

## CHAPITRE 6 :

### Mesure de la puissance en courant continu et alternatif

#### 1. Mesure de la puissance en courant continu

##### 1.1 Mesure indirecte « méthode voltampère métrique »

La puissance fournie à un récepteur est exprimée par la relation  $P = U.I$ . Donc pour mesurer cette puissance on utilise un ampèremètre pour mesurer  $I$  et un voltmètre pour mesurer  $U$  selon deux cas de montages (*montage amont et montage aval*).

La précision de cette méthode dépend de la précision des appareils de mesure et du mode du branchement de ces appareils (*montage aval et montage amont*).

- Pour le montage aval

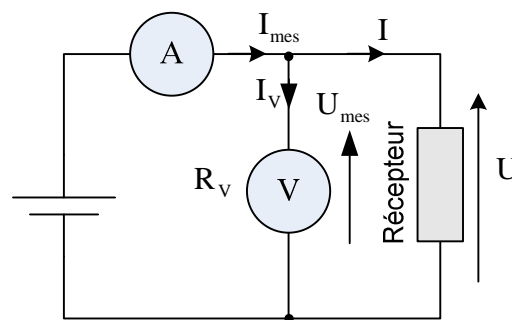


Figure 1 : Montage aval

$$P_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes} = P + \frac{U^2}{R_v}$$

L'erreur due à la méthode de mesure est donc :  $\Delta P_{méthode} = \frac{U^2}{R_v}$

- Pour le montage amont :

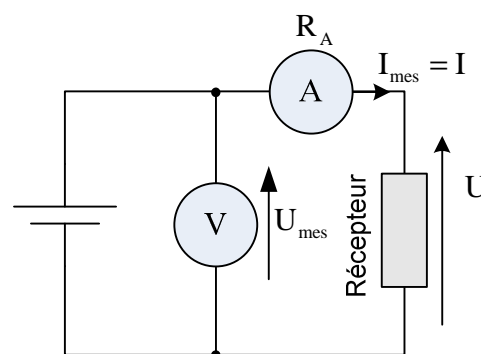


Figure 2 : Montage amont

$$P_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes} = (R + R_A)I \cdot I = P + R_A I^2$$

L'erreur due à la méthode de mesure est donc :  $\Delta P_{méthode} = R_A I^2$

## 1.2. Mesure directe « utilisation d'un Wattmètre »

La mesure de puissance utilise un wattmètre qui est un appareil de type électrodynamique. Il est utilisable en courant alternatif (CA ou AC) et en courant continu (CC ou DC).

Le wattmètre est un appareil insensible aux champs extérieurs ; il est constitué essentiellement d'un circuit courant et d'un circuit tension.

La constante du wattmètre est donnée par  $K = \frac{\text{calibre de } U \cdot \text{calibre de } I}{\text{échelle}}$  qui représente la puissance par division de l'échelle.

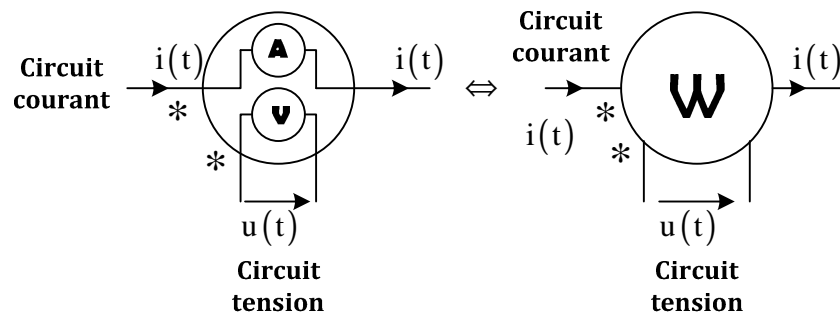


Figure 3 : Schéma équivalent et symbole d'un wattmètre

Le circuit courant se branche en série et le circuit tension se branche en dérivation selon deux manières différentes : montage amont et montage aval. R représente le récepteur ou charge.

