BTS Electronique : 1987	Corrigé	Correcteur d'assiette pour voiture	pages 1 et 2

1.1. $\vec{F}$ dirigé vers le haut ; $F > 0$; $F = P \cdot S$; $P = \dfrac{84\,M_6}{SH}$

$$\boxed{F = PS = \dfrac{84\,M_6}{H}}$$

1.2. $F = \dfrac{84\,M_0}{H_0} + \dfrac{84}{H_0}\,m - \dfrac{84\,M_0}{H_0^2}\,x$

$F_0 = \dfrac{84\,M_0}{H_0} = 4{,}80 \cdot 10^3$; $b_1 = \dfrac{84}{H_0} = 3{,}36 \cdot 10^2$; $b_2 = 1{,}92 \cdot 10^4$ u.S.I

$$\boxed{F = 4{,}8\,10^3 + 3{,}36 \cdot 10^2\,m - 1{,}92 \cdot 10^4\,x}$$

2.1 $M_v \ddot{x} = F - P_a S - M_v g + f = 4{,}8 \cdot 10^3 + 3{,}36 \cdot 10^2 m - 1{,}92 \cdot 10^4 x - 2{,}8 \cdot 10^3 - 3{,}0 \cdot 10^3 \dot{x}$

2.2 $\ddot{x} + 35\dot{x} + 96x = \underbrace{-\dfrac{4{,}8 \cdot 10^3}{M_v} + \dfrac{P_a S}{M_v} + g}_{=0} + 1{,}68\,m = 1{,}68\,m$

Pour $m = 0$, au repos, $\ddot{x} = \dot{x} = 0 \Rightarrow x = 0$; si $x = 0$, $H = H_0$

2.3. Déjà résolu

3.1 dériver par rapport au temps, en notation de Laplace, c'est multiplier par p :

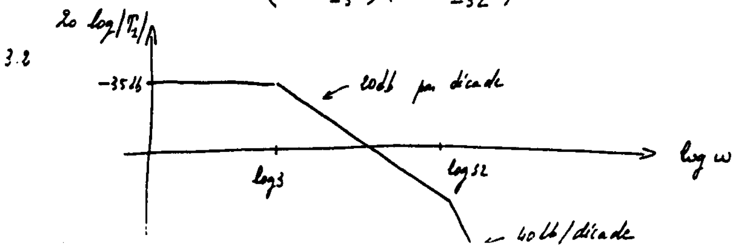
$\ddot{x} + 35\dot{x} + 96x = 1{,}68\,m \rightarrow X(p^2 + 35p + 96) = 1{,}68\,M$

$$T_1 = \frac{1{,}68}{p^2 + 35p + 96} = \frac{1{,}68}{(p+3)(p+32)} = \frac{1{,}68}{96\left(1 + \frac{p}{3}\right)\left(1 + \frac{p}{32}\right)}$$

$$T_1 = \frac{1{,}75 \cdot 10^{-2}}{\left(1 - \frac{p}{-3}\right)\left(1 - \frac{p}{-32}\right)}$$

$\lambda = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$; $p_1 = -3$; $p_2 = -32$

3.2



valeurs remarquables de la pulsation sont $\omega_1 = 3$ rad.s^{-1} (≈ 1 Hz) et $\omega_2 = 32$ rad.s^{-1} (10

Pour $f \leq 5$ Hz, on peut ne garder que les deux premières parties de la courbe. Cela revient à assimiler T_1 à $T_1 = \dfrac{\lambda}{1 - \frac{p}{p_1}} = \dfrac{1{,}75 \cdot 10^{-2}}{1 + \frac{p}{3}} = \dfrac{5{,}25 \cdot 10^{-2}}{p + 3}$.

$\boxed{3.3.1.}$ Si $d(t) = \dfrac{dm(t)}{dt}$, $D(p) = p \cdot M(p)$; soit $M(p) = \dfrac{1}{p} D(p)$.

$\boxed{3.3.2.}$ $T_2(p) = \dfrac{X(p)}{E(p)} = \dfrac{k\,T_1(p)}{p} = \dfrac{5{,}25 \cdot 10^{-2} k}{p(p+3)}$.

$\boxed{3.3.3}$ $T_2' = \dfrac{T_2}{1 + T_2} = \dfrac{5{,}25 \cdot 10^{-2} k}{p^2 + 3p + 5{,}25 \cdot 10^{-2} k} = \dfrac{1}{1 + \frac{3}{5{,}25 \cdot 10^{-2} k} + \frac{p^2}{5{,}25 \cdot 10^{-2} k}}$

D'où $\omega_0^2 = 5{,}25 \cdot 10^{-2} k$ et $\dfrac{2\alpha}{\omega_0} = \dfrac{3}{5{,}25 \cdot 10^{-2} k} \rightarrow 2\alpha\omega_0 = 3$.

Si $\alpha = 0{,}5$, cela entraîne $\boxed{\omega_0 = 3 \text{ rad.s}^{-1}}$ et $\boxed{k = \dfrac{9}{5{,}25 \cdot 10^{-2}} = 171.}$

On a alors $T_2' = \dfrac{1}{1 + \frac{p}{3} + \frac{p^2}{9}} = \dfrac{9}{p^2 + 3p + 9}$.

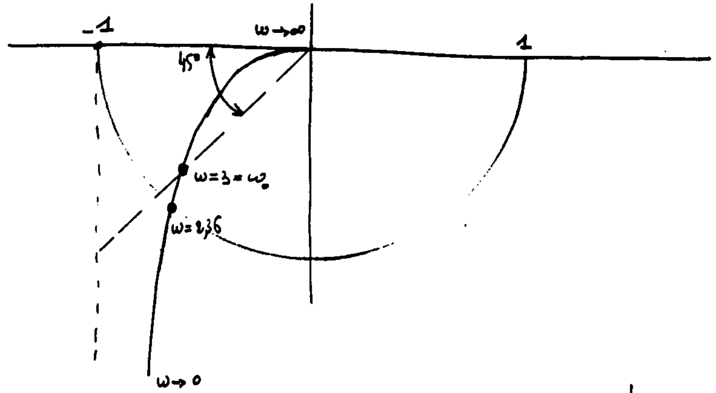
$\boxed{3.3.4}$ $\underline{T_2} = \dfrac{9}{p(p+3)} = \dfrac{9}{j\omega(j\omega + 3)} = \dfrac{9}{-\omega^2 + 3j\omega} = -\dfrac{9}{\omega}\left(\dfrac{1}{\omega - 3j}\right)$.

$\underline{T_2} = -\dfrac{9}{\omega}\left(\dfrac{\omega + 3j}{\omega^2 + 9}\right) \Rightarrow \begin{cases} \text{Partie réelle de } \underline{T_2} = -\dfrac{9}{9 + \omega^2} \\ \text{Partie imaginaire de } \underline{T_2} = -\dfrac{27j}{\omega(\omega^2 + 9)} \end{cases}$

a) Lorsque $\omega \rightarrow 0$ $\mathcal{R}(\underline{T_2}) \rightarrow -1$.

b) $\underline{T_2}(2{,}36j) = -\dfrac{9}{2{,}36}\left(\dfrac{1}{2{,}36 - 3j}\right)$; $\left|\underline{T_2}(2{,}36j)\right| = 1$.

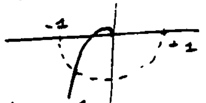
$\left\} \begin{array}{l} T_2(j\omega_0) = \dfrac{-1 + j}{2} \\ |T_2| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$



L'argument de $T_2(j\omega)$ est égal à $-\frac{3\pi}{4}$ pour $\omega = \omega_0 = 3$ rad/s ; or $|T_2(j\omega)| = 1$ pour $\omega = 2{,}36$ rad/s, valeur inférieure à ω_0. L'allure du graphe de $T_2(j\omega)$ montre que la marge de phase du système est supérieure à 45°.

(En réalité le diagramme est un peu différent, car nous avons simplifié T_2 ;

On aurait eu :



; mais notre simplification était parfaitement justifiée, et dans la zone $\omega \simeq \omega_0$, rien d'essentiel ne serait modifié).

3.4.1. Première solution

$$T_2'(p) = \frac{1}{1 + \frac{2\alpha}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{X(p)}{C(p)} \Leftrightarrow \frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + \frac{2\alpha}{\omega_0}\dot{x} + x = c(t)$$

Si $c(t) = c_0$, en régime permanent, pour $t \to \infty$, $\ddot{x} = \dot{x} = 0 \Rightarrow x = c_0$.

D'où $x - c = 0 \Rightarrow \varepsilon_p = 0$.

Si $c(t) = \dot{c}_0 t$, posons $x(t) = at - b \Rightarrow \dot{x} = a$, $\ddot{x} = 0$.

Cela entraîne $\frac{2\alpha}{\omega_0}a + at - b = \dot{c}_0 t \Rightarrow a = \dot{c}_0$; $b = \frac{2\alpha}{\omega_0}a = \frac{2\alpha}{\omega_0}\dot{c}_0$.

