

1

10 Etude de condensation à capacité réglable

1.1. Deux diodes D_1 et D_2 sont montées en parallèle. En revanche pour les petits signaux alt. nuls, elles sont montées en série (en ce qui concerne leur capacité dynamique C_d).

Par conséquent $C_d = \frac{C_d}{2} = \frac{\frac{V_k}{V_0} n}{\left(1 + \frac{V_k}{V_0}\right)^n}$

Pour les petits signaux alternatifs, la diode D_2 est en parallèle avec R_k . Or, pour $V_k = 3$ volts, par exemple, $C_d = 935 \mu F$ et $\frac{1}{C_d \omega} = 38 \text{ k}\Omega$ à $4,5 \text{ MHz}$.

On a donc $R_k \gg \frac{1}{C_d \omega}$ et l'on peut négliger le courant qui passe dans R_k .

1.2. Pour $V_k = 10 \text{ V}$, $C_d = C_m = 906 \mu F$, pour $V_k = 50 \text{ V}$, $C_d = C_m = 346 \mu F$.

10 Etude du quartz réel

2.1. $Z_{1q} = \frac{j(L\omega - \frac{1}{C_3\omega})}{1 + j^2\omega^2 j(L\omega - \frac{1}{C_2\omega})} = j \frac{1 - LC_2\omega^2}{(C_2 + C_3)\omega - LC_2\omega^3} = j X(\omega)$

$X(\omega) = \frac{-1}{(C_1 + C_2)\omega} \cdot \frac{1 - LC_2\omega^2}{1 - \frac{LC_2\omega^2}{C_1 + C_2}} = \frac{-1}{(C_1 + C_2)\omega} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC_2}$; $\omega_p^2 = \frac{1}{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$

2.2. $\omega_p^2 = \omega_0^2 \times \frac{C_1 + C_2}{C_1} = \omega_0^2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)$

$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{C_2}{C_1}}$, or $\frac{C_2}{C_1} = 4 \cdot 10^{-3} \ll 1$;

Or pour $x \ll 1$, $\sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2}$. Donc:

$\omega_p = \omega_0 \left(1 + \frac{C_2}{2C_1}\right)$

$f_p = 4539,8 \text{ kHz}$; $f_0 = 4548,9 \text{ kHz}$.

2.3. Le signe de $X(\omega)$ est le produit des signes de ses trois facteurs: $\frac{-1}{(C_1 + C_2)\omega}$ est toujours négatif.

$1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$ est > 0 pour $\omega < \omega_0$ et < 0 pour $\omega > \omega_0$

$1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2$ est > 0 pour $\omega < \omega_p$ et < 0 pour $\omega > \omega_p$



$X(\omega)$ est positive entre f_0 et f_p , négative ailleurs.

Les trois fréquences propres sont dans la bande (f_0, f_p). Les trois valeurs de X correspondantes sont positives. La quantité $\frac{1}{(C_1 + C_2)\omega}$ varie peu: 5816Ω .

Pour $f_0 = 4548,9 \text{ kHz}$: $-1 + \left(\frac{f_0}{f_0}\right)^2 = 1,02 \cdot 10^{-3}$; $1 - \left(\frac{f_0}{f_p}\right)^2 = 2,153 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X = 699 \Omega$

Pour $f_p = 4539,8 \text{ kHz}$: $-1 + \left(\frac{f_p}{f_0}\right)^2 = 3,972 \cdot 10^{-3}$; $1 - \left(\frac{f_p}{f_p}\right)^2 = 1,91 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X = 6228 \Omega$

Pour $f_2 = 4545,0 \text{ kHz}$: $-1 + \left(\frac{f_2}{f_0}\right)^2 = 2,292 \cdot 10^{-3}$; $1 - \left(\frac{f_2}{f_p}\right)^2 = 3,74 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X = 7774 \Omega$

3. Etude de l'oscillateur

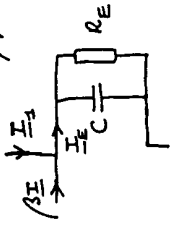
Or la fréquence considérée, $\frac{1}{C_d} \ll 1 \Omega$: pour les petits signaux, le collecteur C_d de T est donc au potentiel zéro; comme s'il était relié à la masse. La résistance R n'intervient donc pas.

La résistance R_B , entre la borne B_2 et la collection C_0 de T , est donc en parallèle avec Z_2 . Or $|Z_2| < 1k\Omega \ll R_B$.

On peut donc négliger l'influence de R_B pour la partie à gauche.

En complétant par ailleurs T par son schéma équivalent, on obtient bien le schéma de la figure 5.

(3.2.1)



Le dipôle C/R_E , seul, est parcouru par le courant d'intensité $I_E = I_2 + \beta I_1$.

$$I_E = I_2 + \beta \frac{\frac{1}{j\omega C} I_2}{\frac{1}{j\omega C} + R_E} = I_2 \left(1 + \frac{\beta}{1 + j\omega R_E C} \right)$$

$$I_E = I_2 \left(\frac{\beta + 1 + j\omega R_E C}{1 + j\omega R_E C} \right)$$

Le dipôle, seul, a pour impédance $Z'_E = \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C}$. La tension à ses bornes vaut donc $U_E = Z'_E I_E$, et l'impédance cherchée, Z_E est donc

telle que : $Z_E = \frac{U_E}{I_2} = \frac{Z'_E I_E}{I_2} = \frac{\beta + 1 + j\omega R_E C}{(1 + j\omega R_E C)(1 + j\omega R_E C)}$

(3.2.2) Pour $f = 4544,5 \text{ kHz}$, $C_0 = 4382 \cdot 10^{-2} \text{ S}$; $\frac{1}{C_0} = 745 \Omega$.

$$R_E C_0 = 129,8 \gg 1 \Rightarrow Z_E = \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C_0} \approx \frac{R_E}{j\omega C_0} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

Plus précisément $Z_E = \frac{1}{j\omega C_0} \left(\frac{1 + \frac{1}{j\omega R_E C_0}}{1 + \frac{1}{j\omega R_E C_0}} \right) \approx \frac{1}{j\omega C_0} \left(1 - \frac{1}{j\omega R_E C_0} \right)$

Donc $Z_E = \frac{1}{j\omega C_0} + \frac{1}{R_E C_0^2} = 96 \Omega - 745 j \Omega$

La partie réelle de Z_E est bien négligeable devant sa partie imaginaire $\Rightarrow Z_E \approx \frac{1}{j\omega C_0}$

Sur ailleurs $Z_E = \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C_0} + \frac{\beta R_E}{(1 + j\omega R_E C_0)(1 + j\omega R_E C_0)}$

$$R_E C_0 = 13,4 \gg 1 : \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C_0} \approx \frac{1}{j\omega C_0} + \frac{1}{R_E C_0^2}$$

En négligeant 1 devant $j\omega R_E C_0$ et $j\omega R_E C_0$, on obtient par ailleurs : $\frac{\beta R_E}{(1 + j\omega R_E C_0)(1 + j\omega R_E C_0)} \approx -\frac{\beta}{R_E C_0^2}$

Donc $Z_E \approx \frac{1}{j\omega C_0} + \frac{1}{C_0^2} \left(\frac{1}{R_E} - \frac{\beta}{R_E} \right) = -9,6 + 745 j$

La encore, la partie imaginaire étant plus de 100 fois supérieure (en module) à la partie réelle, on peut assimiler $Z_E \approx \frac{1}{j\omega C_0}$.

Composons : $Z_2 + Z_E = \frac{Z}{j\omega C_0}$ (Remarque : cette condition est encore mieux vérifiée que les conditions précédentes $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_0}$ et $Z_E = \frac{1}{j\omega C_0}$)
 Puis qu'il y ait oscillation, il faut donc que $Z_2 = -\frac{Z}{j\omega C_0}$, soit $Z_2 = (449 j) \Omega$: Z_2 doit être une résistance pure positive.

4. Etude de la réaction de fréquence de l'oscillateur

(4.1) $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2} + jX + j\frac{1}{2}\omega = jX_2$, avec $X_2 = X + \frac{1}{2}\omega - \frac{1}{\omega C_2}$

(4.2) Si $C_1 = C_2 = 526 \text{ pF}$, alors, pour $f = \frac{1}{C_1 C_2}$

Pour $f = f_2$, nous arrivons via à la question 2.3. que $X = 6228 \Omega$.

