Cours 6

BJT: Haute Frequence

Recapitulons

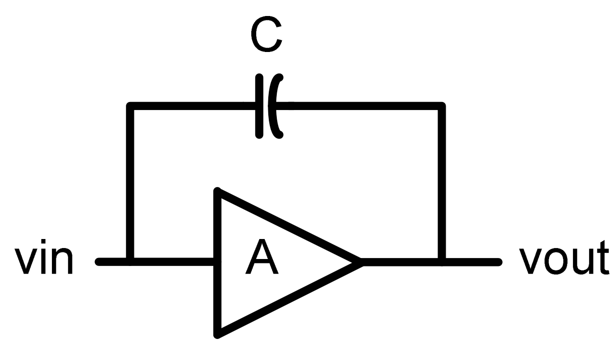
- On a parle de silicium
- Doper le silicium pour conductivite (N et P)
- N et P ensemble: diode
- 2 diodes (dos a dos): BJT
  - Analyse DC
  - Analyse petit signal
  - Analyse basse-frequence

Haute vitesse

- Le dernier element, c’est l’analyse haute frequence.
- Avant de commencer l’analyse, on va parler du theoreme de Miller
- Phenomene important a haute vitesse

Theoreme de Miller

- Sous certaines conditions, ce circuit fonctionne comme un integrateur:

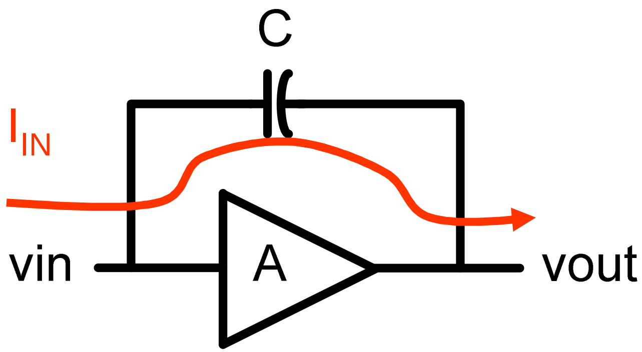


- Ce circuit a aussi une autre caracteristique importante
    - Allons voir ce que c'est…

Theoreme de Miller

- Le courant qui entre va passer par le condensateur:

$$I_{IN} = sC\left(V_{IN} - V_{OUT}\right)$$



- Sachant que $V_{OUT}=AV_{IN}$, on pourrait ecrire:

$$I_{IN} = sC\left(V_{IN} - \underline{AV_{IN}}\right)$$

- Et on peut finalement isoler V_{IN}/I_{IN}:

$$I_{IN} = V_{IN}sC\left(1 - A\right) \Rightarrow \frac{V_{IN}}{I_{IN}} = \frac{1}{s\left[C\left(1-A\right)\right]}$$

Theoreme de Miller

- Une source a l'entrée voit une impedance:

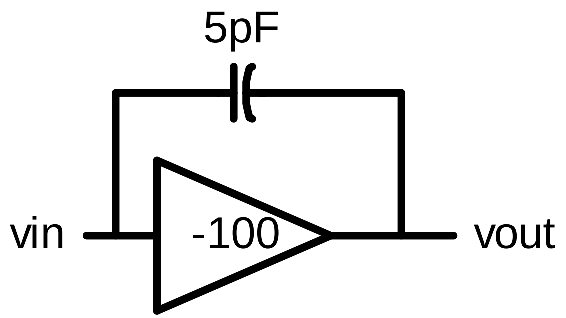
$$Z_{IN} = \frac{V_{IN}}{I_{IN}} = \frac{1}{s[C(1-A)]}$$

- Impedance de 1/sK… ca sonne familier!
  - C'est l'impedance d'un condensateur de valeur K
- A la place de voir C, l'entree "voit" un condensateur de C(1-A)
  - (1-A) fois plus gros que la vraie valeur de C

Une capacite connectee aux bornes d'un ampli devient "plus grosse"

Theoreme de Miller

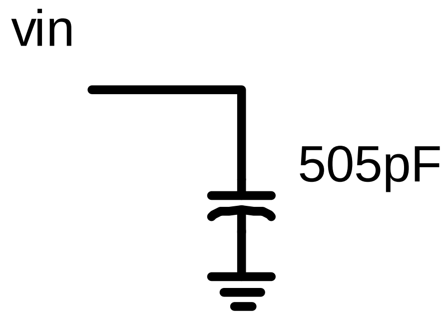
- Pensez a un circuit comme ceci:



A=-100

C=5pF

- La source a l'entrée verrait ceci:

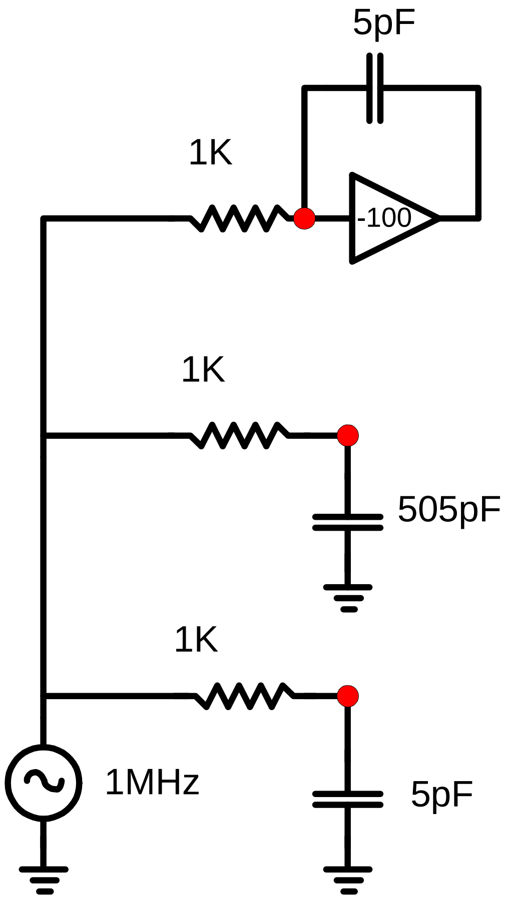


K=(1-A)C=505pF

Voyons-en la preuve…

Theoreme de Miller

- Pour tester la theorie, on a fait le test suivant:



Frequence de coupure

$$f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi RC}$$

5pF

31.8MHz

505pF

315KHz

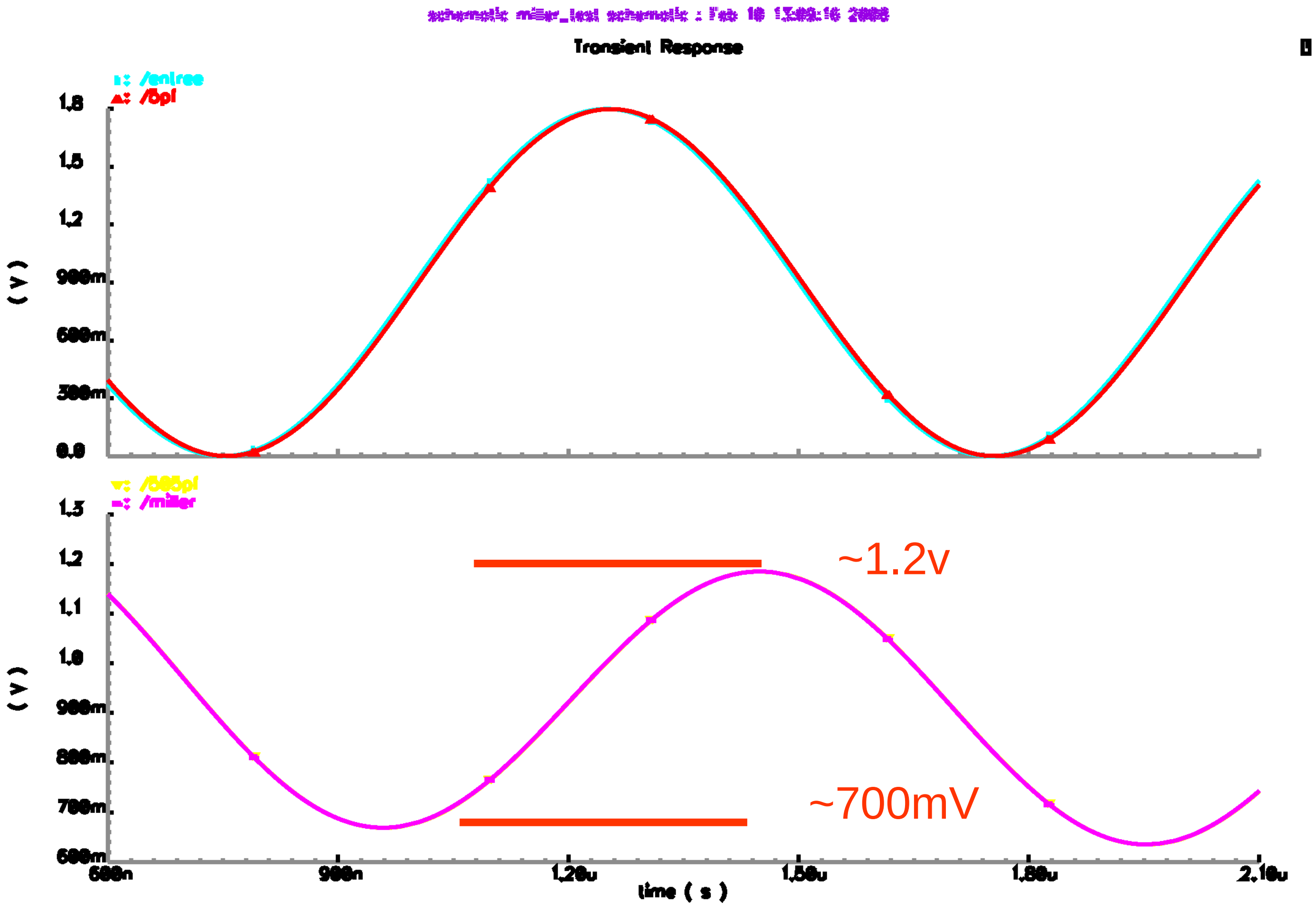
Si theorie est bonne:

1) 505pF et Miller devraient etre pareilles
2) Les 2 devraient ATTENUER le signal
3) 5pF ne devrait pas attenuer le signal

Theoreme de Miller

Entrée
et
5pF

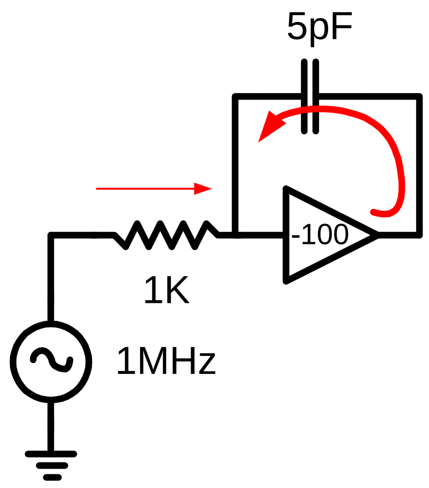
505pF
et
Miller



Theoreme de Miller

- Facon intuitive de le voir:
  - La source injecte un signal
  - Signal est amplifie mais est aussi INVERSE
  - Signal RETOURNE PAR le condensateur
  - Signal EMPECHE l'entrée de changer

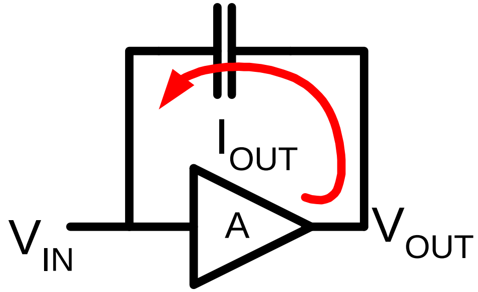
Ex:
-L'entree veut monter
-Sortie baisse (100 fois plus)
-La sortie retourne et empeche l'entrée de monter



Ca, c'est pour l'entrée… allons voir la sortie

Theoreme de Miller

- De la sortie, on voit:



$$I_{OUT} = sC\left(V_{OUT} - V_{IN}\right)$$

- V_{IN} peut etre exprime en termes de V_{OUT}:

$$I_{OUT} = sC\left(V_{OUT} - \frac{V_{OUT}}{A}\right)$$

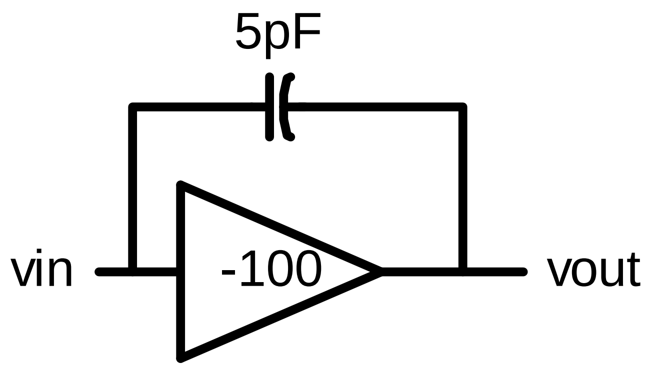
- On isole:

$$\frac{V_{OUT}}{I_{OUT}} = \frac{1}{sC\left(1 - \frac{1}{A}\right)}$$

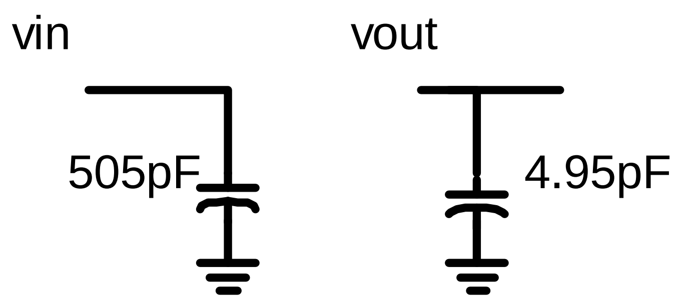
Effet pas tres significatif

Theoreme de Miller

- Reprenons l’exemple de tantot:

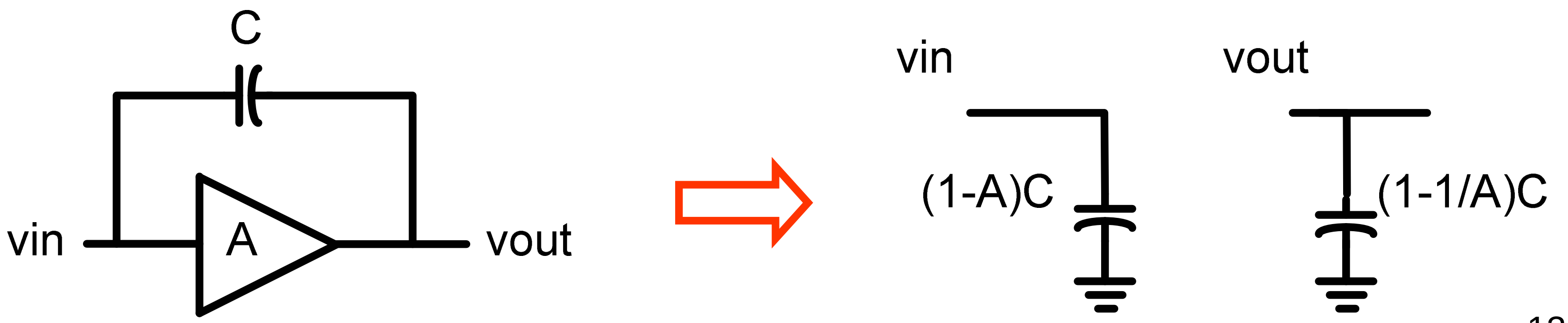


- Condensateurs vus de chaque bord ressembleraient a ca:



Theoreme de Miller

- Theoreme de Miller:
  - Condensateur connecte a amplificateur de gain A
  - Circuit a l'entrée va VOIR un condensateur de valeur (1-A)C connecte au ground
  - La sortie de l'amplificateur va VOIR un condensateur de (1-1/A)C connecte au ground



Theoreme de Miller

- Importance du theoreme de Miller:
  1) Condensateurs parasites aux bornes d'un amplificateur baisse les performances
     - On essaie "d'annuler" l'effet de Miller
     - Ou on essaie de trouver une autre configuration
  2) En microelectronique, les condensateurs prennent beaucoup de place
     - On a parfois besoin d'un gros C
     - Solution: amplificateur de haut gain et petit C

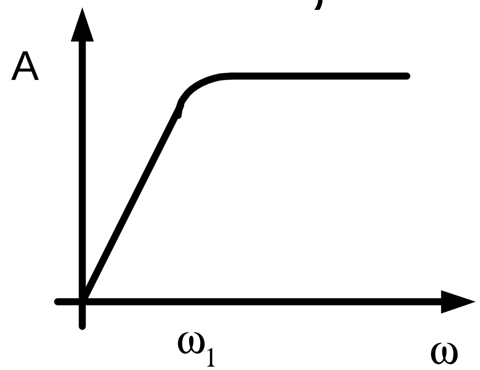
Fermons la parenthese sur le theoreme de Miller…

Haute frequence: introduction

- On a vu comment polariser les transistors
  - Mettre en region active pour amplifier
  - Calculer gain et parametres petit signal
- Une fois polarise, on “injecte” un AC:
  - Pour passer le AC et enlever le DC, on utilise les condensateurs entre les etages
- Si la frequence est assez elevee, le signal va passer
  - Sinon, c’est considere comme du DC et est bloque

Haute frequence: introduction

- A basse frequence le gain sera faible
  - C'est du a nos condensateurs C_I, C_O et C_E
- D'apres notre modele, on aurait ceci:



  - Si la frequence est plus que ω_1, le gain sera A
  - Meme si la frequence est infinie, le gain sera A…

Semble un peu louche…

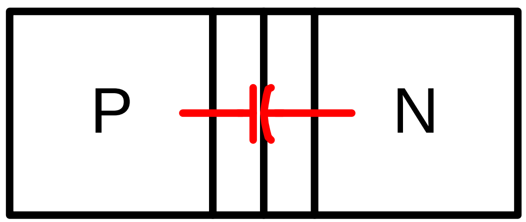
Haute frequence: introduction

- Imaginons un signal infiniment vite:
  - Est-ce que l’amplificateur peut reagir aussi rapidement?
  - NON. Les transistors prennent du temps pour changer de tension.
- Cependant, notre modele ne nous indique rien de tout ca.
- Notre modele est donc encore incomplet…

Allons voir ce qu’il manque…

Haute frequence: modele

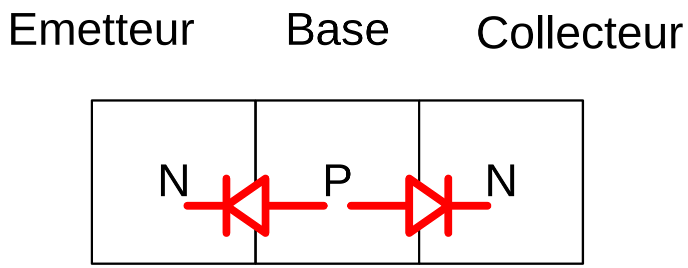
- Les transistors sont “faits de diodes”
  - Les cotes P et N d’une diode sont des conducteurs
  - La region charge-espace est comme un isolant
- 2 conducteurs separes par un isolant forment un condensateur



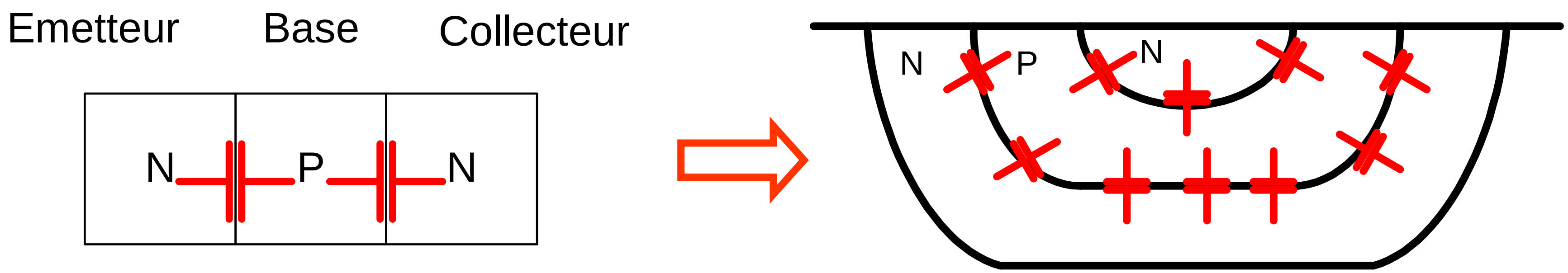
Chaque jonction PN est un condensateur

Haute frequence: modele

- Un transistor est forme de 2 diodes

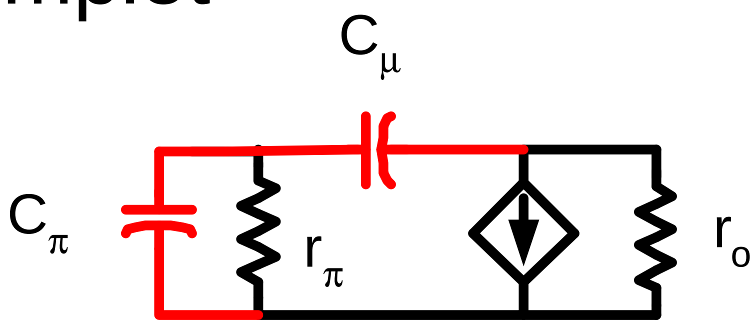


- Il y a donc 2 condensateurs (BE et BC):



Haute frequence: modele

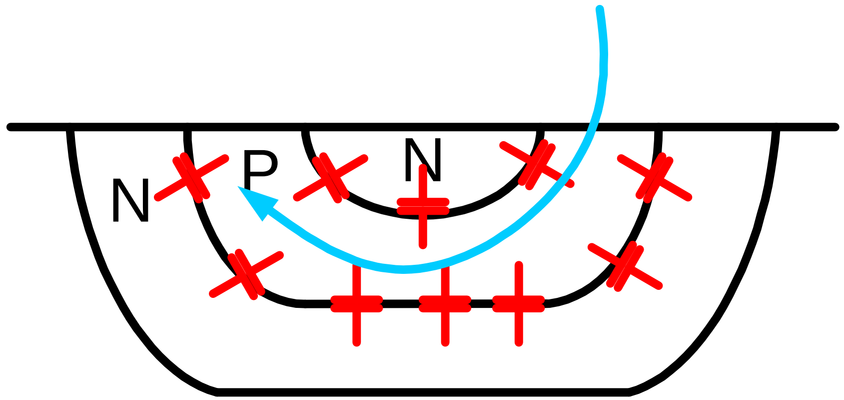
- Ca se traduit en un modele petit signal qui est plus complet



  - Condensateur base-emetteur: c_π
  - Condensateur base-collecteur: c_μ
- Le modele est presque complet…

Haute frequence: modele

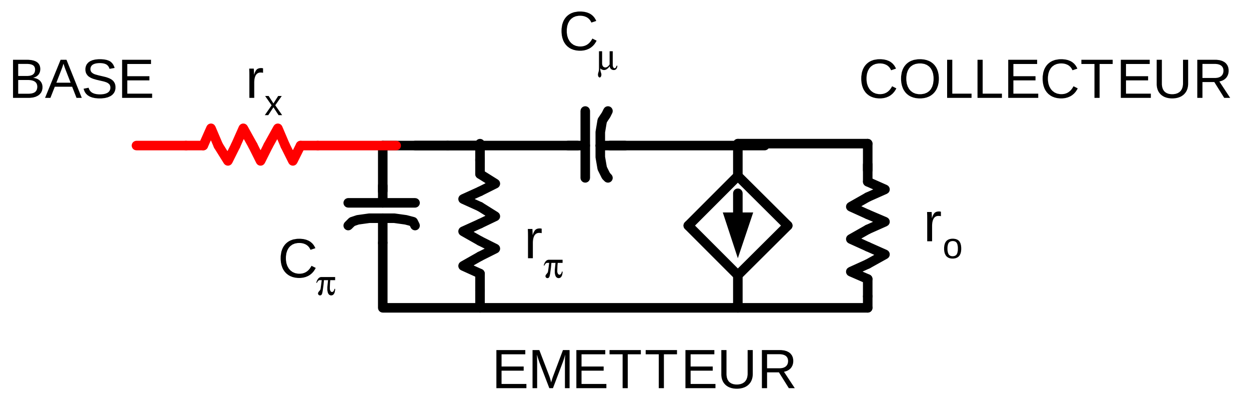
- Modelise la resistance de la base avec r_π
- Cependant, r_π n'est pas complet.
  - Ca tient compte du courant qui va a l'emetteur
  - Un autre courant est utilise pour charger la region de la base



La resistance pour passer **au travers** de la base, c'est r_x

Haute frequence: modele

- r_x est negligeable a basse vitesse
  - L'effet des condensateurs etait negligeable
- Avec les condensateurs et a haute vitesse, ca change la performance.



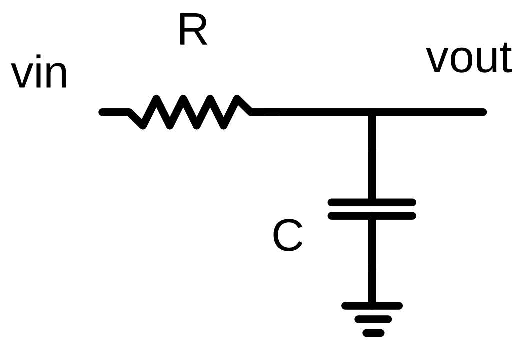
On a maintenant un modele plus complet

Haute frequence

- Avec un modele plus complet, le transistor ne fonctionnera plus infiniment vite
  - Il sera un filtre passe bas (comme on va le voir)
- Pour caracteriser un filtre passe bas, on utilise la frequence de coupure ω_{-3dB}:
  - “Jusqu’a quelle vitesse peut-on operer?”
- Retournons voir nos notions de base…

Parenthese: ω_{-3dB}

- Le filtre passe bas le plus simple: RC



1. T(s)
2. T(jω)
3. |T(jω)|
4. $|T(j\omega_{-3dB})|$=-3dB
5. Isoler ω_{-3dB}

- Avec diviseur de tension:

$$vout = vin\frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC}+R} \Rightarrow \frac{vout}{vin} = \frac{1}{\left(\frac{1}{CR}+s\right)CR}$$

Parenthese: ω_{-3dB}

- Pour frequences reelles, s=jω:

$$\frac{vout}{vin} = \frac{1}{\left(\frac{1}{CR} + s\right)CR} \quad \Rightarrow \quad \frac{vout}{vin} = \frac{1}{\left(\frac{1}{CR} + j\omega\right)CR}$$

- L'amplitude du gain est:

$$\left|\frac{vout}{vin}\right| = \frac{1}{CR\sqrt{\left(\frac{1}{CR}\right)^2 + \omega^2}}$$

Parenthese: ω_{-3dB}

- On veut la frequence a laquelle le gain chute de 3dB, c'est-a-dire a $\sqrt{\frac{1}{2}}$ du max

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{CR\sqrt{\left(\frac{1}{CR}\right)^2 + \omega_{-3dB}{}^2}}$$

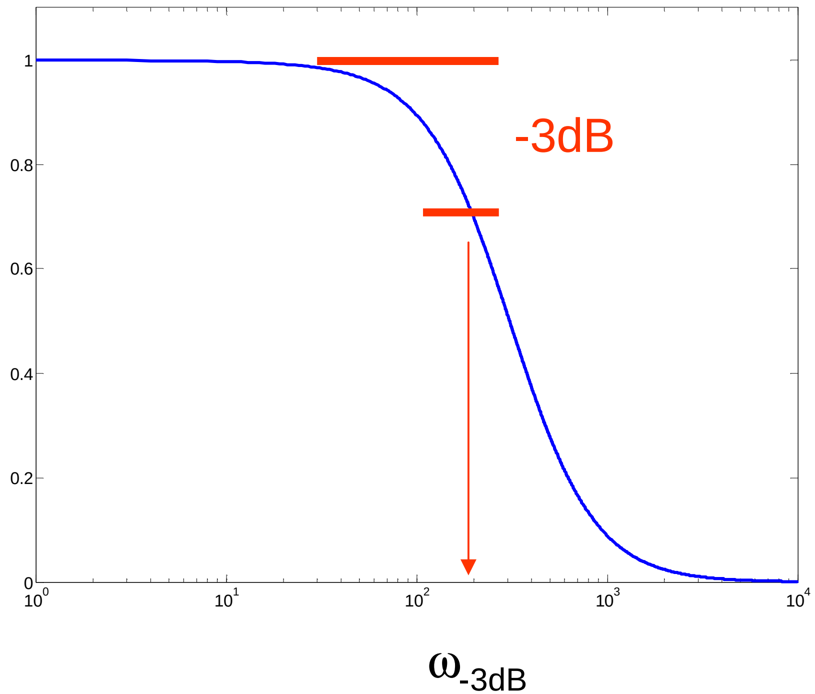
- On isole ω_{-3dB}:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{CR}$$

Parenthese: ω_{-3dB}

- Semblable au filtre passe haut RC
- Valeur de ω_{-3dB} est ce qui est “a cote” du s

