

B.T.S. ÉLECTRONIQUE
Session 1999

ÉPREUVE DE
PHYSIQUE APPLIQUÉE

(durée : 4 h ; coefficient : 5)

Les candidats répondront aux questions posées sur le texte même de l'épreuve qu'ils inclueront dans une copie double à remettre aux surveillants en quittant la salle d'examen.

Le sujet comporte 17 pages mais c'est la place réservée aux réponses dans le corps de l'épreuve qui conduit à ce nombre important. La longueur réelle de l'épreuve, qui tient en 10 pages très aérées, est sans commune mesure avec ce nombre de pages.

L'épreuve comporte trois parties :

- 1 - Étude d'un filtre ;*
- 2 - Étude générale d'une boucle à verrouillage de phase ;*
- 3 - Étude du comparateur de phase de la boucle.*

Ces trois parties sont indépendantes même si on utilise, dans la troisième partie, des définitions ou des figures données dans la deuxième partie.

Lors des applications numériques, les résultats seront donnés avec deux ou trois chiffres significatifs.

1 - ÉTUDE D'UN FILTRE

PRÉSENTATION :

En sortie du synthétiseur de parole de la carte principale (Main Board) du dispositif étudié, se trouve un filtre dont le schéma structurel est donné à la figure 1-1, page 5. Ce filtre est construit autour de trois amplificateurs opérationnels (AO) supposés parfaits. La tension d'entrée du filtre est $e(t)$ et celle de sortie est $s(t)$.

Le but de cette étude est de déterminer la transmittance, isomorphe ou isochrone, du filtre sans faire de calcul complet sur le schéma.

Un système automatique de mesures a permis de relever :

- la réponse indicielle (figure 1-2) du filtre quand la tension $e(t)$ passe de 0,0 V à 1,0 V à l'instant origine ;
- la réponse fréquentielle du filtre dans la représentation de Bode avec la courbe de gain (figure 1-3, page 6) et la courbe de phase (figure 1-4).

STABILITÉ DU FONCTIONNEMENT LINÉAIRE DU FILTRE :

Q 1-1 : Pour le régime continu, dessiner le schéma simplifié du filtre autour de AO1 et montrer que cet amplificateur a bien une contre - réaction.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q 1-2 : En déduire l'amplification du filtre en continu.

.....

.....

.....

Q 1-3 : À partir de la réponse indicielle, donner un élément graphique permettant de confirmer la stabilité du fonctionnement linéaire du filtre.

.....

.....

.....

Q 1-13 : En déduire la valeur numérique approchée du paramètre manquant de $\underline{T}(j.\omega)$.

.....
.....
.....

Q 1-14 : Montrer qu'il existe un phénomène de résonance qui sera clairement entouré sur la représentation de Bode.

UTILISATION DE LA RÉPONSE INDICIELLE :

Q 1-15 : Donner des éléments de la courbe de réponse indicielle qui permettent de conforter la réponse donnée à la question Q 1-4 sur la nature du filtre.

.....
.....
.....
.....

Q 1-16 : Quel est l'élément de la courbe de réponse indicielle qui permet de conforter la réponse donnée à la question Q 1-5 sur la valeur de $\underline{T}(j.\omega)$ pour $\omega = 0$?

.....
.....
.....

Q 1-17 : Entourer, sur la figure 1-2, les éléments de la courbe de réponse indicielle qui permettent de dire que l'ordre du filtre est plus grand que 1.

Q 1-18 : Sur la courbe de réponse indicielle, définir graphiquement la pseudo-période (T_p) et le premier dépassement relatif (d en %). Estimer l'ordre de grandeur de ces deux paramètres.

.....
.....
.....

Q 1-19 : Donner des éléments de réponse permettant de conforter l'accord, s'il existe, entre l'ordre de grandeur de ces deux derniers paramètres et l'ordre de grandeur des paramètres de $\underline{T}(j.\omega)$ de la question Q 1-13.

.....
.....
.....
.....
.....

UTILISATION DE LA RÉPONSE FRÉQUENTIELLE :

Q 1-4 : Avec la courbe de gain, donner la nature du filtre en justifiant la réponse.

.....
.....

Q 1-5 : Avec les courbes de gain et de phase, donner la transmittance isochrone $\underline{T}(j,\omega)$ pour la pulsation ω nulle.

.....
.....

Q 1-6 : Tracer l'asymptote oblique à la courbe de gain. Déterminer sa pente et les coordonnées de son point d'intersection avec l'asymptote horizontale à la courbe de gain. Répondre sur la figure 1-3.

Q 1-7 : En déduire l'ordre minimal du filtre.

.....
.....

Q 1-8 : Tracer le diagramme asymptotique de la courbe de phase. Répondre sur la figure 1-4.

Q 1-9 : Donner un élément graphique de la courbe de phase permettant de confirmer que l'ordre minimal trouvé précédemment est l'ordre du filtre.

.....
.....
.....

