3.1: Quelle est la transmittance isochrone $B(j\omega)$, en régime sinusoïdal permanent de pulsation ω ?

Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme:

$$B(j\omega) = \frac{2/\omega \cdot \sin \omega T_d / 2}{-j\omega T_d / 2}$$

$$B(j\omega) = \frac{2/\omega \cdot \sin \omega T_d / 2}{-j\omega T_d / 2}$$

2.3.2: Etablir l'expression de l'argument $\phi(\omega)$ de $B(j\omega)$.

En déduire qu'il existe un retard, que l'on calculera, entre le signal modèle $s(t)$ et le signal $s_1(t)$.

2.3.3: Quel est le module $B(\omega)$ de $B(j\omega)$?

Représenter l'allure du graphe de $B(\omega)$ sur le document-réponse n° 1.

3: SPECTRE DE FREQUENCE DU SIGNAL DE SORTIE DU BLOQUEUR:

3.1: Calculer numériquement l'amplitude du fondamental et des quatre premiers harmoniques de $s_1(t)$.

3.2: Rappeler une définition mathématique du taux de distorsion harmonique d'un signal périodique.

Calculer le taux de distorsion du signal $s_1(t)$ en se limitant aux harmoniques précédents.

B ETUDE DU HAUT-PARLEUR UTILISE COMME MICROPHONE:

Le fonctionnement habituel d'un haut-parleur électrodynamique consiste à convertir (partiellement) l'énergie électrique qu'on lui fournit en une énergie mécanique (onde sonore rayonnée).

Dans cette question, on montrera, de manière simplifiée, que ce fonctionnement est réversible (fonctionnement en capteur, microphone). On évaluera les performances électro-acoustiques du microphone obtenu.

1 MODELE ELECTRO-MECANIQUE D'UN HAUT-PARLEUR ELECTRODYNAMIQUE:

Voir figure 3 une coupe d'un haut-parleur courant.

Remarques:

-Du fait de l'action conjuguée des suspensions centrale ("spider") et périphériques, seul un mouvement de translation de la bobine est possible, selon l'axe de symétrie $x'x$ commun à la membrane, à la bobine, et au système de production du champ magnétique.

-Le champ magnétique est produit par un aimant permanent. Une pièce polaire, en contact avec son pôle sud, permet le guidage des lignes de champ. Dans l'entrefer annulaire, entre le pôle nord (aimant) et le pôle sud (pièce polaire), il existe donc un champ magnétique. En pratique, on obtient, dans une portion de cet

entrefer, des lignes de champ radiales et un champ magnétique d'intensité constante.

-Pour le type de haut-parleur utilisé, le débattement de la bobine mobile est tel qu'elle est toujours entièrement plongée dans la zone à champ magnétique radial d'intensité constante.

Modélisation du haut-parleur (figure 4):

-La membrane conique est supposée totalement rigide. Elle sera remplacée par une membrane plane équivalente, correspondant approximativement à sa section droite (suspension périphérique non comprise). L'aire de celle-ci est notée S .

-La position d'équilibre O de cette membrane fictive sera choisie comme origine des abscisses repérées sur l'axe de symétrie du haut-parleur.

-Le déplacement de la membrane équivalente sera noté x et toujours considéré comme faible vis-à-vis des longueurs d'onde sonores.

-On attribuera à la membrane équivalente une masse M correspondant à la masse de l'ensemble des parties en mouvement (équipement mobile).

-Les suspensions centrale et périphérique se comportent globalement comme un unique système élastique exerçant sur la membrane une force de rappel dirigée selon $x'x$ et dont la mesure algébrique comptée selon cet axe vaut:

$$F_1 = -k_1 x$$

$$F_2 = -k_2 x$$

où k_1 représente la raideur de ces suspensions.

-Les diverses dissipations d'énergies durant les mouvements de l'équipage mobile du haut-parleur seront assimilées à des frottements visqueux. Ceci se traduit par une force unique dirigée selon l'axe $x'x$ et dont la mesure algébrique vaut:

$$F_3 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_4 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_5 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_6 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_7 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_8 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_9 = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{10} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{11} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{12} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{13} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{14} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{15} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{16} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{17} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{18} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{19} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{20} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{21} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{22} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{23} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{24} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{25} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{26} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{27} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{28} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{29} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{30} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{31} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{32} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{33} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{34} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{35} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{36} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{37} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{38} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{39} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{40} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{41} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

$$F_{42} = -\alpha \frac{dx}{dt}$$

2. MODELE DE L'ENCEINTE ACOUSTIQUE:

Voir figure 6.

Pour améliorer le fonctionnement, on fixe le haut-parleur sur un coffret parallélépipédique ne possédant pas d'autre ouverture que celle destinée au haut-parleur (enceinte close). Cette enceinte est d'un volume suffisant pour que les déplacements de faible amplitude de la membrane du haut-parleur ne modifient pas sensiblement la pression interne.

En l'absence de perturbation sonore, les pressions interne P_i et externe P_e s'égalisent par les diverses fuites pneumatiques du montage et l'on a $P_i = P_e = P_0$, pression atmosphérique du lieu.

Si une onde sonore se propage à l'extérieur de l'enceinte, seule la pression externe p_e sera affectée, les variations rapides de pression ne se transmettant quasiment pas à l'intérieur. L'air emprisonné dans l'enceinte se comporte comme un système élastique qui agit lors des déplacements de la membrane comme une force dont la mesure algébrique vaut :

$$F_s = -k_s \cdot x$$

où k_s est la raideur de l'enceinte (fonction de ses dimensions). On introduit aussi un matériau absorbant (type laine de verre) dans l'enceinte qui provoque un amortissement de type visqueux, représenté par une force dont la mesure algébrique est :

$$F_v = -\alpha_v \cdot \frac{dx}{dt}$$

où α_v (coefficient d'amortissement visqueux) dépend de la quantité de matériau absorbant introduite.

3. DESCRIPTION DE L'ONDE SONORE DE TEST :

Afin de caractériser le capteur étudié, on produit une onde sonore de test.

La source sonore sera disposée à droite de l'enceinte, sur l'axe $x'x$ et à une très grande distance. On pourra admettre que l'onde sonore parvenant sur le haut-parleur est quasi plane, de direction $x'x$ et se propageant de x vers x' avec la célérité c , (appelée communément "vitesse du son").

La pression de l'air à l'extérieur de l'enceinte est modifiée par l'onde et vaut :

$$p_e = p_0 + \Delta p$$

où Δp est la surpression instantanée provoquée par l'onde.

L'onde est plane au voisinage de l'enceinte, et de direction $x'x$. A un instant donné t , tous les points dans un plan perpendiculaire à $x'x$ et d'abscisse x ont la même surpression Δp qui s'écrit alors en fonction de t et x : $\Delta p(t, x)$.

4. QUESTIONS :

4.1. Détermination du mouvement de la membrane soumise à la surpression de l'onde plane :

On appelle $\Delta p_s(t)$ la surpression instantanée $\Delta p(t, 0)$ en $x=0$. Comme les déplacements de la membrane sont d'amplitude très faible vis-à-vis des longueurs d'onde utilisées, on admet que la surpression agissant sur la face droite de la membrane est égale à $\Delta p_s(t)$.

4.1.a. Exprimer l'accroissement ΔF_s de la force pressante s'exerçant sur la membrane, comptée suivant l'axe $x'x$.

4.1.b. Appliquer le principe fondamental de la dynamique, en tenant compte de l'ensemble des forces agissant sur la membrane ($\Delta F_s, \dots$). Mettre l'équation différentielle du mouvement de la membrane sous la forme :

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \alpha_v \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x = A \cdot \Delta p_s(t)$$

où seront explicitées α_v , k et A .

4.1.c. Soient $X(p)$ et $\Delta p_s(p)$ les transformées de Laplace respectives de $x(t)$ et $\Delta p_s(t)$. Exprimer alors la relation entre $X(p)$ et $\Delta p_s(p)$, en supposant que pour $t=0$, $x=0$ et $dx/dt=0$.

4.1.d. On pose $v(t) = dx/dt$ (vitesse instantanée de la membrane). Donner l'expression de la transformée $V(p)$ en fonction de $\Delta p_s(p)$.

4.2. Détermination de la sensibilité complexe du capteur :

4.2.a. On considère une portion infinitésimale de la bobine, de longueur dl . Lors de son déplacement dans le champ radial local \vec{B} , selon le vecteur vitesse \vec{v} , cette portion de circuit est le siège d'une f.é.m. infinitésimale de . Dessiner une figure montrant une configuration possible des vecteurs \vec{B} et \vec{v} et de la portion de fil de longueur dl sur laquelle on représentera le sens du courant que ferait circuler de si elle était seule. Exprimer de .

On suppose que les conventions choisies sont telles que la f.é.m. induite dans l'ensemble de la bobine est :

$$e(t) = B \cdot l \cdot v(t)$$

4.2.b. Soit $E(p)$ la transformée de Laplace de $e(t)$, écrire son expression en fonction des divers paramètres et de $\Delta p_s(p)$.

4.2.c. On définit la sensibilité complexe d'un capteur sonore par :

$$g(p) = E(p) / \Delta p_s(p)$$

Calculer alors la sensibilité complexe du haut-parleur utilisé en microphone sous la forme :

$$g(p) = -\sigma_v \cdot \frac{p^2 + 2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2}{2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot p}$$

en exprimant σ_v , m et ω_0 en fonction des paramètres du système.

4.3. Détermination des constantes du capteur :

On donne les valeurs numériques relevées sur le haut-parleur utilisé :

$$M = 1 \text{ g}; k_s = 2300 \text{ N.m}^{-1}; \alpha_v = 0,19 \text{ N.s.m}^{-1}; S = 50 \text{ cm}^2;$$

$$\text{valeur du produit } B \cdot l = 1,35 \text{ N.A}^{-1}.$$

Lorsqu'il est placé dans l'enceinte qui lui est destinée, le haut-parleur montre une fréquence de résonance de 430 Hz, avec un coefficient d'amortissement $m=0,22$.

4.3.a. Calculer les coefficients k_r et α_r . Vérifier que la sensibilité maximale est alors de $\sigma_v = 5,67 \text{ mV.Pa}^{-1}$.

4.3.b. Réponse en fréquence du capteur :

La source sonore rayonne maintenant en permanence une onde sinusoidale entrant en $x=0$ une surpression :

$$\Delta p_s(t) = p_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

où $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ étant la fréquence de l'onde.

Ecrire l'expression de $g(j\omega)$. Identifier le type de filtrage auquel correspond $g(j\omega)$. Tracer la courbe des variations de :

$$|g(j\omega)| = 20 \cdot \log \left(\frac{|g(f)|}{|\sigma_v|} \right) \text{ sur le document réponse n}^\circ 2.$$

Pour f variant de 10Hz à 20kHz. Préciser les fréquences correspondant à $I = -3 \text{ dB}$ et $I = 0 \text{ dB}$.

4.3.c. Evaluation des performances du capteur :

Le spectre moyen du message parlé est donné en figure 7.

La courbe de sensibilité du capteur étudié convient-elle pour l'application envisagée ?

C DEMODULATEUR EN QUADRATURE:

Le démodulateur (voir figure 8) a pour rôle de transformer le signal modulé en fréquence qu'on lui applique en une tension proportionnelle au signal de modulation original.

- Il est constitué de 3 parties:
- un réseau déphaseur passif;
- un multiplieur analogique;
- un filtre passe-bas.

On appelle $v_1(t)$ la tension d'entrée du réseau déphaseur (amplitude V_1 , pulsation ω) et $v_2(t)$ sa tension de sortie (amplitude V_2 , pulsation ω). Dans les parties 1, 2 et 3 le signal d'entrée $v_1(t)$ est un signal sinusoïdal pur haute fréquence (non modulé).

Dans ce cas, l'angle θ représente le déphasage de la tension $v_2(t)$ par rapport à la tension $v_1(t)$ et les tensions instantanées s'écrivent:

$$v_1(t) = V_1 \cos \omega t$$

$$v_2(t) = V_2 \cos (\omega t + \theta)$$

La transmittance $\underline{I}(j\omega)$ du réseau complet s'écrit:

$$\underline{I}(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} e^{j\theta} = \frac{V_2}{V_1} (\cos \theta + j \sin \theta)$$

1 ETUDE DU MULTIPLIEUR (FIGURE 10):

1.: Calculer la tension $v(t)$ à la sortie du multiplieur inséré dans le démodulateur. Quelle est la pulsation de sa composante variable?

2 ETUDE DU FILTRE PASSE-BAS:

2.1: Quelle condition doit remplir la pulsation de coupe ω_c du filtre passe-bas (supposé idéal) pour que celui-ci élimine la composante haute fréquence du signal $s(t)$?

2.2: Cette condition étant remplie, démontrer que V_s s'écrit:

$$V_s = \frac{2}{k \cdot V_1} \cdot |\underline{I}(j\omega)| \cdot \cos \theta$$

2.3: Soit $T_n(\omega)$ la partie réelle de la transmittance $\underline{I}(j\omega)$ du réseau déphaseur. Exprimer V_s en fonction de k , V_1 et $T_n(\omega)$.

3 ETUDE DU RESEAU DEPHASEUR (FIGURE 9):

Le réseau déphaseur comporte un condensateur parfait de capacité C' monté en série avec un dipôle D.

Le dipôle D est lui-même constitué par la mise en parallèle d'un résistor de résistance R , d'une bobine d'inductance L et de pertes négligeables, et d'un condensateur parfait de capacité C .

3.1: Donner l'expression de la transmittance complexe $\underline{Y}(j\omega)$ du dipôle D.

3.2: Démontrer que la transmittance complexe $\underline{I}(j\omega)$ du réseau se met sous la forme:

$$\underline{I}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{C}{C'} - \frac{1}{LC'\omega^2} - \frac{j}{RC'\omega}}$$

3.3: On pose:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L(C+C')}; \quad Q_0 = \frac{R}{L\omega_0}; \quad \alpha = \frac{C'}{C+C'}; \quad \gamma = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Montrer que $T_n(\omega)$ devient:

$$T_n(\omega) = \frac{\alpha \cdot \gamma^2 \cdot (\gamma^2 - 1)}{(\gamma^2 - 1)^2 + \frac{\gamma^2}{Q_0^2}}$$

3.4: Variations de $T_n(\omega)$:

3.4.a: Calculer $T_n(1)$.

3.4.b: La dérivée de $T_n(\omega)$ s'annule pour 3 valeurs de γ :

$$\gamma = 0; \quad \gamma = 1 - 1/2Q_0; \quad \gamma = 1 + 1/2Q_0.$$

En supposant que $Q_0 \gg 1$, établir les expressions correspondantes de $T_n(\omega)$ en fonction de α et Q_0 .

3.4.c: Vers quelle limite tend $T_n(\omega)$ quand γ tend vers l'infini?

4. ETUDE DU DEMODULATEUR:

On s'intéresse aux variations de la tension V_s en fonction de la fréquence F .

On donne les valeurs numériques suivantes:

$$R = 22k\Omega; \quad C = 470pF; \quad L = 245\mu H; \quad C' = 30pF; \quad k = 11,8V^{-1}; \quad V_1 = 0,6V.$$

4.1: Calculer les valeurs numériques du maximum $V_{s,max}$ et du minimum $V_{s,min}$ de V_s . Calculer celles des fréquences correspondantes $F_{1,w}$ et $F_{2,w}$, ainsi que celle de la fréquence F_0 .

Déterminer la limite de V_s quand γ tend vers l'infini.

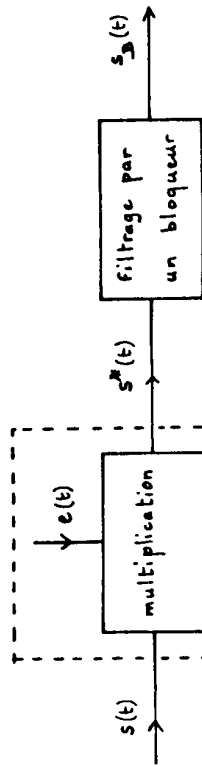
4.2: Tracer alors le graphe de V_s en fonction de F sur le document-réponse n°1.

4.3: Autour de la fréquence F_0 , la courbe $V_s = f(F)$ est assimilée à sa tangente d'équation:

$$k \cdot V_s = 2 \cdot \alpha \cdot Q_0 \cdot (F - F_0) = A \cdot (F - F_0)$$

2

Sachant que le signal $v_1(t)$ est maintenant un signal sinusoïdal modulé en fréquence par un signal basse fréquence $s(t)$ (fréquence instantanée $F_i(t) = F_0 + k_r \cdot s(t)$ avec comme conditions: $k_r \cdot s(t) \ll F_0$ et F_0 proche de F_0), montrer que la tension de sortie V_s est une fonction affine du signal modulant $s(t)$.



échantillonnage idéal

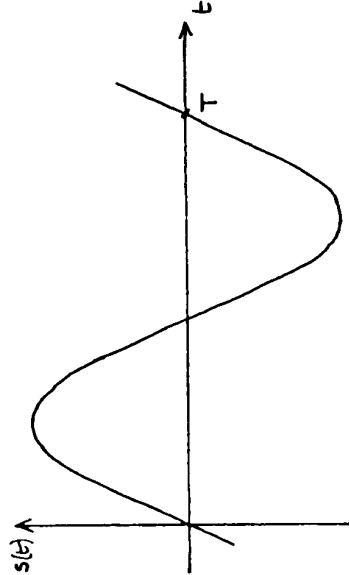


Figure 1

train d'impulsions d'amplitude h de largeur 1/h

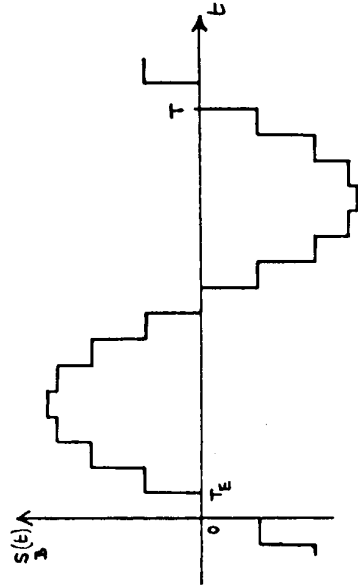
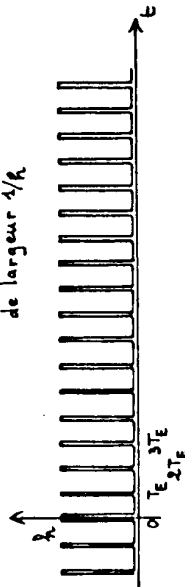


Figure 2

$e(t)$: train d'impulsions de Dirac (cas limite quand $h \rightarrow +\infty$)

$$e(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

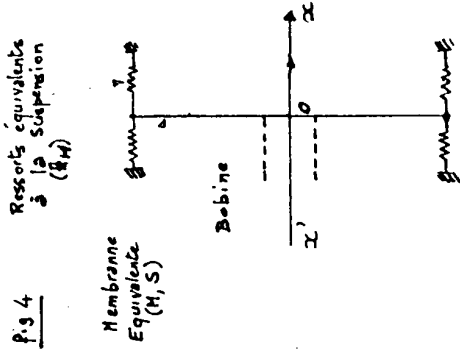


Fig 4

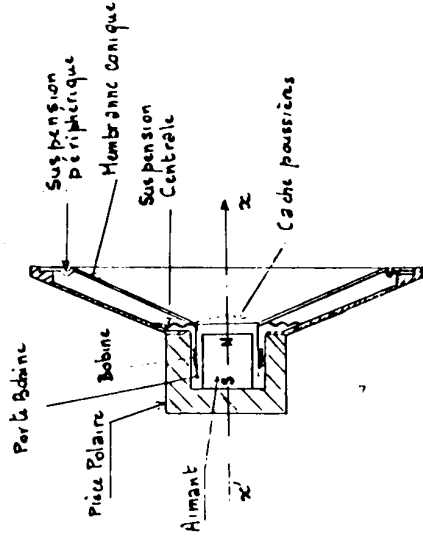


Fig 5

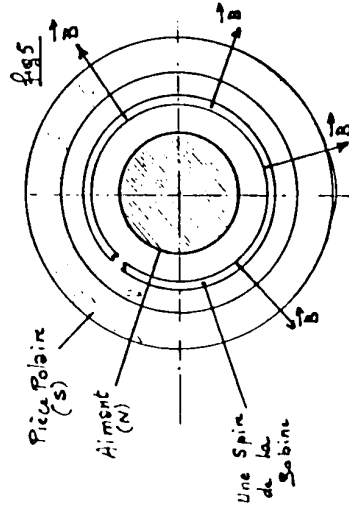


Fig 6

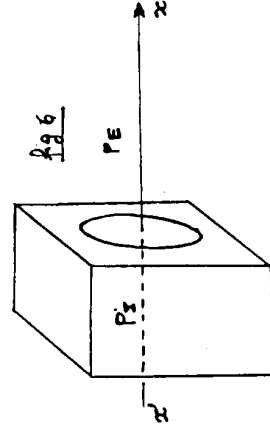


Fig 7

Niveau de Suppression en dB par rapport à 205Pa (valeurs officielles)

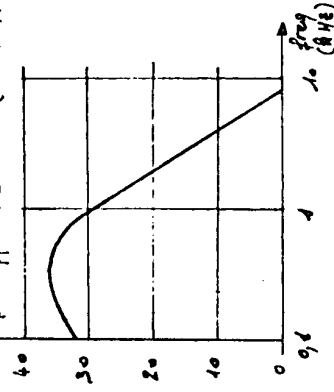


Fig 8

Spectre moyen de la parole, à long terme, les mesures étant faites à 1 mètre des lèvres.

