

# Chapitre 5 : Mesures des résistances et des impédances

## I. Mesure des résistances

La mesure des résistances se fait en courant continu le plus souvent. Les méthodes et les appareils utilisés dépendent de la nature de la résistance mesurée et de son ordre de grandeur. On distingue :

- Les faibles résistances : généralement inférieures à  $1\Omega$ ,
- Les résistances de moyennes valeurs : de  $1\Omega$  à  $1M\Omega$ ,
- Les grandes résistances : généralement supérieures à  $1M\Omega$ .

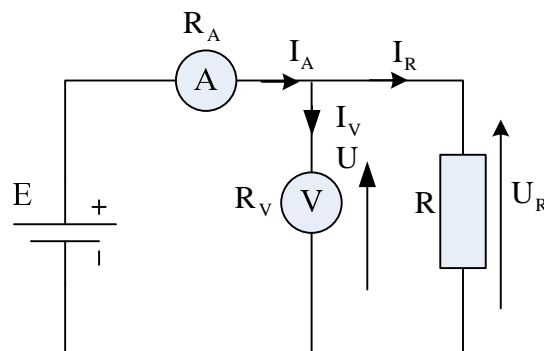
### 1. Méthode voltampère-métrique

Cette méthode utilise la loi d'Ohm ( $U = R \cdot I$ ). On cherche la résistance  $R$  à partir de la tension  $U$  aux bornes de la résistance et de l'intensité  $I$  du courant dans le circuit.

Selon la résistance on choisit le montage « aval » ou « amont ». Il s'agit d'un montage en série du générateur, de l'ampèremètre et de la résistance ; selon l'emplacement du voltmètre **avant ou après** l'ampèremètre, deux montages sont utilisés les montages aval et amont.

#### 1. 1. Montage aval

Pour le montage aval, l'ampèremètre est placé avant le voltmètre.



**Fig. : Méthode voltampère-métrique : montage aval**

$R_A$  et  $R_V$  : Résistances internes respectives de l'ampèremètre et du voltmètre sur les calibres respectifs, des appareils choisis.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \Rightarrow \frac{\Delta R_{R-aval}}{R} = \frac{\Delta U_{R-aval}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

$$U_v = U_R \Rightarrow (\Delta U_{R-aval} = 0),$$

$$I_R = I_A - I_v \Rightarrow \left( \Delta I_{R-aval} = I_v = \frac{U}{R_v} : \text{erreur sur le courant} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

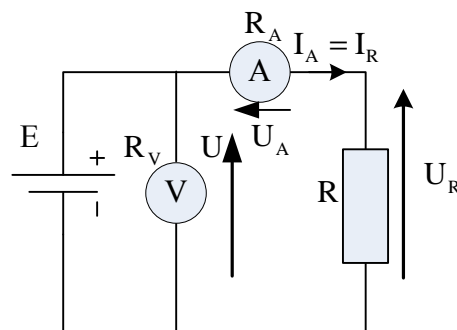
$$\Delta I_{R-aval} = I_v = \frac{U_v}{R_v} \Rightarrow \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R} = \frac{U_v}{R_v I_R} = \frac{R}{R_v} \Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{R}{R_v} \ll 1 \Rightarrow R \ll R_v$$

Car l'incertitude relative est généralement très faible.

En conclue que le montage aval est utilisé pour mesurer **les faibles résistances**.

## 1. 2. Montage amont

Pour le montage amont, l'ampèremètre est placé après le voltmètre.



**Fig.: Méthode voltampère-métrique : montage amont**

$$R = \frac{U_R}{I_R} \Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-amont}}{I_R}$$

$$I_A = I_R \Rightarrow (\Delta I_{R-amont} = 0)$$

$$U_R = U_v - R_A I_A \Rightarrow (\Delta U_{R-amont} = U_A = R_A I_A : \text{erreur sur la tension})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R}$$

$$\Delta U_{R\text{-amont}} = U_A = R_A I_A \Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{R_A I_A}{U_R} = \frac{R_A}{R} \Rightarrow$$

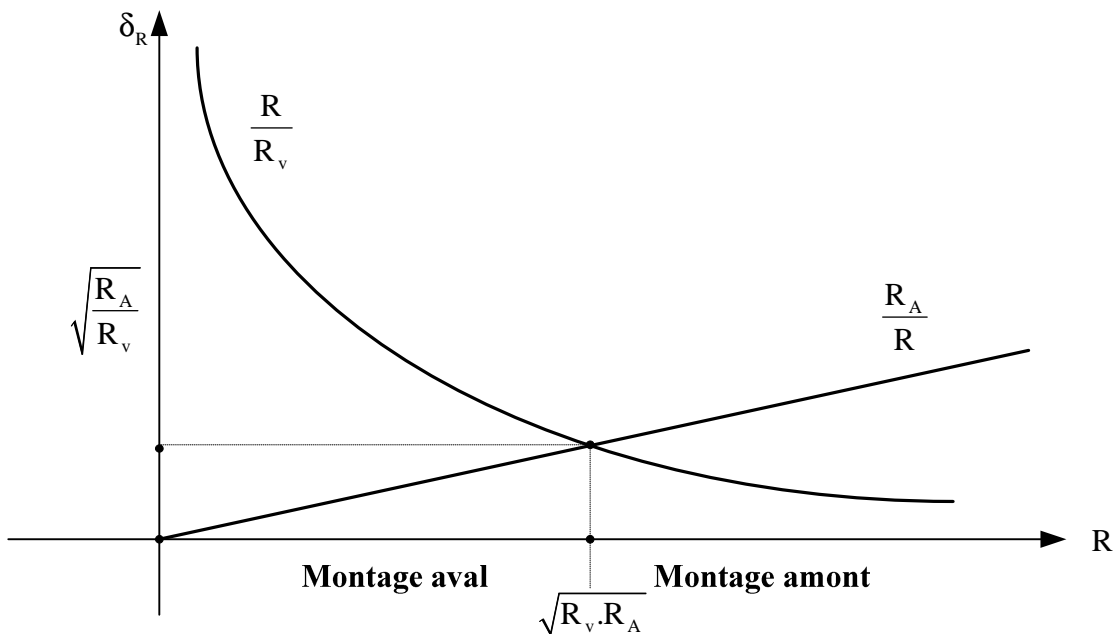
$$\frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{R_A}{R} \ll 1 \Rightarrow R_A \ll R \text{ ou } R \gg R_A$$

Car l'incertitude relative doit être toujours très faible.

Comme conclusion le montage amont est utilisé pour mesurer **les résistances élevées**.

### 1.3. Évolution de l'incertitude relative $\left(\delta_R = \frac{\Delta R}{R}\right)$

La courbe de l'incertitude (erreur) relative  $\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$  en fonction de R est :



**Fig.: évolution des incertitudes (erreurs) relatives en fonction de la valeur de résistance à mesurer**

À l'intersection de deux courbes :

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R}{R_v} = \frac{R_A}{R} \Rightarrow R^2 = R_A R_v \Rightarrow R = +\sqrt{R_A R_v} \Rightarrow \delta_R = \frac{\sqrt{R_A R_v}}{R_v} = \sqrt{\frac{R_A}{R_v}}$$

Le choix du montage sera fait selon la règle suivante :

- ✓ Si  $R < \sqrt{R_A \cdot R_v}$  : (résistances de faibles valeurs) on privilégie le montage aval ;
- ✓ Si  $R > \sqrt{R_A \cdot R_v}$  : (résistances de grandes valeurs) on privilégie le montage amont ;
- ✓ Si  $R = \sqrt{R_A \cdot R_v}$  : les deux montages sont équivalents du point de vue précision.

Le choix de l'appareillage doit tenir compte des incertitudes introduites et de la précision recherchée. En électrotechnique (domaine des courants forts) les perturbations introduites par les appareils sont pratiquement négligeables, mais il convient d'être plus prudent en électronique (domaine des courants faibles).

### 3. Mesure des résistances avec le pont de Wheatstone

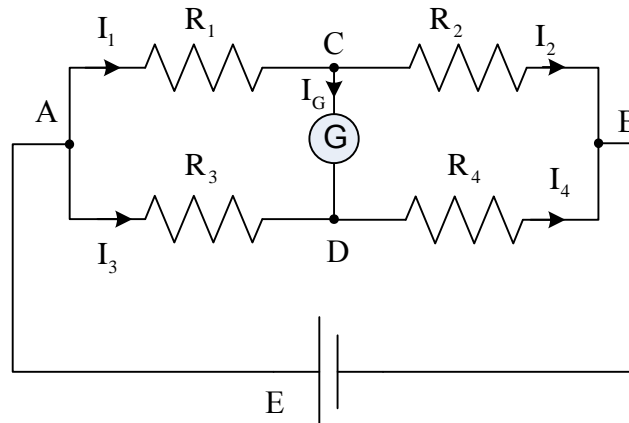


Figure :Schéma de principe du pont de weatstone

G : Galvanomètre (détecteur de zéro)

L'équilibre se traduit par  $I_G = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = I_2 \text{ et } I_3 = I_4 \\ U_{AC} = U_{AD} \text{ et } U_{CB} = U_{DB} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 I_1 = R_3 I_3 \\ R_2 I_2 = R_4 I_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 I_1 = R_3 I_3 \\ R_2 I_1 = R_4 I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = \frac{R_1}{R_3} I_1 \\ R_2 I_1 = R_4 \frac{R_1}{R_3} I_1 \end{cases} \Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3$$

Donc l'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des résistances sont égaux :

$$R_1 R_4 = R_2 R_3.$$

L'équation d'équilibre est symétrique par rapport aux quatre résistances du pont. Ce qui nous permet de placer la résistance  $R_x$  dans n'importe quelle branche.

**Exemple :** soit  $R_4 = R_x \Rightarrow R_x = R_2 \frac{R_3}{R_1}$

#### Mode opératoire du pont de Wheatstone:

- ✓ On choisit la branche constitué par  $R_x = R_4$  ;
- ✓ Le rapport  $R_2/R_1$  est réalisés par deux boîtes de résistances de valeurs ( $1\Omega$  ;  $10\Omega$ ,  $10^2\Omega$ ,  $10^3\Omega$ ,  $10^4\Omega$ ,  $10^5\Omega$  et  $10^6\Omega$ ) ;

- ✓ Une branche constituée par une boîte de résistance à décade  $R_3$  variable ( $\times 0,1\Omega$  ;  $\times 1\Omega$ ,  $\times 10\Omega$  et  $\times 100\Omega$ ) ;
- ✓ Un détecteur de zéro, normalement un galvanomètre magnétoélectrique à aiguille ;
- ✓ Une source de tension continue avec une résistance réglable.

La détection de l'équilibre se fait en deux étapes :

- ✓ Donnez  $R_3$  sa valeur maximale, observer le sens de déviation du galvanomètre. Faire décroître cette résistance par bonds de  $100\Omega$  et au besoin de  $10\Omega$  jusqu'à avoir une déviation en sens inverse du galvanomètre (encadrer le zéro du galvanomètre), à ce moment revenir d'un bond en arrière.
- ✓ De même, agir sur le bond de  $1\Omega$  jusqu'à obtenir l'équilibre de pont.
- ✓ On calcule :  $R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$ .

Les erreurs dans une mesure au pont de Wheatstone sont dues à plusieurs causes:

- ✓ Les erreurs de construction des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .

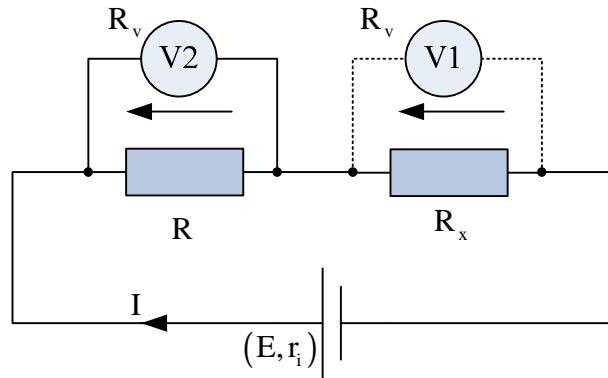
$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4}$$

- ✓ Les erreurs dues à une mauvaise appréciation de la nullité du courant dans le galvanomètre.

Le pont de Wheatstone est utilisé pour mesurer les résistances de  $1\Omega$  à  $10^7\Omega$ . La précision de la mesure est de l'ordre de 0,01%

#### 4. Mesure des résistances à l'aide de la méthode de comparaison

Elle consiste à faire traverser par le même courant la résistance à mesurer  $R_x$  et une résistance connue  $R$



**Fig. : Schéma de principe de la méthode de comparaison**

$$I = \frac{V_2}{R} = \frac{V_1}{R_x} \Rightarrow R_x = \frac{V_1}{V_2} R$$

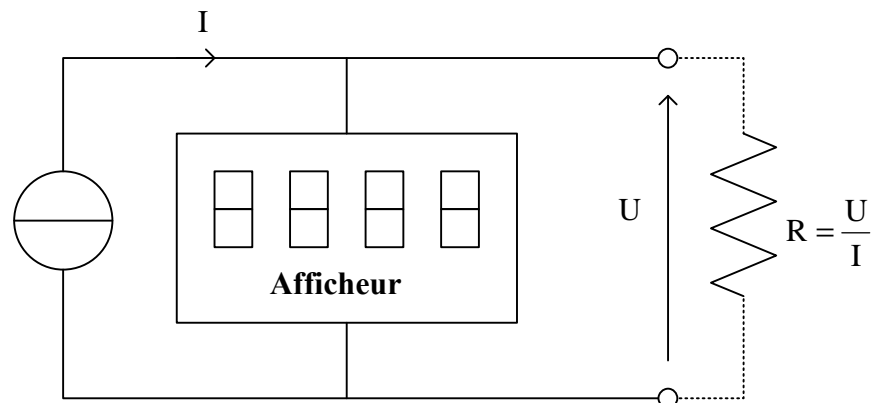
Si on tient compte de la résistance interne des voltmètres  $R_v$  et de la résistance interne  $r$  de la source de tension (c'est le même voltmètre que l'on place successivement sur  $R$  puis sur la résistance inconnue  $R_x$ ).

$$R_x = R \frac{V_1}{V_2} \left( 1 - \frac{r_i (R - R_x)}{(R + R_x + r_i) R_v + R R_x} \right)$$

$\frac{\Delta R}{R}$  est faible si  $r_i$  est faible,  $R_v$  élevée et  $R$  voisine de  $R_x$

## 5. Ohmmètre numérique

Un ohmmètre est une source de courant continu associée à un voltmètre. L'intensité du courant délivré étant connue, l'appareil fait le rapport de la tension mesurée et de l'intensité du courant délivré. Il en déduit alors la résistance du composant.



**Schéma de principe d'un ohmmètre numérique**

Si le courant de mesure  $I$  est constant, on voit que la résistance inconnue  $R$  est directement proportionnelle à la tension  $U$  entre ses bornes. Il suffit alors de convertir l'indication du Voltmètre en ohms ( $\Omega$ ).

Les appareils actuels sont plus élaborés et utilisent des amplificateurs opérationnels, ce qui permet d'envoyer un courant de mesure plus faible et plus stable. Avec un faible courant, les phénomènes thermoélectriques de contact sont négligeables, donc la mesure est plus précise.

## 6. Comparaison des précisions obtenues

La méthode la plus précise que nous ayons testée est la méthode du pont de Wheatstone avec des incertitudes très faible. Ce n'est pas étonnant car les résistances testées se trouvent dans la large gamme où cette méthode est précise ( $1\Omega - 1M\Omega$ ).

La méthode de l'ohmmètre est très rapide à mettre en œuvre et est plutôt précise (bien que moins précise que le pont de Wheatstone), c'est une méthode directe. La méthode la moins précise est la méthode « Volt-Ampère-métrique » car elle ajoute l'incertitude de l'ampèremètre et du voltmètre, et de plus nous avons fait des simplifications sur les calculs ce qui est source d'erreur.

## II. Mesures des impédances

### 1. Méthode voltampère-métrique

La méthode voltampère-métrique (montage aval et amont) permet de mesurer à la fréquence industrielle l'impédance  $Z$ .

#### 1.1 Mesure de l'inductance d'une bobine

L'impédance d'une bobine  $Z_L = r + jL\omega$  est généralement faible ( $Z_L \ll Z_V$ ). Le montage aval est alors le plus convenable.

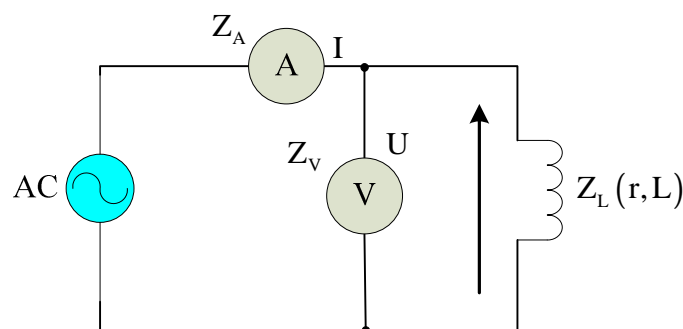


Fig.: Montage aval

Pour mesurer l'inductance d'une bobine réelle, on effectue deux essais pratiques:

- Essai **en courant continu** pour déterminer la résistance interne de la

$$\text{bobine } r_i : r_i = \frac{U_{CC}}{I_{CC}}$$

- Essai **en courant alternatif** pour déterminer le module de

$$\text{l'impédance } Z_L : Z_L = \frac{U_{CA}}{I_{CA}}$$

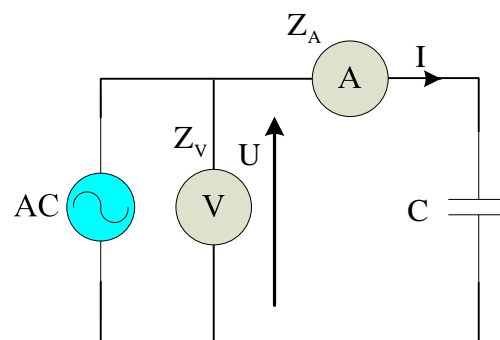
$$\text{Impédance d'une bobine : } \bar{Z}_L = r_i + jL\omega \Rightarrow Z_L = \sqrt{r_i^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z_L^2 = r_i^2 + (L\omega)^2$$

$$(L\omega)^2 = Z_L^2 - r_i^2 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_L^2 - r_i^2}$$

**Remarque 1 :** on peut mesurer directement l'inductance d'une bobine à l'aide d'un **henry-métre**.

## 1.2. Mesure d'une capacité

Dans la plupart des cas l'impédance du condensateur est assez élevée ( $Z_C \gg Z_V$ ). Le montage amont est alors le plus convenable.



**Fig.: Montage amont**

L'impédance d'un condensateur est:  $\bar{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$

$$|\bar{Z}_C| = Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow Z_C = \frac{U_{CA}}{I_{CA}} = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega}$$

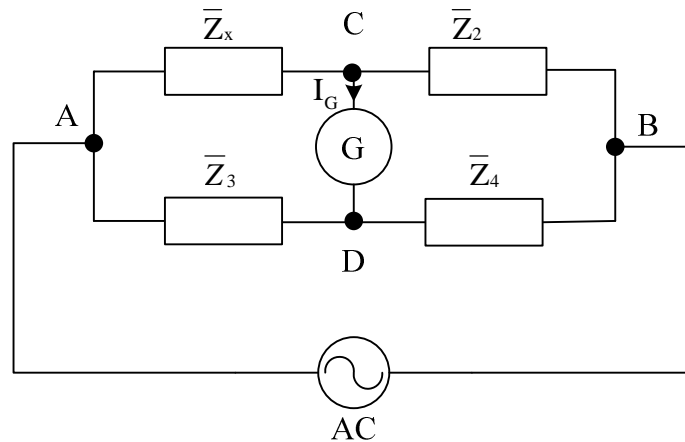
**Remarque 2 :** on peut mesurer directement une capacité d'un condensateur à l'aide d'un **capacimètre**.

## 2. Pont à courant alternatif

A la place du générateur continu, on utilise un générateur basse fréquence et on remplace les résistances par des impédances. Les calculs restent valides, à condition de remplacer les résistances par des impédances complexes.



Dans la plus part des cas on utilise les ponts de type Wheatstone à basse fréquence ou à fréquence acoustique (16 à 20KHz).



**Schéma de principe du pont à courant alternatif**

L'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des impédances sont égaux (égalité entre parties réelles et parties imaginaires).

A l'équilibre on a :  $\bar{Z}_x = \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_4}$

Selon le caractère de l'impédance, on peut distinguer deux cas :

- ✓  $\bar{Z}_x$  est à caractère inductif, dans ce cas  $\bar{Z}_2 = P$ ,  $\bar{Z}_3 = Q$  (résistances pures) et  $\bar{Z}_4$  l'impédance capacitive réglable.

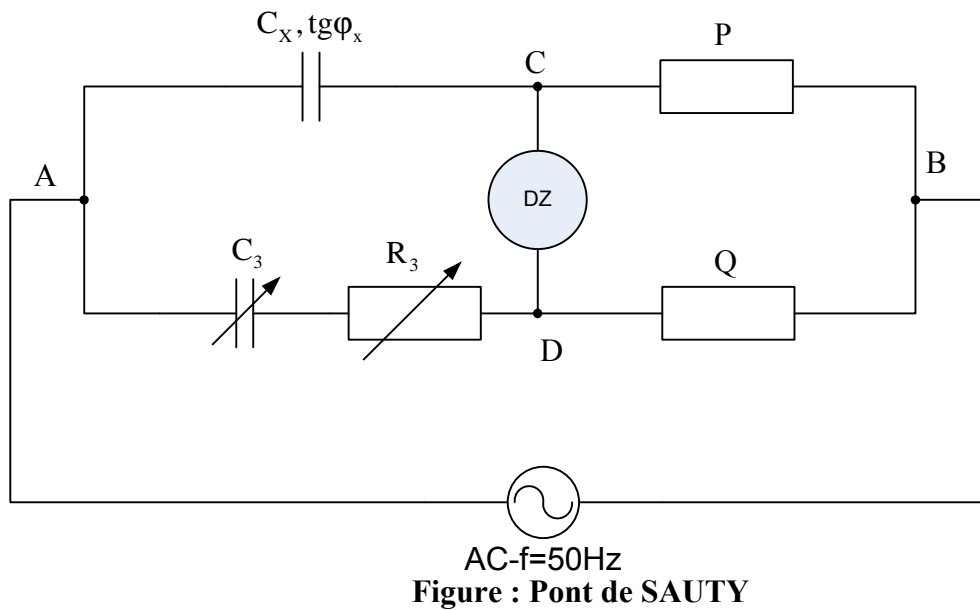
A l'équilibre on a :  $\bar{Z}_1 \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \Rightarrow \bar{Z}_x \bar{Z}_4 = PQ \Leftrightarrow \bar{Z}_x = \frac{PQ}{\bar{Z}_4}$  (pont en PQ)

- ✓  $\bar{Z}_x$  est à caractère capacitif, dans ce cas  $\bar{Z}_2 = P$ ,  $\bar{Z}_4 = Q$  (résistances pures) et  $\bar{Z}_3$  l'impédance capacitive réglable.

A l'équilibre on a :  $\bar{Z}_1 \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \Rightarrow \bar{Z}_x Q = P \bar{Z}_3 \Leftrightarrow \bar{Z}_x = \frac{P}{Q} \bar{Z}_3$  (pont en  $\frac{P}{Q}$ ).

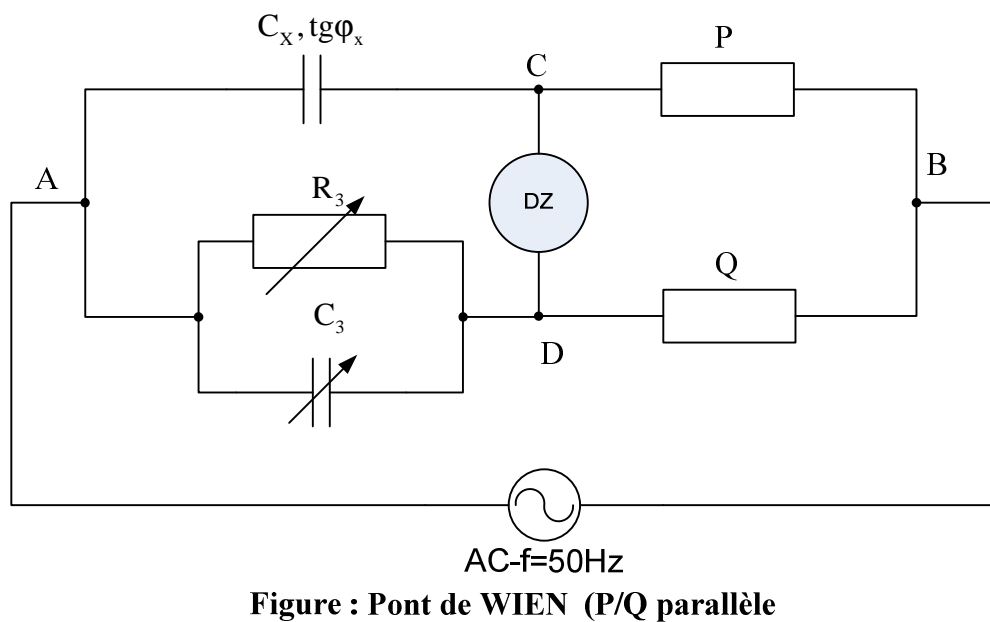
#### a) Pont de SAUTY (P/Q Série)

Ce pont convient pour la mesure des impédances capacitives à grandes arguments, c'est-à-dire les condensateurs de bonne qualité.



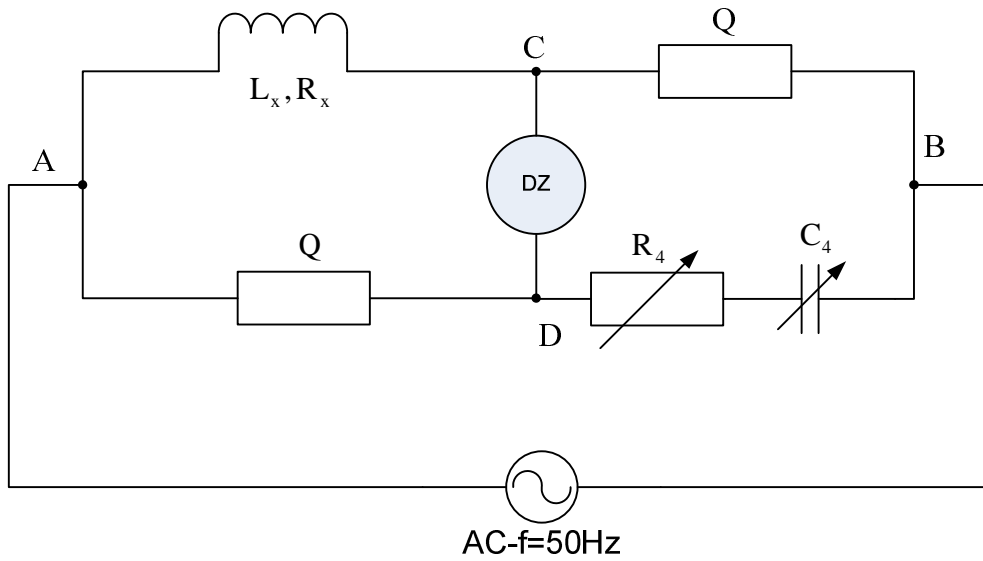
### b) Pont de WIEN (P/Q parallèle)

Ce pont convient pour la mesure des impédances capacitives à faibles arguments, c'est-à-dire les à fortes pertes.



### c) Pont de HAY (PQ Série)

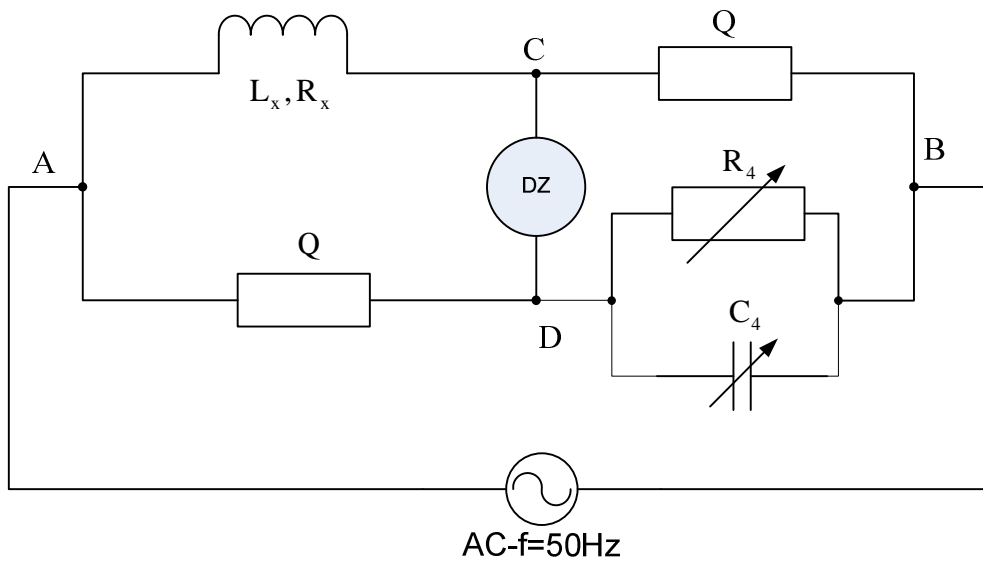
Ce pont convient pour la mesure des impédances inductives à grandes arguments, c'est-à-dire les inductances de bonne qualité.



**Figure : Pont de HAY (PQ Série)**

**d) Pont de MAXWELL (PQ parallèle)**

Ce pont convient pour la mesure des impédances inductives à faibles arguments.



**Figure : Pont de MAXWELL (PQ parallèle)**