



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .
- 2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- 3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.
- 4) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- 1) (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ب: $u_n = n^2 - 1$
المتتالية (u_n) : أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة
- 2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$
عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:
أ) $v_n = 3 \times 2^n$ ب) $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2 \times 3^n$
المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي:
أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$
- 3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللبس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.
احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:
أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$



احتمال الحصول على كرتية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(أ) $\frac{9}{10}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{1}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

(2) أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

(4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) أ) تحقّق من أنّ النقطة O (مبدأ المعلم) والنقطة A ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(6) حلّ في \mathbb{R} بيانيا المتراحة: $f(x) > 0$.

(7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$ ، ثم حلّ المعادلة $f(x) = -4$.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
 - (2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .
 - (3) نضع $b = 489$.
أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .
ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- (1) بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0 .
 - (2) بيّن أنّ $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - (3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - (4) احسب 4^4 ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .
 - (5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.



II. نضع $a = 3$.

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى (C_f) .

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x + b$.

عين العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -2$

(5) ارسم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني