

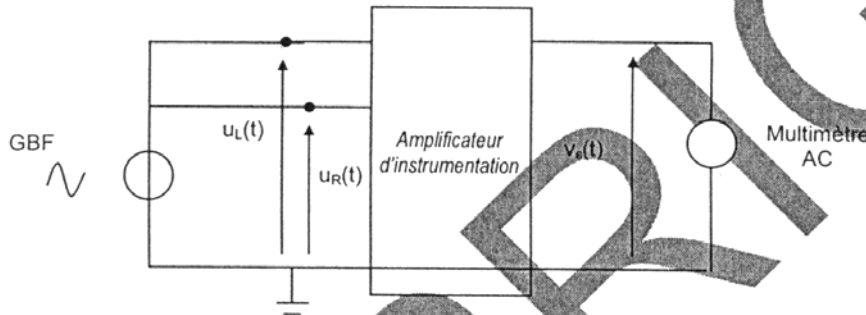
Acquisition et traitement d'un électrocardiogramme

I. TRAITEMENT ANALOGIQUE DU SIGNAL ECG			
1. Modèle électrique simplifié du patient			
1.1.	Cf. document réponse n°1		1
1.2.	$u_d(t) = u_{card}(t)$ et $u_{mc}(t) = u_{bruit}(t)$	1 pt : u_d 1 pt : u_{mc}	2
2. Puissances normalisées des tensions $u_{card}(t)$ et $u_{bruit}(t)$			
2.1.	$U_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}}$		1
2.2.	$P = \frac{U_{eff}^2}{R}$ et $P_n = U_{eff}^2$		2
2.3.	$P_{ncard} = 20 \cdot U_{eff}^2 = 20 \cdot \frac{(20 \cdot 10^{-6})^2}{2} = 4 \text{ nW}$		2
2.4.	$P_{nbruit} = \frac{(100 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 5 \text{ mW}$		1
2.5.	$R_{SN} = 10 \log \left(\frac{P_{ncard}}{P_{nbruit}} \right) = 10 \log \left(\frac{4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-3}} \right)$ d'où $R_{SN} = -61 \text{ dB}$		1
3. Nécessité de l'amplification différentielle			
3.1.	$R_{SN}^S = 20 \log \left(\frac{V_{scard}}{V_{sbruit}} \right) = 20 \log \left(\frac{A_d \cdot U_{card}}{A_{mc} \cdot U_{bruit}} \right) = 20 \log \left(\frac{A_d}{A_{mc}} \right) + 20 \log \left(\frac{U_{card}}{U_{bruit}} \right)$ $R_{SN}^S = TRMC + R_{SN}^E$		2
3.2.	$R_{SN}^S = 20 \log \left(\frac{V_{scard}}{V_{sbruit}} \right) = 20 \log(100) = 40 \text{ dB}$		1
3.3.	$TRMC = R_{SN}^S - R_{SN}^E = 40 + 61 = 101 \text{ dB}$ car $R_{SN}^E = R_{SN} = -61 \text{ dB}$		1
3.4.	$\left(\frac{A_d}{A_{mc}} \right) = 10^{\frac{101}{20}} = 1,1 \cdot 10^5$		1
3.5.	$A_{mc} = 0$ et TRMC infini		2
4. Étude de l'amplificateur d'instrumentation			
4.1.	Intensité des courants négligeables ; $\varepsilon(t) \approx 0$		2
4.2.	$v_g(t) = u_L(t) - u_R(t) = R_g \cdot i_g(t)$		2

4.3.	$v_1(t) - v_2(t) = (2 \cdot R + R_g) \cdot i_g(t)$		2
4.4.	$v_1(t) - v_2(t) = (2 \cdot R + R_g) \cdot i_g(t) = \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \cdot (u_L(t) - u_R(t))$		1
4.5.	DDT : $v^+(t) = \frac{a \cdot R_2}{(1+a) \cdot R_2} v_2(t) = \frac{a}{(1+a)} v_2(t)$		1
4.6.	$v_A(t) = \frac{a \cdot v_1(t) + v_S(t)}{1+a}$		2
4.7.	$v_A(t) = v^+(t)$ et $v_s(t) = a \cdot (v_2(t) - v_1(t))$		2
4.8.	$v_s(t) = a \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \cdot (u_R(t) - u_L(t))$		1
4.9.	$A_d = a \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right)$ et $A_{mc} = 0$		2

5. Mise en œuvre de l'amplificateur d'instrumentation

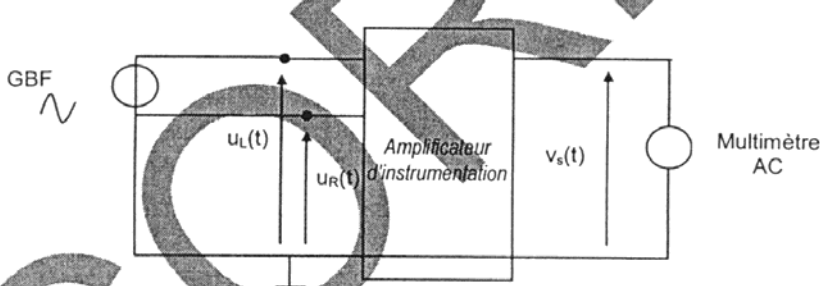
5.1. Cf. document réponse n°2



1 pt : source
1 pt : voltmètre

2

5.2. Cf. document réponse n°3 : on suppose $A_{mc} \ll A_d$



1 pt : source
1 pt : voltmètre

2

5.3. Cf. document réponse n°4

N°expérience	①	②	③
Δa	4	10	20
A_d	10×10^3	10×10^3	10×10^3
A_{mc}	19×10^{-3}	47×10^{-3}	90×10^{-3}
TRMC (dB)	114	107	101
R'_2 (M Ω)	2,04	2,1	2,2
Tolérance (%)	$\frac{\Delta a}{a} \cdot 100 = 2$	5	10

1,5 pt : TRMC
1,5 pt : R'_2
2 pts : tolérance

5

5.4. TRMC > 101 dB : donc, il faut une tolérance sur les résistances < 10%

1

Sous-total I

42

II. TRAITEMENT DE L'ÉLECTROCARDIOGRAMME

1. Choix de la fréquence d'échantillonnage

1.1.	$T_{\text{card}} = 1 \text{ s}$ et $f_{\text{card}} = 1 \text{ Hz} = 60$ battements par minute.		2
1.2.	Cette fréquence est identique à la fréquence de la première raie : 1 Hz : celle-ci correspond au fondamental		2
1.3.	$F_{\text{emin}} = 2 \cdot F_{\text{max}}$ soit $F_{\text{emin}} = 200 \text{ Hz}$		1

2. Conséquences d'une prise d'échantillon sans filtre anti-repliement

2.1.	$f_1 = 150 \text{ Hz} : 150 < \frac{F_e}{2}$ avec $\frac{F_e}{2} = 224 \text{ Hz}$: vérifie la condition de Shannon $f_2 = 400 \text{ Hz} : 400 > \frac{F_e}{2}$: ne vérifie pas la condition de Shannon		2
2.2.	Après échantillonnage apparaîtront des fréquences issues du repliement du spectre ; ces fréquences sont telles que $f' = F_e - f$ soit : $f'_1 = 448 - 150 = 298 \text{ Hz}$ et $f'_2 = 448 - 400 = 48 \text{ Hz}$		2

3. Filtrage anti-repliement

3.1.	La fréquence minimale f_m susceptible de se replier dans le spectre utile est telle que : $F_e - f_m = 100 \text{ Hz}$ soit : $f_m = 448 - 100 = 348 \text{ Hz}$		1
3.2.	La fréquence de coupure du filtre anti-repliement est égale à $F_e/2 = 224 \text{ Hz}$. La bande passante du filtre anti-repliement (224 Hz) est compatible avec celle du signal ECG (100 Hz) car $224 > 100$.		2
3.3.	$G_{\text{dB}} = 20 \cdot \log\left(\frac{V_s}{V_e}\right)$ avec $\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{100}$ soit $G_{\text{dB}} = -40 \text{ dB}$		1
3.4.	A 348 Hz, seuls les filtres d'ordre 4 et 12 ont une atténuation supérieure à 100 (gain inférieur à -40 dB).		1
3.5.	$G_{\text{dB}}(150 \text{ Hz}) = -15 \text{ dB} > -40 \text{ dB}$: f_1 n'est pas éliminée par le filtre anti-repliement du 4 ^{ème} ordre.		2

4. Traitement numérique

4.1.	L'équation $s_n = f(e_n, e_{n-i})$ du filtre 1 correspond au filtre non récursif. Le nouvel échantillon de sortie ne dépend que des échantillons d'entrée, actuel et précédents		2
4.2.	L'équation $s_n = f(e_n, e_{n-i}, s_{n-i})$ du filtre 2 correspond au filtre récursif. Le nouvel échantillon de sortie dépend des échantillons d'entrée mais également des précédents échantillons de la sortie		2
4.3.	Le gain est de l'ordre de -66 dB pour les deux filtres. La fréquence de 150 Hz est alors éliminée		2
4.4.	$\Phi = -2 \cdot \pi \cdot \frac{\Delta t}{T}$ soit $\Phi = -\omega \cdot \Delta t$	2 pts : 2 relations 1 pt : signe	3

4.5	Cf. document réponse n°5					0,5 pt par valeur	4	
			Filtre RIF		Filtre RII			
			Retard Δt (s)	Déphasage Φ (rad)	Retard Δt (s)			Déphasage Φ (rad)
	Fréquence de l'harmonique	10 Hz	0,02	$-\frac{2 \cdot \pi}{5} = -1,26$	0,01			$-\frac{\pi}{5} = -0,63$
	20 Hz	0,02	$-\frac{4 \cdot \pi}{5} = -2,51$	0,03	$-\frac{6 \cdot \pi}{5} = -3,77$			
4.6.	Le filtre RIF retarde les deux harmoniques de la même manière, ce qui n'est pas le cas du filtre RII						2	
4.7.	Le signal de sortie a même forme que le signal d'entrée, il est simplement retardé						1	
4.8.	Le signal de sortie est déformé par rapport au signal d'entrée						1	
5. Illustration et synthèse des résultats								
5.1.	$\Phi(f) = -0,126 \cdot f$						1	
5.2.	$\Phi(\omega) = -\frac{0,126}{2 \cdot \pi} \cdot \omega = -2,0 \times 10^{-2} \cdot \omega$						1	
5.3.	$\Delta t = \frac{-\Phi(\omega)}{\omega} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms} = \text{constante}$						1	
Sous-total II							36	

III. CONCLUSION

	Puisque les capacités de calculs ne sont pas un frein pour cette application, le filtre RIF sera retenu compte tenu de ses propriétés intéressantes face à la distorsion du signal ECG		2
	Sous-total III		2
	TOTAL :		80

Les notes sont ramenées sur 20 points, et arrondies au 1/2 point supérieur.