Par ailleurs $X_1 = 118 \Omega$.

La condition d'oscillation impose donc : $L_1 \omega_2 = X_1 - X_2 + \frac{1}{C_{12} \omega_2}$

Soit $L_1 \omega_2 = (118 - 6228 + 6658) \Omega = 578 \Omega$.

Donc $L_1 = 20,2 \mu H$.

4.3 Pour $f_2 = 6545,0 \text{ Hz}$, nous avons vu que $X = 6998 \Omega$.

$L_1 \omega_2 = L_1 \omega_2$ à 10^{-4} s .

Pour que la condition d'oscillation $X_1 + X_2 + Z_F = 0$ soit vérifiée, il faut donc que : $\frac{1}{C_{12} \omega_2} = X + L_2 \omega_2 - X_1 = (1998 + 578 - 118) \Omega$.

Soit $\frac{1}{C_{12} \omega_2} = 5428 \Omega$ et comme $\omega_2 = \omega_1$, on en déduit :

$C_{12} = C_{12} \times \frac{6658}{5428} = 6,65 \mu F$.

Pour $f_3 = 6545 \text{ kHz}$, nous avons vu que $X = 7774 \Omega$.

Pour qu'il y ait oscillation à cette fréquence, il faut que :

Soit $\frac{1}{C_{13} \omega_3} = \text{Re} \Omega$.
 $\frac{1}{C_{13} \omega_3} = X + L_1 \omega_3 - X_2$

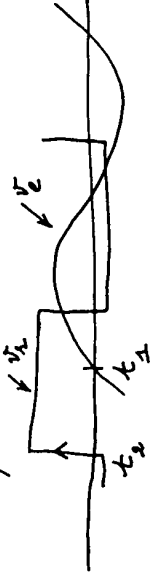
Donc $C_{13} = C_{12} \times \frac{6658}{6204} = 4,4 \mu F$

II

1. Etude expérimentale du comparateur de phase en régime permanent.

1.1 Le document annexé fait apparaître que $v_2(t)$ a une fréquence double de celle de $v_1(t)$ et de $v_3(t)$. Si T_1 est la période de $v_1(t)$ et T_2 celle de $v_2(t)$, alors $T_2 = \frac{T_1}{2}$.

D'après la définition du déphasage φ de $v_2(t)$ par rapport à $v_1(t)$ tel qu'il est défini dans l'avantissement, on a :



$\varphi = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{T_1}(t_2 - t_1) < 0$.

La définition du rapport cyclique α est : $\alpha = \frac{t_2 - t_1}{T_2} = \frac{t_2 - t_1}{\frac{T_1}{2}}$.
 Soit $\alpha = \frac{2(t_2 - t_1)}{T_1}$.

On a donc bien : $\varphi = -\pi\alpha$, avec $\varphi = \phi_e - \phi_s$.

de la table permet d'avoir : $f_c(\text{Hz})$: 1300 1700 2100 2500

$\varphi(\text{rad})$: -2,378 -1,883 -1,357 -0,851

1.2 Lorsque f_c varie de 1300 Hz à 2500 Hz :

$\Delta\varphi = + 1,527 \text{ rad}$
 $\Delta V_{cm} = -0,93 \text{ volt}$

$K = \frac{\Delta V_{cm}}{\Delta\varphi} = -\frac{0,93}{1,527} \text{ volt par radian} = -0,62 \text{ V/rad}$.

Soit $f_{c2} = 1500 \text{ Hz} = \frac{1300 \text{ Hz} + 1700 \text{ Hz}}{2}$, $\varphi_1 = \frac{-2,378 \text{ rad} - 1,883 \text{ rad}}{2}$

Soit $f_{c2} = 2300 \text{ Hz} = \frac{2100 \text{ Hz} + 2500 \text{ Hz}}{2}$, $\varphi_2 = \frac{-1,357 - 0,851}{2} \text{ rad} = -1,104 \text{ rad}$.

Rem : $\frac{\varphi}{T_1} = 0,64 \text{ V/rad}$: à 5% près K coincide avec K construite.

2. Etude du filtre

2.1 $T_F(f) = \frac{\frac{1}{CA}}{R + \frac{1}{CA}} = \frac{1}{RCf + 1} = \frac{1}{RC}$

On obtient ainsi $T_F = \frac{\omega_0}{f + \omega_0}$, avec $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 4,28 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$.

2.2 Si f_0 est la fréquence de $v(t)$, nous avons vu que $f_0 = 2f_c$.

2.3 Si $f_{c1} = 1500 \text{ Hz}$, $f_{c2} = 3000 \text{ Hz}$.

La fréquence de coupure du filtre est $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 200 \text{ Hz}$.

Si $f_{c1} = 2300 \text{ Hz}$, $f_{c2} = 4600 \text{ Hz}$.

Le cas le moins favorable est donc $f_c = f_{c2} = 3000 \text{ Hz} = 15 f_0$.

L'atténuation du fondamental de $v(t)$ est donc divisée par 15.

(L'affaiblissement est de 23,5 dB). En régime permanent,

on peut donc considérer que la tension $v_c(t)$ est continue et égale à

la valeur moyenne de $v_c(t)$, soit V_{cm} .

Pour $f_c = f_{c1} = 1500 \text{ Hz}$, par interpolation, $u_c = V_{cm} = 4,98 \text{ V}$.

Pour $f_c = f_{c2} = 3000 \text{ Hz}$, par interpolation, $u_c = V_{cm} = 4,36 \text{ V}$

La tension d'entrée du filtre varie donc de $-9,62 \text{ V}$ lorsque

la fréquence passe de f_{c2} à f_{c1} .

2.4 Puisque le filtre élimine les harmoniques de $v_c(t)$, et est sans

importance, pour la suite de la chaîne, de remplacer $v_c(t)$ par sa valeur moyenne.

3. Etude de l'oscillateur contrôlé

3.2 Entre 1300 Hz et 8500 Hz : $\begin{cases} f_c \text{ varie de } 1200 \text{ Hz} \\ V_{cm} \text{ varie de } -0,93 \text{ V} \end{cases}$

Où $\beta_{exp} = -\left(\frac{1200}{0,93}\right) \text{ Hz/V} = -1,29 \text{ kHz/V}$.

Cette valeur est très proche de celle donnée par le fabricant (à 2,5%/Hz).

3.3 Nous savons que $f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_c}{dt}$.

Pour $f_c = f_{c1} = 1500 \text{ Hz}$, en régime permanent, la phase ϕ_c de $v_c(t)$ est de

la forme $\phi_{c1} = 2\pi f_{c1} t + \phi_{c0}$ et $\frac{d\phi_{c1}}{dt} = f_{c1}$.

Pour $f_c = f_{c2} = 3000 \text{ Hz}$ et $\Delta\phi_{c2} = \phi_{c2} - \phi_{c1}$:

Nous pouvons bien écrire $\Delta\phi_{c2} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (\Delta\phi_{c2})$, car les deux membres de l'égalité sont bien égaux à $f_{c2} - f_{c1}$.

Donc $F_{\frac{1}{2}}(f) = \frac{1}{2\pi} \Delta\phi_{c2}(f)$.

Mais $\beta = \frac{\Delta\phi_c}{\Delta u_c}$, donc $F_{\frac{1}{2}}(f) = \beta V_{cm}(f)$.

En égalant ces deux expressions de $F_{\frac{1}{2}}(f)$, on trouve : $T_{\text{osc}}(f) = \frac{\beta V_{cm}(f)}{V_c(f)}$.

Donc $A = 2\pi\beta = -7,92 \cdot 10^3 \text{ rad/V}$

4. Transmission de la boucle ouverte

La définition de φ est bien telle que $\varphi = \phi_c - \phi_e$. En effet $\phi_e > \phi_c$

puisque v_c est en avance sur v_e , et l'on a bien $\varphi < 0$ et $V_{cm} = KV > 0$.

$E(f)$ est la transformée de Laplace de $\varphi(t)$.

$T_{bo} = \frac{\Phi_c(f)}{E(f)} = K T_F(f) T_{\text{osc}}(f) = K \cdot \frac{\omega_0}{\omega_0 + p} \cdot \frac{1}{p} = \frac{K\omega_0 A}{p(\omega_0 + p)}$

On a bien $T_{bo}(f) = \frac{A}{f + B}$, avec $A = k\omega_2 A$

$A = 6,36 \cdot 10^6 \text{ (rad/s)}^2$; $B = \omega_0 = 3,26 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$.

4.2) Sous une certaine fréquence (ici 376 Hz), le module de T_{bo} est égal à 1: le gain est alors égal à 0 dB.

On note alors Arg l'argument de T_{bo} : ici $\text{Arg} = -152^\circ$.

La marge de phase θ est alors telle que $\theta = 180^\circ - \text{Arg}$: ici $\theta = 28^\circ$.

5. Etude dynamique de la boucle fermée.

5.1) Le retour étant unitaire, $T_{bf}(f) = \frac{T_{bo}}{1 + T_{bo}} = \frac{A}{f + B + A}$

$$T_{bf}(f) = \frac{A}{f^2 + Bf + A} \quad ; \quad A = \omega_2^2 \rightarrow \omega_2 = \sqrt{A}$$

$$\omega_2 = 352 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$2m\omega_2 = B \rightarrow m = \frac{B}{2\sqrt{A}} = 9250.$$

5.2) $\Phi_e(f) = T_{act} U_c(f)$

$\Phi_e(f) = T_{act} V_e(f)$, avec $T_{act}(f) = T_{act}(f)$.

En divisant membre à membre, on obtient $T(f) = T_m(f)$.

5.3.1) $\beta = -3,26 \text{ kHz/V}$: pour avoir une variation de fréquence de +800 Hz, il faut que v_2 varie de $\Delta v_2 = -963 \text{ V} = E$.

5.3.2) $U_c(f) = \frac{\omega_2^2}{f^2 + 2m\omega_2 f + \omega_2^2} \cdot \frac{E}{f}$

$$\delta U_c(\infty) = \lim_{f \rightarrow 0} f U_c(f) = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{E \omega_2^2}{f^2 + 2m\omega_2 f + \omega_2^2} = E = -963 \text{ V}$$

5.3.3) $U_c(f) = \frac{\alpha f + \beta}{f^2 + 2m\omega_2 f + \omega_2^2} + \frac{\gamma}{f}$

En multipliant les deux membres de l'égalité par f et en faisant passer $f=0$, on obtient $\gamma = E$.

En identifiant ensuite $\alpha f + \beta$ à $U_c(f) - \frac{E}{f}$, on trouve:

$$U_c(f) = \frac{E}{f} - E \frac{f + 2m\omega_2}{f^2 + 2m\omega_2 f + \omega_2^2}$$

$U_{cp}(f) = \frac{E}{f}$: selon l'amplitude $E = -963 \text{ V}$.

$$U_{ct}(f) = -E \frac{f + 2m\omega_2}{(f + m\omega_2)^2 + \omega_2^2(1-m^2)}$$

La dernière ligne du document épouse l'écriture que $u_{ct}(f)$ est une sinusoïde amortie de la forme:

$$u_{ct}(f) = C e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \phi), \text{ avec:}$$

- $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$, soit une pseudo-période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ égale à 2,57 ms.
- $a = m\omega_0 = 630 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, on en tire $t = \frac{a}{\omega} = 1,53 \text{ ms}$: au bout de $3t$, soit 5 ms, le régime transitoire est donc très amorti.
- $\phi = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-m^2}}{m}\right) \Rightarrow \cos \phi = m$ et $\sin \phi = \sqrt{1-m^2}$.
- $C = -\frac{E}{\sqrt{1-m^2}} = \left(\frac{9,63}{0,97}\right) \text{ V} = 9,65 \text{ volt}$.

Intégrons nous à $u_c(t) = C \sin \phi = -\frac{E}{\sqrt{1-m^2}} \cdot \sqrt{1-m^2}$:

$$C \sin \phi = -E$$

Donc $u_c(t) = u_c(0) + u_c(t) = 0$. (Ce qui en aurait pu faire avec la limite de la valeur initiale : $u_c(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} u_c(t) = 0$).

Allure de $u_c(t)$:

