DCI 2 bis - Corrigé : Physique Appliquée - BTS 95 -

- Première partie : la sonde ultrasonore.

1 - $\lambda = \frac{c}{F} = 2e$ $\quad e = \frac{c}{2F} = 0,2\ mm$

2-1 - $\lambda_t = \frac{c_t}{F} = 0,145\ mm$

2-2 - $t_1 = \frac{2x_1}{c_t}$

2-3 - $t_2 = \frac{2x_2}{c_t}$

2-4 - $t_2 - t_1 = \frac{2(x_2 - x_1)}{c_t}$ $\quad \frac{1}{F} = 2\frac{\Delta x_{min}}{c_t}$

alors : $\Delta x_{min} = \frac{c_t}{2F} = 73 \times 10^{-6}\ m$

3-1-1 - $Z_{ceram} = \rho_c \times c_c = 2,86 \times 10^7\ Kg\ m^{-2}\ s^{-1}$

3-1-2 - $Z_{tissus} = \rho_t \times c_t = 1,49 \times 10^6\ Kg\ m^{-2}\ s^{-1}$

3-2-1 - $A = d \times U = 0,15 \times 10^{-9}\ m$

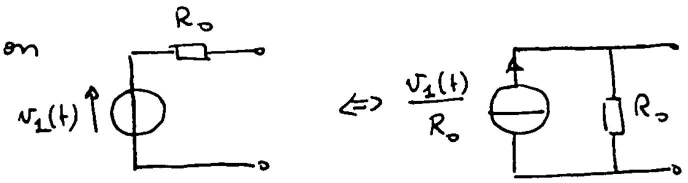
3-2-2 - $Q = \frac{2}{\pi} \times \frac{Z_{ceram}}{Z_{tissus}} = 12,2$

3-3 - $I = \frac{1}{2} Z_t \Omega^2 \hat{A}^2 = \frac{1}{2} Z_t \times \Omega^2 \times Q^2 \times d^2 \times \hat{U}^2$

alors : $\hat{U} = \sqrt{\frac{2I}{Z_t}} \times \frac{1}{\Omega Q d} \simeq 10\ V$

Deuxième partie : filtre passif passe-bande -

1-1. Thévenin → Norton



1-2. Diviseur de courant :
$$\underline{Y}_2 \underline{V}_2 = \frac{\underline{V}_1}{R_0} \times \frac{\dfrac{\underline{Y}_2}{1+\underline{Y}_2\underline{Z}_1}}{\underline{Y}_0 + \dfrac{\underline{Y}_2}{1+\underline{Y}_2\underline{Z}_1}}$$

$$\underline{Y}_2 \underline{V}_2 = \frac{\underline{V}_1}{R_0} \times \frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_0\underline{Y}_2\underline{Z}_1 + \underline{Y}_2} \Rightarrow \underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{1}{R_0} \times \frac{1}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_0\underline{Y}_2\underline{Z}_1 + \underline{Y}_2}$$

Pour $\underline{Y}_2 = \underline{Y}_0$ alors : $$\underline{T} = \frac{1}{R_0} \times \frac{1}{\underline{Y}_0\,(2 + \underline{Y}_0\underline{Z}_1)}$$

2-1. $$\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0} + j\omega C_0 = \frac{1}{R_0} + j\left(\omega C_0 - \frac{1}{\omega L_0}\right)$$

2-2. $\mathrm{Im}(\underline{Y}_0) = 0 \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ $\quad f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = 8{,}76\ \mathrm{MHz}$

2-3. A $f = f_0$, $\underline{Y}_0 = \dfrac{1}{R_0}$ donc D_0 est équivalent à une résistance R_0.

2-4. a) basses fréquences : $f < 1{,}6\ \mathrm{MHz}$: D_0 est équivalent à L_0.

b) hautes fréquences : $f > 50\ \mathrm{MHz}$: D_0 est équivalent à C_0.

3-1. $$\underline{Z}_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)$$

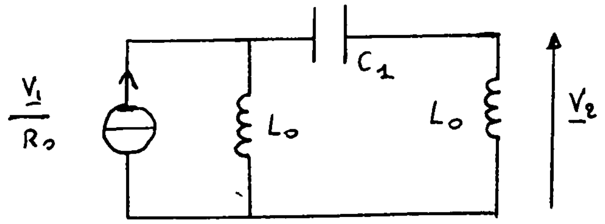
3-2. $\underline{Z}_1 = 0 \Rightarrow \omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ $\quad f_1 = \dfrac{\omega_1}{2\pi} \simeq 8\ \mathrm{MHz}$.

3-3. a) basses fréquences : $f < \dfrac{f_1}{5} = 1{,}6\ \mathrm{MHz}$: D_1 est équivalent à C_1.

b) hautes fréquences : $f > 5 f_1 = 40\ \mathrm{MHz}$: D_1 est équivalent à L_1.

4-1- Fonctionnement en basse fréquence ($f < 1{,}6\,MHz$).

4-1-1-



4-1-2-
$$\underline{T} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{1}{R_0 \frac{1}{j\omega L_0}\left(2 + \frac{1}{j\omega C_1\, j\omega L_0}\right)}$$

$$\underline{T} = \frac{(j\omega)^3 L_0^2 C_1}{R_0\left(1 - 2L_0C_1\omega^2\right)}$$

4-1-3- On a $2\omega^2 L_0 C_1 \ll 1$ car $\omega \ll \frac{1}{\sqrt{2L_0C_1}} = (2\pi \times 7{,}6\,MHz)$

donc : $$\underline{T} \simeq \frac{(j\omega)^3 L_0^2 C_1}{R_0} = \frac{(j\omega)^3}{\left[\frac{R_0}{L_0^2 C_1}\right]}$$

alors : $$\omega_{BF}^3 = \frac{R_0}{L_0^2 C_1} \qquad f_{BF} = \frac{\omega_{BF}}{2\pi} \simeq 9{,}7\,MHz$$

4-1-4. $F_a = 1\,MHz$ $$\underline{T}(j\omega_a) \simeq \left(j\frac{\omega_a}{\omega_{BF}}\right)^3 = -j\left(\frac{\omega_a}{\omega_{BF}}\right)^3$$

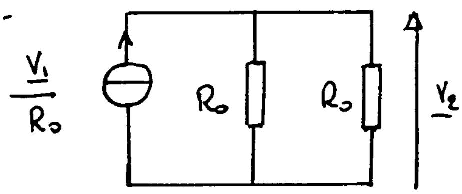
gain : $$20\log|\underline{T}(j\omega_a)| = 20\log\left(\frac{\omega_a}{\omega_{BF}}\right)^3 = 60\log\left(\frac{\omega_a}{\omega_{BF}}\right) \simeq -59{,}2\,dB$$

argument : $$\arg\left[\underline{T}(j\omega_a)\right] = -\frac{\pi}{2} \text{ ou } +\frac{3\pi}{2}$$

pente de l'asymptote à la courbe de gain en basse fréquence : $+60\,dB/\text{décade} = +18\,dB/\text{octave}$

4-2- Fonctionnement à la fréquence f_1 voisine de f_0 :

4-2-1-

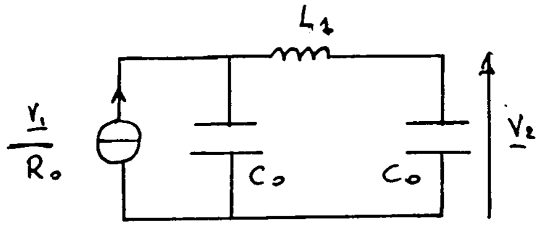


4-2-2. $$\underline{T} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{1}{2}$$

4-2-3-
$$\begin{cases} 20 \log |\underline{T}(j\omega_1)| = -6\,dB \\ \arg[\underline{T}(j\omega_1)] = 0 \end{cases}$$
Pour $f = f_1$.

4-3- Fonctionnement en haute fréquence ($f > 50\,MHz$).

4-3-1.



4-3-2.
$$\underline{T} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{1}{R_0} \times \frac{1}{j\omega C_0\,(2 + j\omega C_0\, j\omega L_1)}$$

4-3-3. On a $L_1 C_0 \omega^2 \gg 2$ car $\omega \gg \sqrt{\frac{2}{L_1 C_0}} \simeq (2\pi \times 9{,}2\,10^6\,MHz)$

alors : $\underline{T} \simeq \frac{1}{(j\omega)^3 R_0 C_0^2 L_1}$ d'où $\omega_{HF}^3 = \frac{1}{R_0 C_0^2 L_1}$

$$f_{HF} = \frac{\omega_{HF}}{2\pi} \simeq 7{,}44\,MHz$$

4-3-4. $F_c = 75\,MHz$ $\quad \underline{T}(j\omega_c) \simeq \frac{1}{\left[j\,\frac{\omega_c}{\omega_{HF}}\right]^3} = j\left(\frac{\omega_{HF}}{\omega_c}\right)^3$

gain : $20 \log |\underline{T}(j\omega_c)| = 20 \log \left(\frac{\omega_{HF}}{\omega_c}\right)^3 = 60 \log \left(\frac{\omega_{HF}}{\omega_c}\right) \simeq -60\,dB$

argument : $\arg[\underline{T}(j\omega_c)] = \frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{3\pi}{2}$

pente de l'asymptote à la courbe de gain en haute fréquence : $-60\,dB/dec = -18\,dB/octave$.

4-4- cf. document réponse.

5 - Exploitation de la réponse en fréquence du filtre.

5-1. $\begin{cases} f_{-3dB}^{BF} \simeq 4{,}8\,MHz \\ f_{-3dB}^{HF} \simeq 14\,MHz \end{cases}$ $\Delta f_{-3dB} \simeq 9{,}2\,MHz$

5-2. $$v_2(t) \simeq \frac{U}{1000}\sin\left(2\pi F_a t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{U}{2}\sin\left(2\pi F_b t\right) + \frac{U}{1000}\sin\left(2\pi F_c t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Troisième partie : asservissement de la position de la sonde ultrasonore.

1 - $\frac{1}{p}$ représente une intégration dans le processus analogique.

2 - $$G(z) = (1 - z^{-1})\, \mathcal{Z}\left[\frac{G_0}{p^2(1+\tau p)}\right]$$

A l'aide de la table, on en déduit :

$$G(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) G_0 \left[\frac{z T_e}{(z-1)^2} - \frac{(1 - e^{-Te/\tau})\,z}{\frac{1}{\tau}\,(z-1)(z - e^{-Te/\tau})}\right]$$

Soit : $$G(z) = G_0 \frac{\left[T_e - \tau(1 - e^{-Te/\tau})\right] z + \left[\tau(1 - e^{-Te/\tau}) - T_e\, e^{-Te/\tau}\right]}{(z-1)(z - e^{-Te/\tau})}$$

alors : $$\begin{cases} \alpha = G_0\left[T_e - \tau(1 - e^{-Te/\tau})\right] \\ \beta = G_0\left[\tau(1 - e^{-Te/\tau}) - T_e\, e^{-Te/\tau}\right] \\ z_0 = e^{-Te/\tau} \end{cases}$$

3-1. $$H(z) = \frac{K\,G(z)}{1 + K\,G(z)} = \frac{K(\alpha z + \beta)}{K(\alpha z + \beta) + (z-1)(z-z_0)}$$

$$H(z) = \frac{K(\alpha z + \beta)}{z^2 + z(K\alpha - 1 - z_0) + (K\beta + z_0)}$$

alors : $$\begin{cases} a_1 = K\alpha - 1 - z_0 \\ a_0 = K\beta + z_0 \end{cases}$$

3-2-1. Un système numérique caractérisé par sa fonction de transfert $H(z)$ est stable si les pôles de $H(z)$ sont à l'intérieur du cercle de rayon unité. (

3-2-2. $a_0 = 0{,}74 + 3{,}7\,10^{-3}\,K$

$$|a_0| < 1 \iff \begin{cases} 0{,}74 + 3{,}7\,10^{-3}K < 1 & \Rightarrow \quad K < 70{,}3 \\ 0{,}74 + 3{,}7\,10^{-3}K > -1 & \Rightarrow \quad K > -470 \end{cases}$$

donc l'asservissement est stable pour : $0 < K < K_{MAX} \simeq 70$

4-1. $\mathcal{E}(z) = E(z) - S(z) = E(z)\left[1 - \dfrac{KG(z)}{1+KG(z)}\right]$

donc : $\mathcal{E}(z) = \dfrac{1}{1+K\,G(z)}\,E(z)$

4-2-1. $\mathcal{E}(z) = d\,\dfrac{zT_e}{(z-1)^2} \times \dfrac{1}{1 + K\dfrac{(\alpha z+\beta)}{(z-1)(z-z_0)}}$

4-2-2. $\varepsilon_T = \lim\limits_{z\to 1}(z-1)\,\mathcal{E}(z) = \lim\limits_{z\to 1}\left[\dfrac{z\,dT_e}{(z-1) + K\dfrac{(\alpha z+\beta)}{z-z_0}}\right]$

4,5 soit : $\varepsilon_T = \dfrac{dT_e}{K\left(\dfrac{\alpha+\beta}{1-z_0}\right)}$

4-2-3. $\alpha+\beta = (1-z_0)\,G_0T_e$ donc $\varepsilon_T = \dfrac{dT_e}{K\left(\dfrac{1-z_0}{1-z_0}\right)G_0T_e} = \dfrac{d}{KG_0}$

4-3-1. quantum du C.A.N. $q = \dfrac{10V}{2^8-1} \simeq 39\,mV$

4-3-2. $\varepsilon_T = q = \dfrac{d}{KG_0} \Rightarrow K = \dfrac{d}{qG_0} = 25{,}5$

$K = 25{,}5 < K_{MAX} = 70$ donc l'asservissement est stable pour ce réglage du correcteur.

Document Réponse (à rendre avec la copie)