### a. Principe de fonctionnement du wattmètre

Un wattmètre indique la valeur moyenne du produit de l'intensité  $i(t)$  du courant traversant son circuit intensité par la d.d.p  $u(t)$  aux bornes de son circuit tension.

Dans le cas où les deux grandeurs sont **sinusoïdales et de même fréquence,**

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

La puissance indiquée par le wattmètre est  $P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$

- ✓ En courant continu,  $P = U \cdot I$
- ✓ En courant alternatif sinusoïdal,  $P = UI \cos(\varphi)$

### b. Branchement d'un Wattmètre

L'appareil mesure lui-même la tension (2 bornes fonctionnent comme un voltmètre) et le courant (2 bornes fonctionnent comme un ampèremètre) et effectue le produit et l'affiche sur l'écran.

Dans cette méthode, on utilise un wattmètre pour mesurer la puissance selon les deux cas de montages (montage amont et montage aval) :

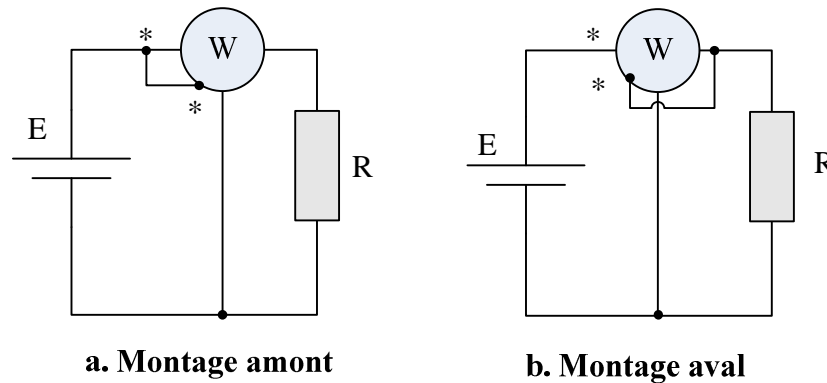


Figure 4 : branchement d'un wattmètre

- Pour le montage amont :  $\Delta P_{tot} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre de } U \cdot \text{calibre de } I}{100} + R'_{AW} * I^2$
- Pour le montage aval :  $\Delta P_{tot} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre de } U \cdot \text{calibre de } I}{100} + \frac{U^2}{R'_{VW}}$ 
  - $R'_{AW}$ : est la résistance interne du circuit intensité du wattmètre
  - $R'_{VW}$ : est la résistance interne du circuit tension du wattmètre

## 2. Mesure de la puissance en courant alternatif monophasé

Les expressions des puissances en courant alternatif sont données par:

- $S = U.I$  [VA] : puissance apparente,
- $P = U.I.\cos\varphi$  [W] : puissance active
- $Q = U.I.\sin\varphi$  [VAR] : puissance réactive

Avec :

- U et I sont les valeurs efficaces de la tension simple (entre phase et neutre) et du courant absorbé par le récepteur
- $\varphi = (\widehat{u, i})$  est le déphasage entre le courant et la tension.

## 2.1. Mesure de la puissance apparente (méthode voltampère métrique)

Pour mesurer la puissance apparente  $S$ , il faut utiliser un ampèremètre et un voltmètre pour mesurer les valeurs efficaces du courant et de la tension

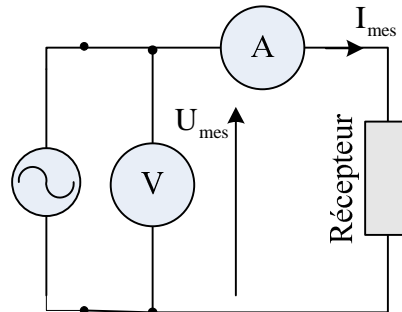


Figure 5 : mesure de la puissance apparente

$$S_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes}$$

## 2.2. Mesure de la puissance active

### a. Méthode directe

Pour mesurer la puissance active  $P$ , il faut utiliser un wattmètre. Le mode de branchement du wattmètre reste le même à celui du courant continu.

### b. Méthode de trois ampèremètres

Le principe de cette méthode consiste à brancher trois ampèremètres suivant le schéma suivant, où  $R$  représente une résistance étalon de grande précision.

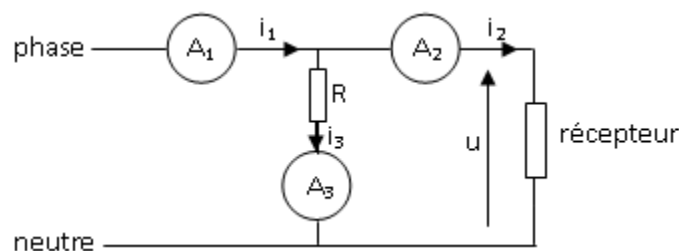


Figure 6 : mesure de la puissance avec trois ampèremètres

$i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  valeurs instantanées

$$i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow i_1^2 = (i_2 + i_3)^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2i_2i_3$$

$$p = ui_2 = Ri_3i_2 = \frac{R}{2}(i_1^2 - i_2^2 - i_3^2)$$

La puissance active consommée par le récepteur est :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{R}{2T} \int_0^T (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) dt = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

$I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sont les valeurs efficaces des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$

### c. Méthode de trois voltmètres

Soient  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  les valeurs instantanées des tensions aux bornes des trois voltmètres

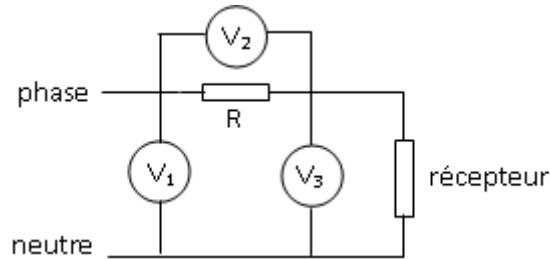


Figure 7 : mesure de la puissance avec trois voltmètres

$$u_1^2 = (u_2 + u_3)^2 = u_2^2 + u_3^2 + 2u_2u_3$$

La puissance instantanée absorbée par le récepteur est :

$$p = u_3 \frac{u_2}{R} = \frac{1}{2R} (u_1^2 - u_2^2 - u_3^2)$$

$$\text{La puissance active est : } P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{2RT} \int_0^T (u_1^2 - u_2^2 - u_3^2) dt = \frac{1}{2R} (U_1^2 - U_2^2 - U_3^2)$$

$U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  sont les valeurs efficaces des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

### 2.3 Mesure de la puissance réactive

Pour avoir la puissance réactive  $Q$ , il faut mesurer  $S$  et  $P$ .

$$\text{Ou encore : } S = P + jQ \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

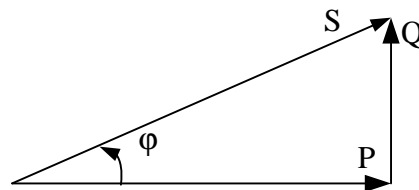


Figure 8 : triangle de puissances en régime sinusoïdal

$$\text{On effet : } S = P + jQ \Rightarrow Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2}$$

En tenant compte du type du récepteur :

- Pour une charge inductive  $\Rightarrow Q > 0$  et  $\varphi > 0$
- Pour une charge résistive  $\Rightarrow Q = 0$  et  $\varphi = 0$
- Pour une charge capacitive  $\Rightarrow Q < 0$  et  $\varphi < 0$

### 3. Mesure de la puissance en triphasée :

Quelque soit le type de couplage du récepteur, les puissances en triphasé s'expriment de la manière suivante :

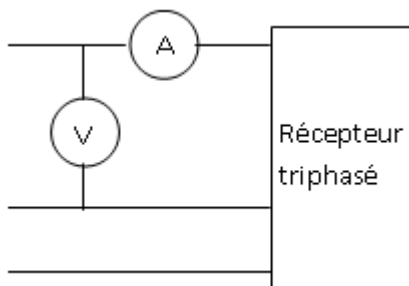
- *Puissance active notée* :  $P = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}} * \cos(\varphi_v - \varphi_i)$  en [W]
- *Puissance réactive notée* :  $Q = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}} * \sin(\varphi_v - \varphi_i)$  en [VAR]
- *Puissance apparente notée* :  $S = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}}$  en [VA]

