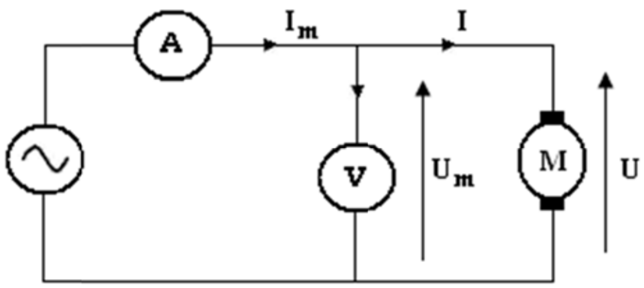
Correction TD n°04

Exercice 01 :

Partie I :

1) Schéma du montage aval :



2) L'erreur engendrée par ce montage : $\Delta P = |P_m - P|$

Soit R_V la résistance interne du voltmètre.

$P = U.I$ or $U = U_m$ et $I = I_m - \dfrac{U_m}{R_V}$

$$P = U_m\left(I_m - \frac{U_m}{R_V}\right) = P_m - \frac{U_m^2}{R_V} \quad \text{or} \quad \Delta P = |P_m - P|$$

$\Rightarrow \boxed{\Delta P = \dfrac{U_m^2}{R_V}}$

3) Calcul de U, I et P :

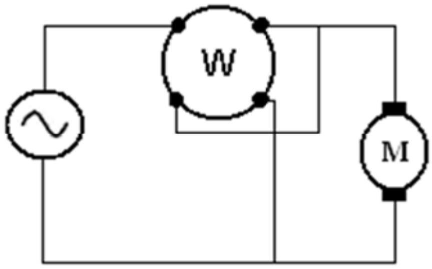
On a : $U_m = \dfrac{C_V \cdot L_V}{E_V} = \dfrac{300 \times 15}{30} \Rightarrow \boxed{U_m = 150\,V}$

$$I_m = \frac{C_A \cdot L_A}{E_A} = \frac{30 \times 24}{30} \Rightarrow \boxed{I_m = 24\,A}$$

4) Non, cette tension ne correspond pas à une puissance active car il n'y a pas de facteur de puissance (car on ne mesure pas avec un wattmètre).

Partie II :

1) Schéma du montage :



2) Détermination de la puissance du montage :

$\mathbf{P_m} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Lecture}$

avec $\mathbf{K}$: la constante du wattmètre donnée par $\mathbf{K} = \dfrac{\mathbf{Calibre\,U} \cdot \mathbf{Calibre\,I}}{\mathbf{Echelle}}$

AN : $\mathbf{K} = \dfrac{300 \times 15}{100} = 45$

$\Rightarrow$ $\mathbf{P_m} = 45 \times 73$ $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{P_m} = 3285\,\mathbf{W}}$

3) Oui, cette puissance correspond à la puissance active car le wattmètre mesure la puissance active.

4) Le facteur de puissance et la puissance réactive :

$\mathbf{P} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\varphi = 150 \times 24 \times \cos\varphi = 3285\,\mathbf{W}$

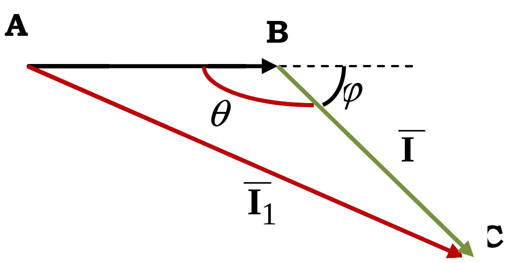
$\Rightarrow$ $\cos\varphi = \dfrac{\mathbf{P}}{\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}} = \dfrac{3285}{150 \times 24}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\cos\varphi = 0.912}$

Exercice 02 :

Partie I :

1) Diagramme de Fresnel des courants :

On a $\overline{\mathbf{I}_1} = \overline{\mathbf{I}_2} + \overline{\mathbf{I}}$



2) L'expression de la puissance active $\mathbf{P}$:

Dans le triangle ABC, le théorème de Thalès donne :

$\mathbf{AC}^2 = \mathbf{AB}^2 + \mathbf{BC}^2 - 2\mathbf{AB} \cdot \mathbf{BC} \cdot \cos\theta$ or $\theta = \pi - \varphi$ $\Rightarrow$ $\cos\theta = \cos(\pi - \varphi) = -\cos\varphi$

$$\Rightarrow \; \mathbf{I}_1^2 = \mathbf{I}_2^2 + \mathbf{I}^2 + 2 \cdot \mathbf{I}_2 \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\varphi \;\; \Rightarrow \;\; \cos\varphi = \frac{\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2}{2 \cdot \mathbf{I}_2 \cdot \mathbf{I}}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\varphi = \mathbf{U} \cdot \left[\frac{\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2}{2 \cdot \mathbf{I}_2 \cdot \mathbf{I}}\right] \;\; \Rightarrow \;\; \boxed{\mathbf{P} = \frac{\mathbf{R}}{2} \cdot \left[\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2\right]}$$

3) L'expression de $\frac{\Delta \mathbf{P}}{\mathbf{P}}$:

$$\Delta \mathbf{P} = \left|\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{R}}\right|_{\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}=\mathbf{cte}} \cdot \Delta \mathbf{R} + \left|\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{R}, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}=\mathbf{cte}} \cdot \Delta \mathbf{I}_1 + \left|\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{R}, \mathbf{I}_1, \mathbf{I}=\mathbf{cte}} \cdot \Delta \mathbf{I}_2 + \left|\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{I}}\right|_{\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{R}=\mathbf{cte}} \cdot \Delta \mathbf{I}$$

$$= \left[\frac{\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2}{2}\right] \cdot \Delta \mathbf{R} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{I}_1 \cdot \Delta \mathbf{I}_1 + \mathbf{R} \cdot \mathbf{I}_2 \cdot \Delta \mathbf{I}_2 + \mathbf{R} \cdot \mathbf{I} \cdot \Delta \mathbf{I}$$

$$\Rightarrow \; \boxed{\frac{\Delta \mathbf{P}}{\mathbf{P}} = \frac{\Delta \mathbf{R}}{\mathbf{R}} + 2\left(\frac{\mathbf{I}_1 \cdot \Delta \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \cdot \Delta \mathbf{I}_2 + \mathbf{I} \cdot \Delta \mathbf{I}}{\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2}\right)}$$

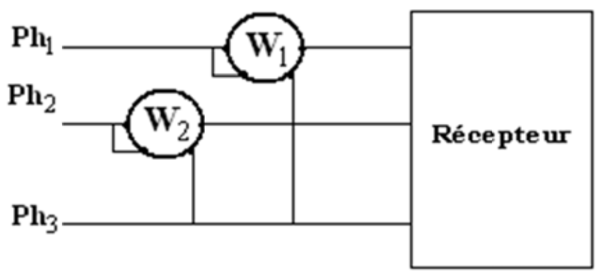
4) Données : $\mathbf{I}_1 = 7.4\mathbf{A} \pm 5\%$, $\mathbf{I}_2 = 2\mathbf{A} \pm 5\%$, $\mathbf{I} = 5.7\mathbf{A} \pm 5\%$ et $\mathbf{R} = 110\Omega \pm 2\%$

Calcul de la puissance totale $\mathbf{P_T}$ du récepteur :

$$\mathbf{P_T} = \frac{\mathbf{R}}{2} \cdot \left[\mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2^2 - \mathbf{I}^2\right] \quad \text{AN : } \mathbf{P_T} = \frac{110}{2} \times \left[(7.4)^2 - (2)^2 - (5.4)^2\right] \;\; \Rightarrow \;\; \boxed{\mathbf{P_T} = 1188\,\mathbf{W}}$$

Partie II :

1) Schéma du montage :



2) Détermination des puissances active et réactive :

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{U}_{13} \cdot \mathbf{I}_1 \cdot \cos\left(\overline{\mathbf{U}}_{13}, \overline{\mathbf{I}}_1\right)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{U}_{23} \cdot \mathbf{I}_1 \cdot \cos\left(\overline{\mathbf{U}}_{23}, \overline{\mathbf{I}}_1\right)$$

avec $\overline{\mathbf{U}}_{13} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{Z}_1} - \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{Z}3} = \sqrt{3} \cdot \mathbf{V_Z} \cdot \mathbf{e}^{-\mathbf{j}\frac{\pi}{6}}$ et $\overline{\mathbf{U}}_{23} = \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{Z}_2} - \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{Z}3} = \sqrt{3} \cdot \mathbf{V_Z} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j}\frac{\pi}{2}}$

$$\Rightarrow \; \mathbf{W}_1 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{et} \quad \mathbf{W}_2 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \left[\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)\right] = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} \cdot \cos\varphi$$

⇨ $\boxed{\mathbf{P_T} = \mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2}$

De même, on démontre que : $\boxed{\mathbf{Q_T} = \sqrt{3} \cdot \left(\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2\right)}$

$$\frac{\Delta \mathbf{R}}{\mathbf{R}} = 0,01 + \frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,5}{100} = 0,01 + 0,029 = 0,039 \;\Rightarrow\; \boxed{\left(\frac{\Delta \mathbf{R}}{\mathbf{R}}\right)_{\%} = 3,9\%}$$