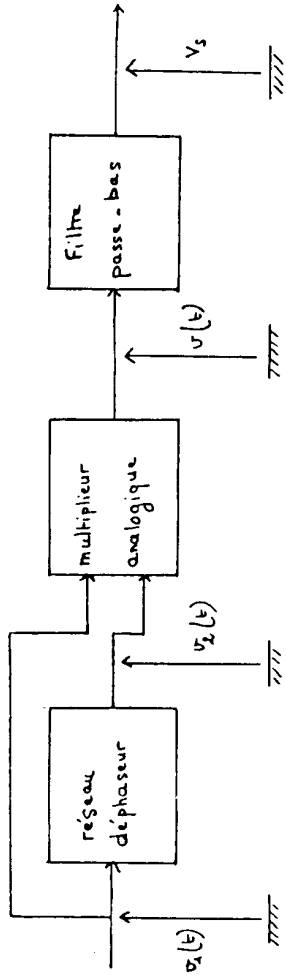


Figure 8

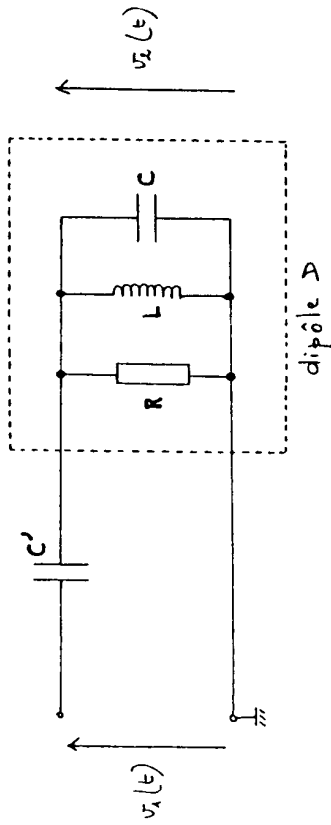
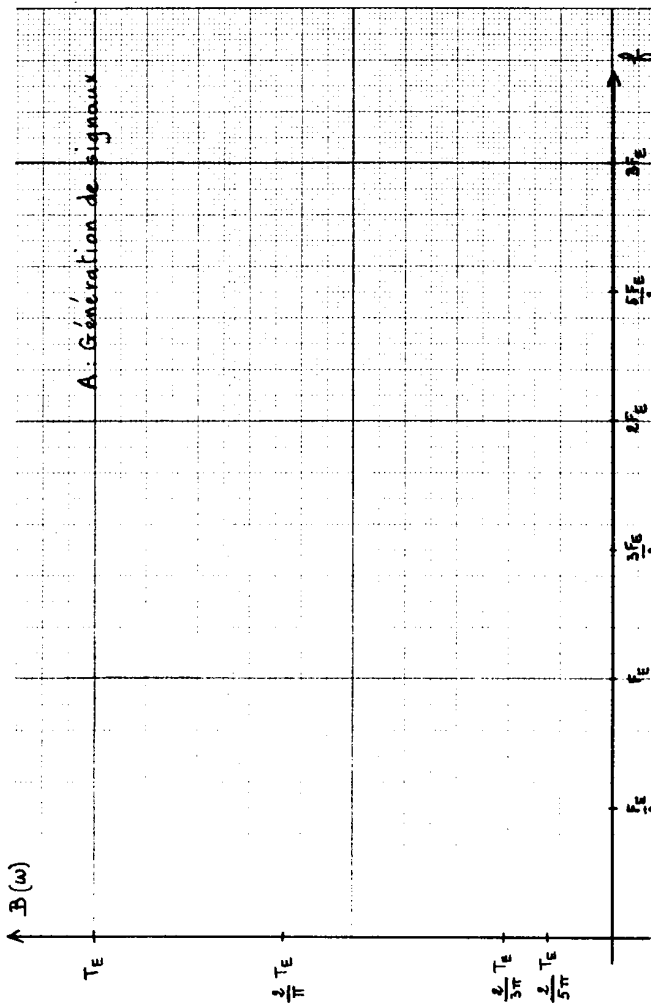


Figure 9

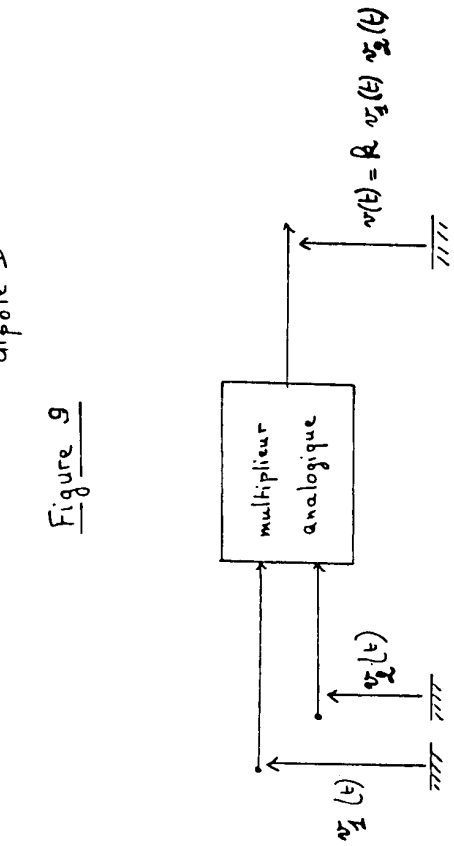


Figure 10