Avec :

- $U_{\text{eff}}$  et  $I_{\text{eff}}$  : valeurs efficace de la tension composée (phase -phase) et du courant absorbé par le récepteur (courant de ligne),
- $(\varphi_v - \varphi_i)$  : étant le déphasage entre le courant  $I$  et la tension  $V$  (tension entre phase-neutre).

#### 3.1. Mesure de la puissance apparente

Ligne à 3 fils :  $S = \sqrt{3}U_{\text{mes}}I_{\text{mes}}$



Ligne à 4 fils :  $S = 3V_{\text{mes}}I_{\text{mes}}$

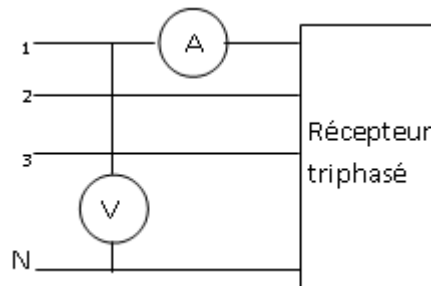


Figure 9 : Mesure de la puissance apparente

#### 3.2. Mesure de la puissance active P

Lorsque les signaux sont de même période, la puissance active transportée par une ligne triphasée s'exprime donc par la relation générale :

$$P = (v_1 * i_1)_{\text{moy}} + (v_2 * i_2)_{\text{moy}} + (v_3 * i_3)_{\text{moy}} = 3 * \text{indication de W}$$

Pour mesurer les puissances actives on utilise 3 wattmètres.

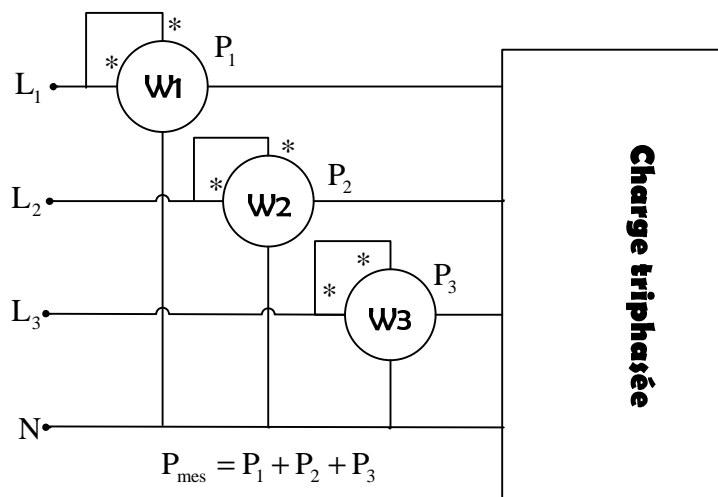


Figure 10 : Mesure de la puissance active  $P$

### 3.3. Mesure de la puissance réactive $Q$ triphasée :

#### i. Mesure de la puissance réactive avec un varmètre

En régime alternatif sinusoïdal équilibré en tensions et courants :

$$Q = 3 \cdot V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) \text{ en [VAR]}$$

$$\text{Tel que : } \varphi = (\bar{V}_1, \bar{I}_1) = (\bar{V}_2, \bar{I}_2) = (\bar{V}_3, \bar{I}_3)$$

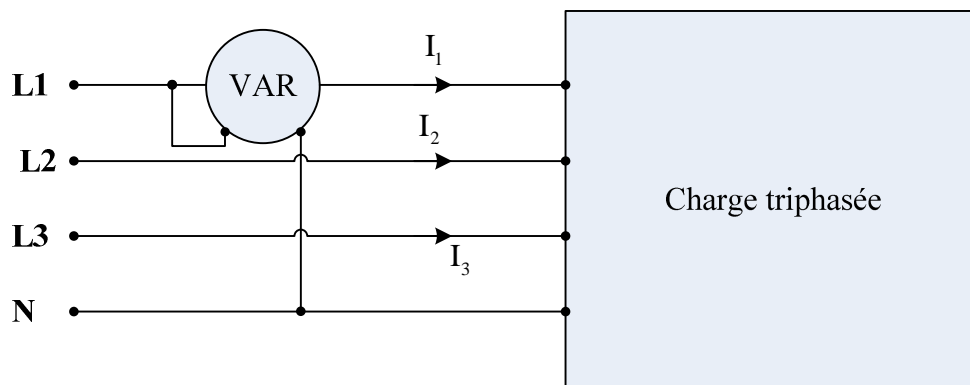


Figure 11 : Mesure de la puissance réactive triphasée avec un varmètre

#### ii. Mesure de la puissance réactive avec un wattmètre

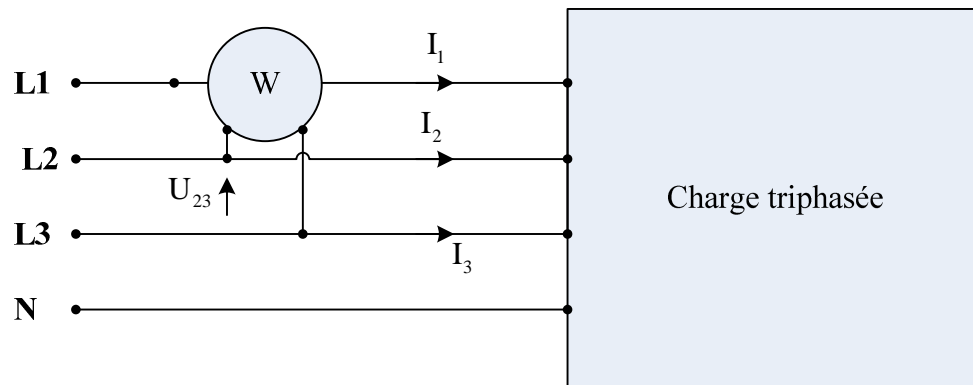


Figure 12 : Mesure de la puissance réactive triphasée avec un wattmètre

L'indication du wattmètre est :

$$P_w = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos(\bar{I}_1, \bar{U}_{23}) = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos\left[\left(\bar{I}_1, \bar{V}_1\right) + \left(\bar{V}_1, \bar{U}_{23}\right)\right]$$

$$= U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos\left[\left(\varphi\right) - \frac{\pi}{2}\right] = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = \frac{Q}{\sqrt{3}} ;$$

(Avec :  $\cos(a - b) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \sin(a) \cdot \sin(b)$ )

$$\Rightarrow Q_{\text{mes}} = \sqrt{3}P_w$$

### 3.4. Méthode de deux wattmètres (méthode double wattmètre):

Dans le cas où on dispose d'une ligne triphasée à 3 fils (trois phases uniquement), on utilise la méthode des deux wattmètres selon la figure suivante :