Q 1-10 : En utilisant les éléments de réponses précédentes, donner l'expression générale d'une transmittance isochrone $\underline{T}(j,\omega)$ possible du filtre en ne faisant apparaître que deux paramètres dont il reste à déterminer les valeurs numériques.

.....
.....
.....
.....

Q 1-11 : Déterminer graphiquement la fréquence f_0 permettant d'avoir $\underline{T}(j,\omega)$ purement imaginaire. Calculer numériquement la pulsation ω_0 correspondante.

.....
.....
.....

Q 1-12 : Quelle est la valeur du gain pour cette pulsation ω_0 ?

.....
.....

FIGURE 1-3 : COURBE DE GAIN

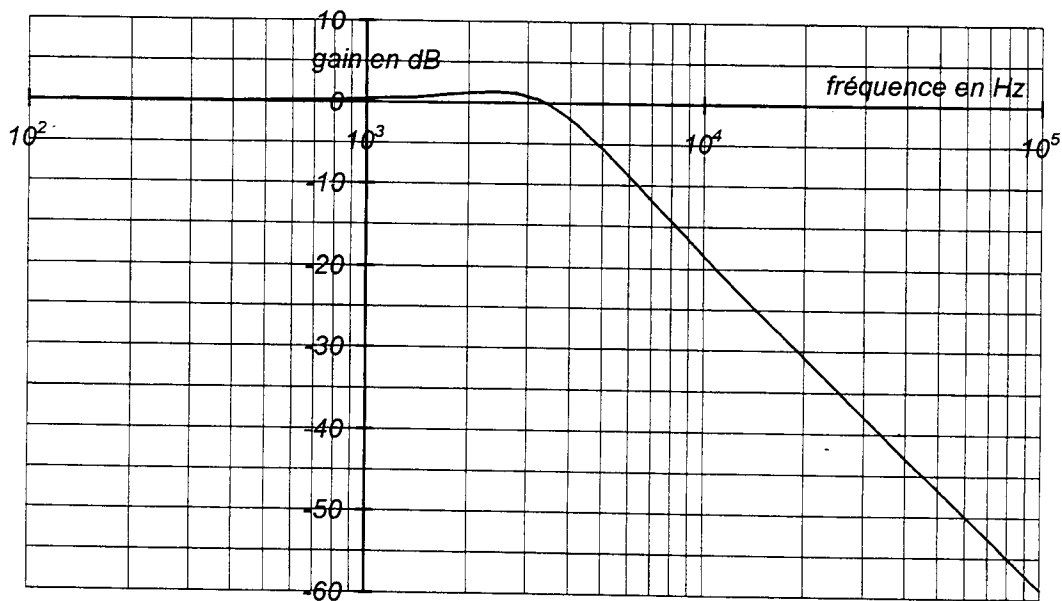
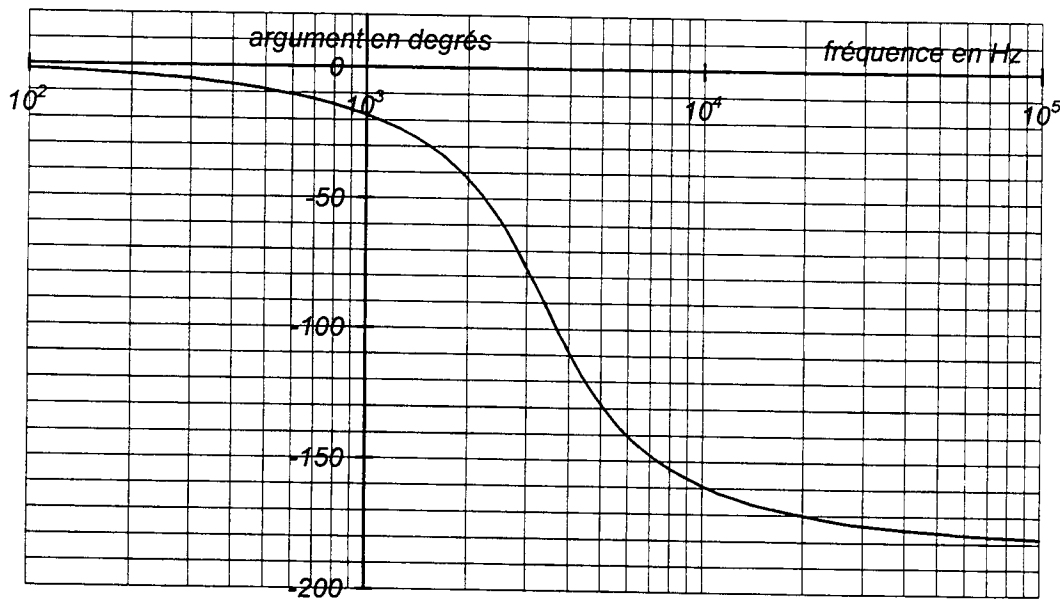


FIGURE 1-4 : COURBE DE PHASE



2 - ÉTUDE D'UNE BOUCLE À VERROUILLAGE DE PHASE

PRÉSENTATION :

Une boucle à verrouillage de phase est insérée dans la partie "interface ligne téléphonique" du système étudié. Elle permet de savoir s'il y a appel téléphonique par détection d'une fréquence "musicale" de 330 Hz ou de 440 Hz (tonalité). Cette boucle est organisée autour du circuit intégré CMOS 4046 associé à un filtre passe-bas. Le circuit 4046 comporte deux éléments essentiels pour la boucle :

- un comparateur de phase ;
- un oscillateur commandé par une tension (V.C.O.).

Le schéma de la boucle complète est donné à la figure 2-1, page 14. Le circuit intégré 4046 est alimenté sous la tension V_0 égale à 5,0 V.

Dans cette partie, on n'envisage pas le cas correspondant à une absence de tonalité ($e_M(t) = C^{ste}$) ; on suppose que le signal $e_M(t)$ devient porteur de l'une ou l'autre des deux tonalités : par modulation "FSK", la fréquence de $e_M(t)$ prend brusquement soit la valeur 330 Hz, soit la valeur 440 Hz. La tension $e_M(t)$ est donc le signal d'entrée de la boucle et porte l'information par sa fréquence $f_M(t)$.

Les tensions $e_M(t)$ et $e_R(t)$ sont deux tensions rectangulaires dont on suppose le rapport cyclique égal à $\frac{1}{2}$; leur valeur est égale à V_0 ou bien elle est nulle. Lorsque la boucle est verrouillée, en régime permanent, la tension $e_R(t)$ est égale à $e_M(t)$:

- elle a même forme (rectangulaire de rapport cyclique $\frac{1}{2}$) ;
- son amplitude est la même (sa valeur est soit 0 V, soit V_0) ;
- sa fréquence instantanée $f_R(t)$ est égale à $f_M(t)$;
- sa phase instantanée $\varphi_R(t)$ est égale à celle de $e_M(t)$, notée $\varphi_M(t)$.

On rappelle que la phase instantanée d'un signal périodique rectangulaire est la phase de son fondamental à l'instant t , donc, en choisissant t_0 comme instant de référence :

$$\varphi_M(t) = \varphi_M(t_0) + 2 \cdot \pi \cdot \int_{t_0}^t f_M(\theta) \cdot d\theta \quad \text{et} \quad \varphi_R(t) = \varphi_R(t_0) + 2 \cdot \pi \cdot \int_{t_0}^t f_R(\theta) \cdot d\theta$$

De plus, prenant la référence des phases sur $\varphi_M(t)$, on pose : $\varphi_M(t_0) = 0$.

Nous admettons, dans cette partie, que la logique interne au 4046 et le filtre associé R-C, dont le schéma est donné à la figure 2-2, page 14, élaborent tout d'abord la différence des phases $\varphi_D(t) = \varphi_M(t) - \varphi_R(t)$ puis permettent d'obtenir, à partir de $\varphi_D(t)$, la tension $e_D(t)$ suivante :

$$e_D(t) = e_D(t_0) + \frac{V_0}{4 \cdot \pi \cdot R \cdot C} \cdot \int_{t_0}^t \varphi_D(\theta) \cdot d\theta \quad (\text{Cette relation sera notée } \mathcal{R}).$$

Enfin la fréquence $f_R(t)$ de la tension $e_R(t)$, fournie par l'oscillateur "V.C.O.", est réglée par $e_D(t)$: quand e_D varie de 0 V à V_0 , f_R varie de f_{min} à f_{max} comme l'indique la figure 2-3.

La fréquence centrale de l'oscillateur "V.C.O." est notée f_{R0} : $f_{R0} = f_{min} + f_L$

RÉDUCTION DE SCHÉMA :

Q 2-1 : À partir de la courbe donnant le fonctionnement de l'oscillateur "V.C.O.", exprimer la fréquence f_R en fonction de e_D et des paramètres f_{min} , f_L et V_0 lorsque comme sur la figure 2-3, la tension e_D varie entre 0 et V_0 .

.....
.....
.....
.....

Q 2-2 : Sur la figure 2-4, page 15, compléter les parties aboutissant au som-mateur élaborant la fréquence $f_R(t)$.

Q 2-3 : La fréquence $f_M(t)$, grandeur à détecter, est placée en entrée de la boucle de la figure 2-4. Que faut-il placer dans le bloc élaborant $\varphi_M(t)$ à partir de $f_M(t)$? Répondre sur la figure 2-4.

Q 2-4 : On suppose qu'à l'instant t_0 , choisi comme origine des temps, la bou-cle verrouillée fonctionne en régime permanent avec une fréquence f_M égale à f_{R0} , fréquence centrale de l'oscillateur "V.C.O."

Que valent $\varphi_R(t_0)$, $\varphi_D(t_0)$ et $e_D(t_0)$?

.....
.....
.....

Remarque : ces conditions initiales seront maintenues jusqu'à la fin du problème.

Q 2-5 : Avec les conditions précédentes, la figure 2-4 peut être simplifiée en la figure 2-5. Que faut-il mettre dans le bloc situé juste après le comparateur d'entrée ? Répondre sur la figure 2-5.

Q 2-6 : On peut encore simplifier la boucle précédente et la rendre conforme à celle de la figure 2-6. Préciser sur la figure 2-6 ce que doit être la grandeur d'entrée de cette dernière boucle.

ÉTUDE DE LA STABILITÉ DU FONCTIONNEMENT DE LA BOUCLE :

À la variation $(f_M(t) - f_{R0})$ de la grandeur d'entrée, nous faisons correspondre sa transformée de Laplace $F_M(p)$.

De même, à la variation $(f_R(t) - f_{R0})$, nous faisons correspondre la transformée de Laplace $F_R(p)$, et à $\varphi_D(t)$, sa transformée $\Phi_D(p)$.

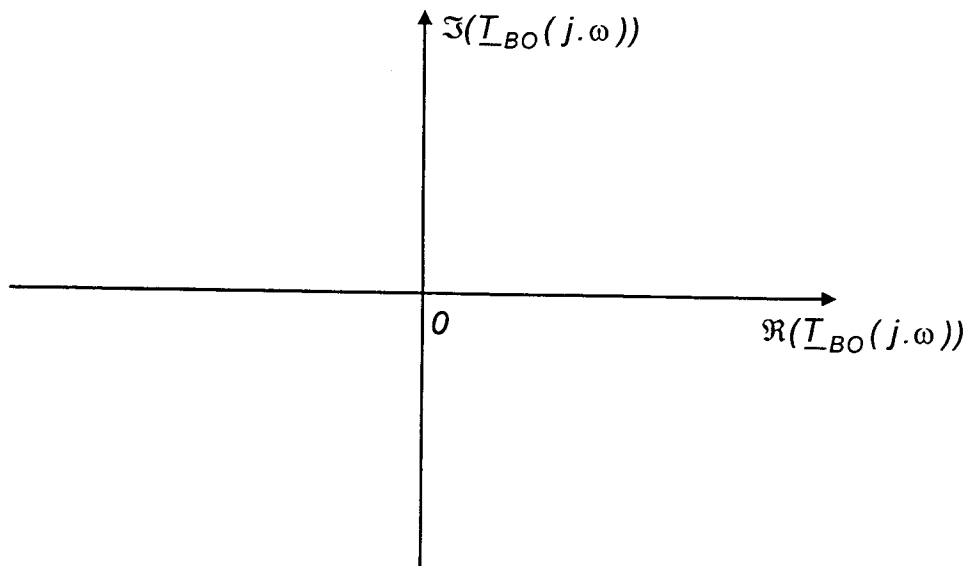
Q 2-7 : Que faut-il alors placer dans le bloc fonctionnel liant $F_R(p)$ à $\Phi_D(p)$ de la figure 2-7, page 16 ? Répondre sur la figure 2-7.

Q 2-8 : La figure 2-8 présente le schéma de boucle le plus réduit possible. Que faut-il placer dans le bloc fonctionnel ? Répondre sur la figure 2-8.

Q 2-9 : Donner l'expression de la transmittance isomorphe $T_{BO}(p)$ de la boucle ouverte de la figure 2-8 et celle de sa transmittance isochrone $\underline{T}_{BO}(j.\omega)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q 2-10 : Tracer le diagramme de Nyquist relatif à $\underline{T}_{BO}(j.\omega)$.



Q 2-11 : Rappeler l'énoncé du critère du revers de Nyquist.

.....
.....
.....
.....
.....

Q 2-12 : Déterminer alors si le modèle de la boucle ouverte offre un fonctionnement stable en boucle fermée.

.....
.....
.....
.....
.....

Q 2-13 : À partir de la figure 2-8, calculer la transmittance isomorphe $T_{BF}(p)$ en boucle fermée.

.....
.....
.....

Q 2-14 : Montrer que le résultat de la question Q 2-12 est cohérent avec celui de la question précédente Q 2-13.

.....
.....
.....

AMÉLIORATION DE LA STABILITÉ DE LA BOUCLE :

Le fonctionnement réel de la boucle à verrouillage de phase, avec le filtre R-C de la figure 2-2, n'est pas instable. Ceci est dû au fait que la relation \mathcal{R} donnée dans la présentation de la boucle (bas de la page 7) n'est qu'une relation approchée qui en simplifie l'analyse. Ce fonctionnement est toutefois très fortement oscillatoire.

Nous continuons à utiliser le modèle simplifié de la boucle à verrouillage de phase pour expliquer l'amélioration de la stabilité avec le remplacement du filtre passe-bas de la figure 2-2, page 14, par celui de la figure 2-9, page 16.

Avec le nouveau filtre, la tension $e_D(t)$ appliquée à l'oscillateur "V.C.O." est prise aux bornes d'un dipôle constitué par la mise en série de C et de la portion $\alpha.R$ de la résistance R (R et C ont les mêmes valeurs pour les deux filtres). De ce fait, on admet que la transmittance isochrone de la boucle ouverte qui était égale à $\underline{T}_{BO}(j.\omega)$ avec le filtre R-C initial devient égale à $\underline{T}_{BOC}(j.\omega)$ avec le filtre corrigé :

$$\underline{T}_{BOC}(j.\omega) = -f_L \cdot \frac{1 + j.\alpha.R.C.\omega}{R.C.\omega^2}$$

Q 2-15 : Donner la transmittance isochrone $\underline{T}(j.\omega)$ du filtre R-C de la figure 2-2 et la transmittance isochrone $\underline{T}_C(j.\omega)$ du filtre corrigé. Calculer le rapport $\underline{T}_C(j.\omega) / \underline{T}(j.\omega)$ et expliquer pourquoi le changement de filtre transforme la transmittance \underline{T}_{BO} de la question 2-9 en \underline{T}_{BOC} donnée ci-dessus.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q 2-16 : À partir de l'expression de $T_{BOC}(p)$, faire apparaître la transmittance isomorphe $C(p)$ d'un correcteur dans le bloc vide de la figure 2-10 ; celle-ci représentant le schéma de la nouvelle boucle dans lequel $T_{BO}(p)$ est toujours l'expression établie à la question Q 2-8.

Q 2-17 : Donner le type du correcteur de transmittance $C(p)$ équivalent au changement de filtre ; par exemple : à action proportionnelle ; à actions proportionnelle et intégrale ; à actions proportionnelle, intégrale et dérivée ; etc.

.....
.....

Q 2-18 : Calculer la transmittance isomorphe $T_{BFC}(p)$ de la boucle fermée corrigée. Quel est l'intérêt de la correction effectuée ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3 - ÉTUDE DU COMPAREUR DE PHASE

Lorsque le circuit intégré 4046 fonctionne avec le filtre R-C de la figure 2-2, nous avons admis dans la partie précédente que la relation \mathcal{R} du bas de la page 7 établissait la relation entre $e_D(t)$ et $e_R(t)$. Dans cette troisième partie, nous nous proposons de montrer que \mathcal{R} n'est qu'une relation approchée. Ceci explique les différences entre le fonctionnement de la boucle réelle et celui qu'implique le modèle simplifié précédent.

La figure 3-1, page 17, donne un exemple de signaux $e_M(t)$ et $e_R(t)$ dans lequel $e_M(t)$ est en avance d'une durée t_d sur $e_R(t)$; c'est le seul cas qui sera étudié car l'autre, où $e_M(t)$ serait en retard sur $e_R(t)$, donnerait des résultats en tous points analogues.

À partir des signaux $e_D(t)$ et $e_R(t)$, on peut considérer que le circuit 4046 élabore les signaux logiques $k_1(t)$ et $k_2(t)$ qui sont représentés sur la figure 3-1.

La tension $e_D(t)$, appliquée à l'entrée de l'oscillateur "V.C.O.", est alors celle que l'on trouve aux bornes du condensateur de capacité C de la figure 3-2 :

- lorsque $k_1 = 1$ et $k_2 = 0$: l'interrupteur K_1 est fermé, K_2 est ouvert et la tension V_0 est appliquée au dipôle R-C ;
- lorsque $k_1 = 0$ et $k_2 = 1$: K_1 est ouvert, K_2 est fermé, le dipôle R-C est en court-circuit ;
- lorsque $k_1 = k_2 = 0$: K_1 et K_2 sont ouverts (état de haute impédance).

On prendra : $R = 47 \text{ k}\Omega$; $C = 0,22 \text{ }\mu\text{F}$; $V_0 = 5,00 \text{ V}$; $f_{\min} = 280 \text{ Hz}$; $f_{\max} = 480 \text{ Hz}$; voir la figure 2-3.

On suppose, dans un premier temps, que la fréquence f_M de $e_M(t)$ est égale à la fréquence centrale $f_{R0} = 380$ Hz de l'oscillateur "V.C.O."

A l'instant $t = 0$, la tension $e_D(0)$ aux bornes de C est égale à $\frac{V_0}{2} = 2,50$ V, ce qui entraîne, pour la tension $e_R(t)$, la fréquence $f_R = f_M = f_{R0} = 380$ Hz.

L'avance initiale de $e_M(t)$ par rapport à $e_R(t)$ est égale à $t_d = 0,26$ ms.

Q 3-1 : On admet que de $t = 0$ à $t = T$, intervalle de temps étudié, les variations de la tension $e_D(t)$ sont faibles devant V_0 : le courant $i(t)$ qui parcourt la résistance R de la figure 3-1, lorsqu'il existe, peut donc être considéré comme constant et égal à sa valeur initiale $i(0)$; la période T_R de $e_R(t)$ peut également être considérée comme constante et égale à la période $T_M = T$ de $e_M(t)$.

Exprimer $i(0)$ en fonction de V_0 et de R. Quelle est la charge δq stockée par le condensateur pendant une période T. En déduire l'expression de la variation δe_D de la tension e_D sur la période T, en fonction de R, C, V_0 et t_d . Application numérique : calculer δe_D .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q 3-2 : Dessiner l'allure de $e_D(t)$ au bas de la figure 3-1 (pour plus de clarté, on pourra exagérer la variation δe_D par rapport à $V_0/2$).

Q 3-3 : Exprimer la différence de phase $\varphi_D = \omega \cdot t_d$, en radians, en fonction de T et de t_d .

.....
.....

Q 3-4 : En utilisant les approximations de la question 3-1 ($\varphi_D = C^{ste}$ de 0 à T), donner, sur cet intervalle de temps, l'expression littérale de $e_{Dth}(t)$ fournie par la relation R de la page 7. Exprimer la variation δe_{Dth} de e_{Dth} sur une période T en fonction de R, C, V_0 et t_d .

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q 3-5 : Comparer δe_{Dth} et δe_D .

.....
.....

Q 3-6 : Représenter graphiquement $e_{Dth}(t)$ sur la figure 3.1.

Q 3-7 : **Conclusion sur le cas où e_D est proche de $\frac{V_0}{2}$.**

Qualifier l'approximation qui consiste à remplacer la fonction $e_D(t)$ par la fonction $e_{Dth}(t)$ tirée de \mathcal{R} en choisissant l'une des phrases suivantes (rayer alors les deux autres), ou en donnant une réponse différente (rayer alors les phrases a, b et c).

- a) elle consiste à remplacer $e_D(t)$ par son premier harmonique
- b) c'est une simple linéarisation sur une période
- c) elle est mauvaise car, après une période de $e_M(t)$, les variations de $e_{Dth}(t)$ et de $e_D(t)$ sont différentes.

.....
.....
.....

On suppose maintenant que la tension $e_M(t)$ a pour fréquence $f_M = 330$ Hz et que la boucle est verrouillée : $e_D(0) = \frac{V_0}{4} = 1,25$ V.

À partir de cet état, une perturbation entraîne une différence de phase $\varphi_D > 0$ entre $e_M(t)$ et $e_R(t)$: $e_M(t)$ est en avance sur $e_R(t)$ d'une durée t_d .

Q 3-8 : Calculer le courant i (supposé constant) qui parcourt la résistance R de la figure 3-2 lorsque l'interrupteur K_1 est fermé pour $t > 0$.

.....
.....

Q 3-9 : En déduire la variation δe_D de e_D sur la période T . Application numérique avec $t_d = 0,26$ ms.

.....
.....
.....
.....

Q 3-10 : Montrer que pour $t_d = 0,26$ ms, la variation δe_{Dth} de e_{Dth} sur une période T , calculée à partir de \mathcal{R} , a la même valeur qu'à la question 3-4.

Q 3-11 : **Conclusion sur le cas où e_D est différente de $\frac{V_0}{2}$.**

Qualifier l'approximation qui consiste à remplacer la fonction $e_D(t)$ par la fonction $e_{Dth}(t)$ tirée de \mathcal{R} en choisissant l'une des phrases suivantes (rayer les deux autres), ou en donnant une réponse différente (rayer alors les phrases a, b et c).

- c) elle consiste à remplacer $e_D(t)$ par son premier harmonique
- d) c'est une simple linéarisation sur une période
- c) elle est mauvaise car, après une période de $e_M(t)$, les variations de $e_{Dth}(t)$ et de $e_D(t)$ sont différentes.

.....
.....

FIGURE 2-1 : BOUCLE COMPLÈTE

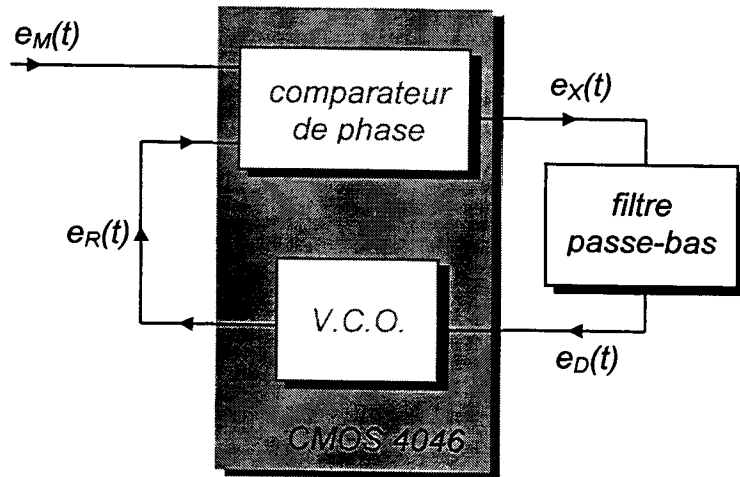


FIGURE 2-2 : FILTRE R-C

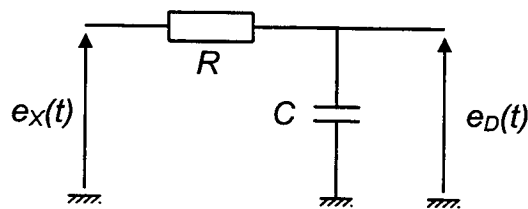


FIGURE 2-3 : CARACTÉRISTIQUE DE L'OSCILLATEUR "V.C.O."

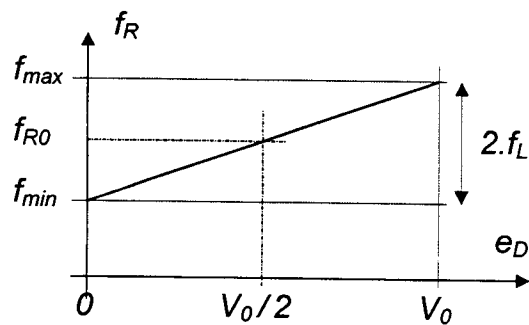


FIGURE 2-4 :

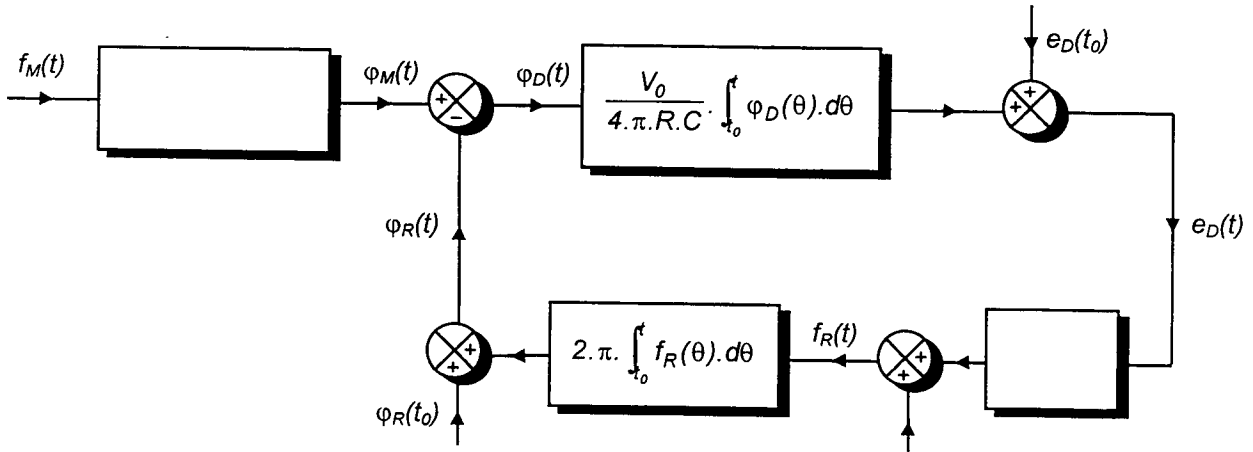


FIGURE 2-5 :

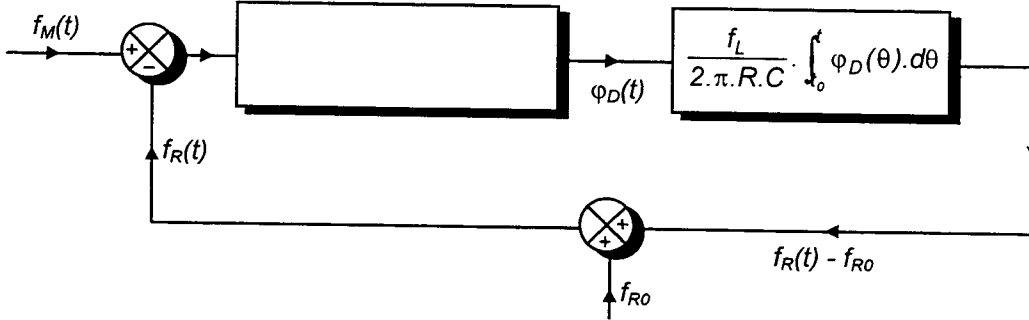


FIGURE 2-6 :

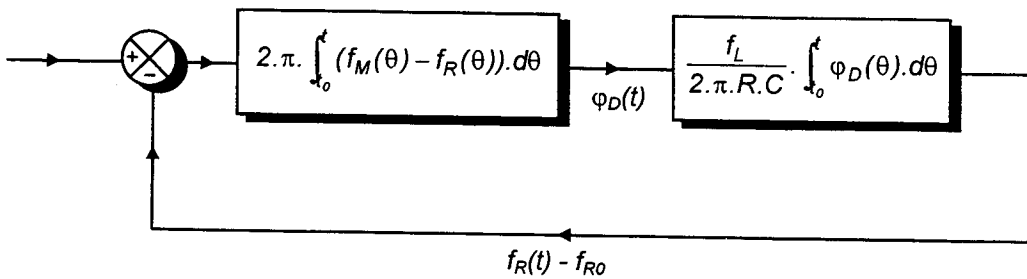


FIGURE 2-7 :

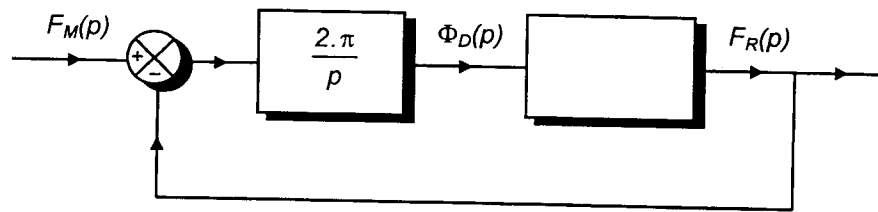


FIGURE 2-8 :

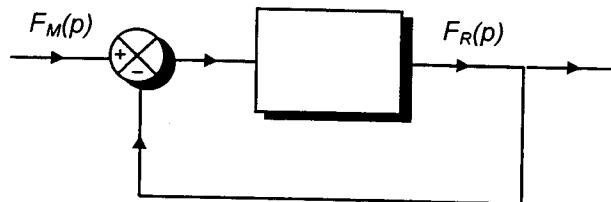


FIGURE 2-9 :

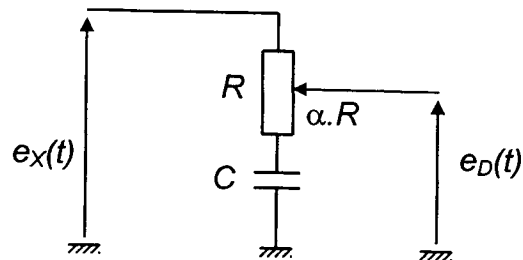


FIGURE 2-10 :

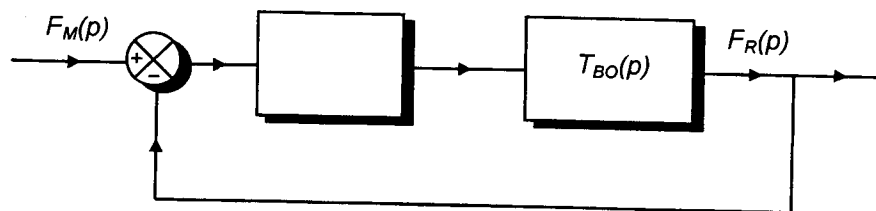


FIGURE 3-1 :

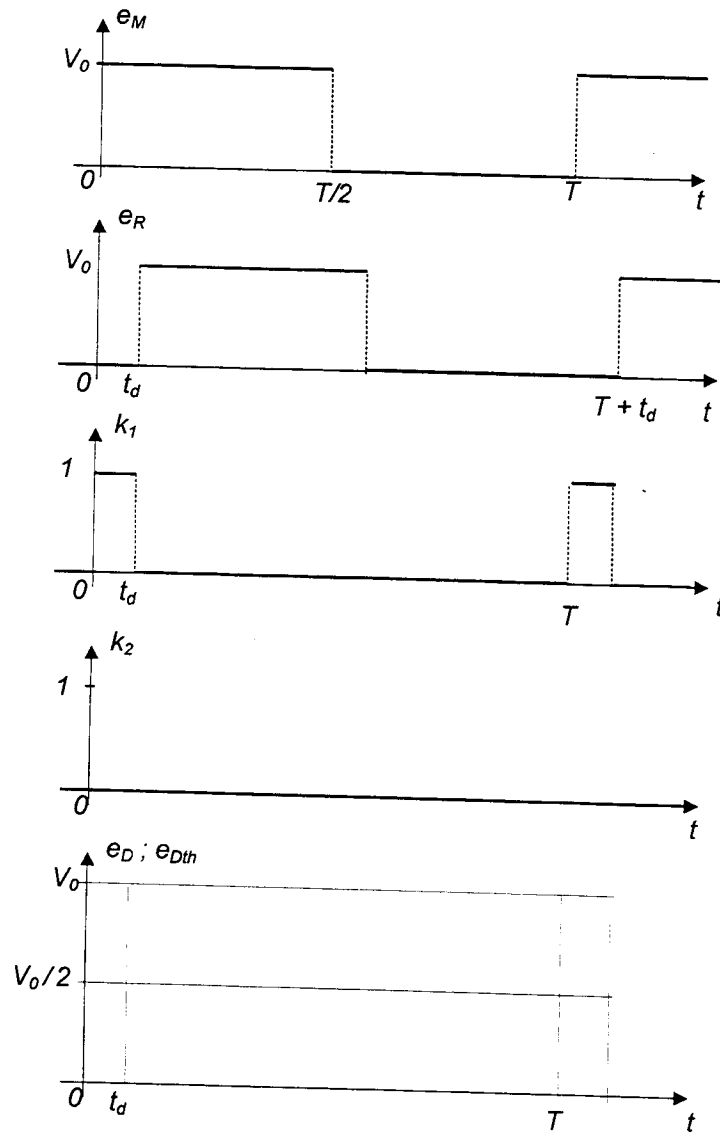


FIGURE 3-2 :