$\varepsilon_p = c - x = b = \boxed{\frac{2\alpha}{\omega_0}\dot{c}_0}$ Avec $\alpha = 0{,}5$ et $\omega_0 = 3$ rad/s $\varepsilon_p = \frac{\dot{c}_0}{3}$.

3.4.1. Deuxième solution.

$$X(p) = T_2 E = T_2' C = \frac{T_2}{1+T_2} C \Rightarrow E(p) = \frac{1}{1+T_2} C(p).$$

$$T_2 = \frac{5{,}25 \cdot 10^{-2} k}{p(p+3)} = \frac{9}{p(p+3)} \; ; \; 1 + T_2 = \frac{p^2+3p+9}{p^2+3p}$$

Si $C(p) = \frac{c_0}{p}$ $\quad E(p) = \frac{c_0(p^2+3p)}{p(p^2+3p+9)}$; $pE(p) = c_0 \frac{p^2+3p}{p^2+3p+9}$

quand $p \to 0$ $\lim pE(p) \to 0$ $\quad \varepsilon_p = 0$.

3.4.2. Si $C(p) = \frac{\dot{c}_0}{p^2}$, $E(p) = \frac{\dot{c}_0(p^2+3p)}{p^2(p^2+3p+9)}$, $pE(p) = \dot{c}_0 \frac{3+p}{9+3p+p^2}$

$$\lim_{p \to 0} pE(p) = \frac{\dot{c}_0}{3} \qquad \boxed{\varepsilon_p = \frac{2\alpha}{\omega_0}\dot{c}_0 = \frac{\dot{c}_0}{3}}$$

4.1.1. $T_3 = B_0 T_2 = \dfrac{9(1 - e^{-\theta p})}{p^2(p+3)}$

4.1.2. $T_3 = 3 \dfrac{3}{p^2(p+3)}\left(1 - e^{-\theta p}\right)$

la correspondance donne $\dfrac{3}{p^2(p+3)} \Leftrightarrow \dfrac{\theta z}{(z-1)^2} - \dfrac{(1-e^{-3\theta})z}{3(z-1)(z-e^{-3\theta})}$

Appelons $F(z)$ cette fonction de z. D'après les règles de linéarité et la propriété selon laquelle à $e^{-\theta p}F(p)$ correspond $\frac{F(z)}{z}$,

$$T_3(z) = 3F(z)\left(1 - \frac{1}{z}\right) = 3\frac{(z-1)}{z}F(z) = \frac{3\theta}{z-1} - \frac{(1-e^{-3\theta})}{z - e^{-3\theta}}$$

4.2. $T = K T_3 = 3\theta \dfrac{z-a}{(z-1)^2} - (1 - e^{-3\theta}) \dfrac{(z-a)}{(z-1)(z-e^{-3\theta})}$

Quand $z \to 1$ $\quad T \to \infty$; $1+T \to \infty$, et $\dfrac{1}{1+T} \to 0$.

Donc $\varepsilon_I = 0$.

$$(z-1)T = 3\theta \frac{z-a}{z-1} - \left(1-e^{-3\theta}\right)\frac{z-a}{z-e^{-3\theta}}$$

$(z-1)T \to \infty$ quand $z \to 1$, car le premier terme tend vers l'infini et le second reste fini. Donc $\dfrac{\theta}{(z-1)T} \to 0$.

$$\varepsilon_T = 0.$$

(On constate au passage que sans le correcteur $\varepsilon_P = 0$, $\varepsilon_T = \dfrac{\dot{c}_0}{3}$).

4.3. $\quad E_2(z) = K(z)\, E_1(z) \implies (z-1)E_2 = (z-a)E_1$

soit $\quad E_2\left(1-z^{-1}\right) = \left(1-a z^{-1}\right)E_1 \implies E_2 = E_1 - a z^{-1}E_1 + z^{-1}E_2$

$$e_{2,n} = e_{2,n-1} + e_1 - a\, e_{1,n-1}$$

4.4. $\quad K(z) = \dfrac{z-a}{z-1} \iff K(p) = a + \dfrac{(1-a)}{p} = 0{,}74 + \dfrac{0{,}26}{p}$.

c'est un correcteur à action proportionnelle et intégrale.

4.5. $\quad 2f_m = 10\ Hz$; prendre $\theta = 0{,}1\ s$. (Th. de Shannon).

Remarque : pour avoir de bons résultats, il faut prendre $a = 0{,}74$ et retoucher à l'amplification de la chaine directe, c'est à dire modifier la valeur du coefficient k de l'électrovanne qui, de 171 doit passer à $171 \times 0{,}77 = 131$. On obtient alors un système asservi de précision et stabilité raisonnables.