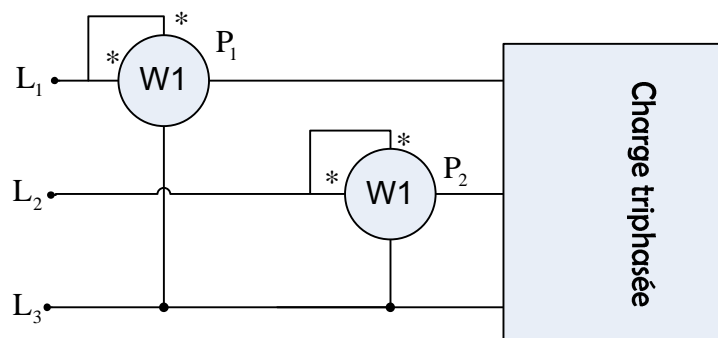
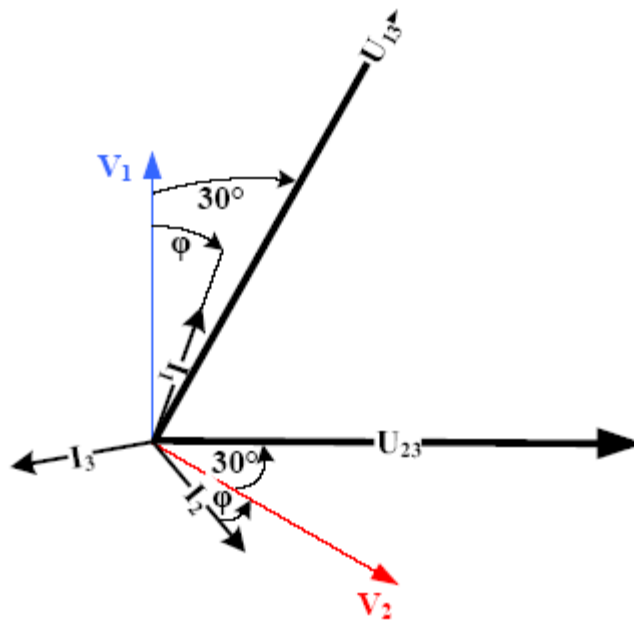


Figure 13 : Mesure des puissances P et Q à l'aide de la méthode de deux wattmètre





Le wattmètre W1 est soumis à  $I_1$  et  $U_{13}$  : il mesure :

$$\begin{aligned} P_{mes1} &= I_1 U_{13} \cos(U_{13}, I_1) = UI \cos(U_{13}, I_1) = I_1 U_{13} \cos(30 - \varphi) \\ &= I_1 U_{13} [\cos(30) \cos(\varphi) + \sin(30) \sin(\varphi)] \end{aligned}$$

Sachant que :  $\begin{cases} U = U_{13} = U_{23} = U_{12} \\ I = I_1 = I_2 = I_3 \end{cases}$

$$P_{mes1} = UI \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \sin(\varphi) \right]$$

Avec :  $\begin{cases} \cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) \\ \cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b) \end{cases}$

Le wattmètre W2 est soumis à  $I_2$   $U_{23}$  : il mesure :

$$P_{mes2} = UI \cos(U_{23}, I_2) = UI \cos(30 + \varphi) = UI [\cos(30) \cos(\varphi) - \sin(30) \sin(\varphi)]$$

$$P_{mes2} = UI \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\varphi - \frac{1}{2} \sin\varphi \right]$$

$$P = P_{mes1} + P_{mes2} = \sqrt{3} UI \cos(\varphi) \quad \text{et} \quad Q = \sqrt{3} (P_{mes1} - P_{mes2})$$

**Remarque :** Selon le signe de  $P_2$ :

- Lorsque  $\varphi < \frac{\pi}{3}$  ou ( $60^\circ$ ) : dans ce cas  $P_2 = U I \cos(30 + \varphi) > 0$  et  $P_1 > 0$

$$\text{donc} \begin{cases} P_{mes} = P_1 + P_2 \\ Q_{mes} = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{cases}$$

- Lorsque  $\varphi > \frac{\pi}{3}$  ou ( $60^\circ$ ) : dans ce cas  $P_2 = U I \cos(30 + \varphi) < 0$  et  $P_1 > 0$

$$\text{donc} \begin{cases} P_{mes} = P_1 - P_2 \\ Q_{mes} = \sqrt{3}(P_1 + P_2) \end{cases}$$

**NB :**

- La méthode des deux wattmètres ne permet de déterminer la puissance réactive que dans le cas d'un système équilibré en tension et en courant, alors qu'elle fournit la puissance active dans tous les cas de fonctionnement.
- L'application de cette méthode, nécessite de repérer l'ordre de succession des phases donc il suffit alors de se placer dans le cas de fonctionnement pour le quel le signe de Q est connue et observer les indications des deux wattmètres. (**Q > 0 pour une charge inductive et Q < 0 pour une charge capacitive**).