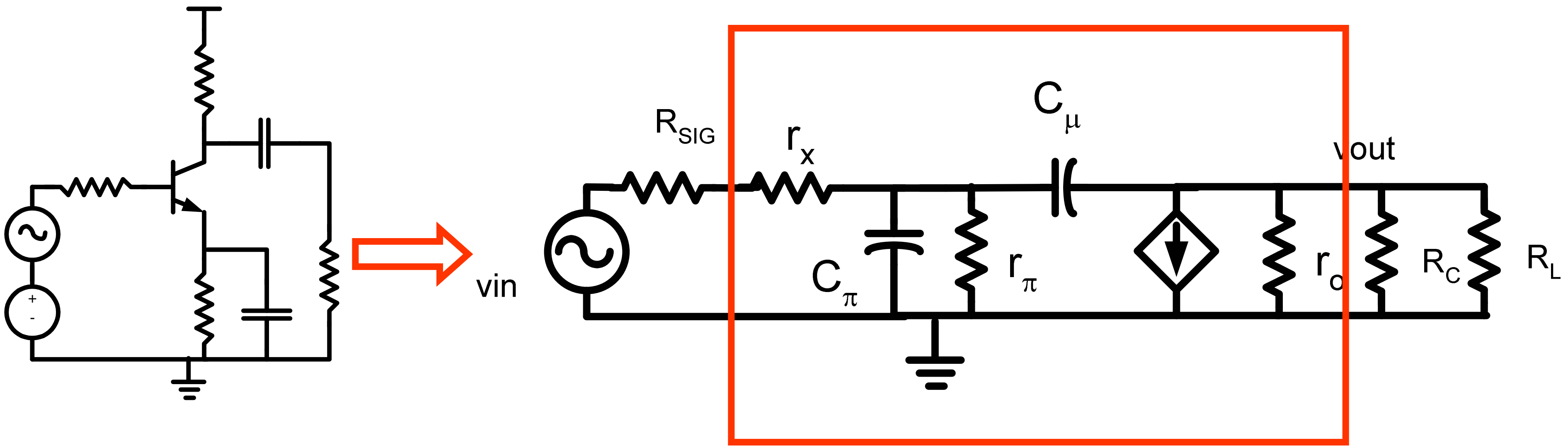
$$\frac{vout}{vin} = \frac{1}{\left(\frac{1}{CR} + s\right)CR}$$



Avec ce resultat, passons a l’analyse des amplificateurs

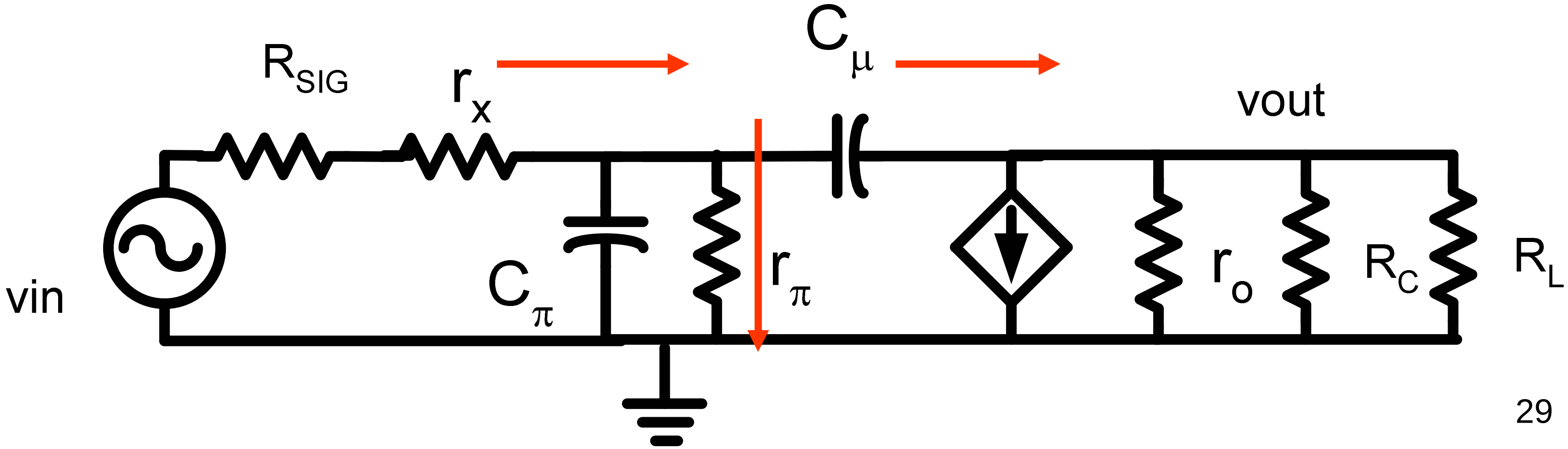
Emetteur commun

- Modele petit signal de l'emetteur commun
- Trouvons sa fonction de transfert



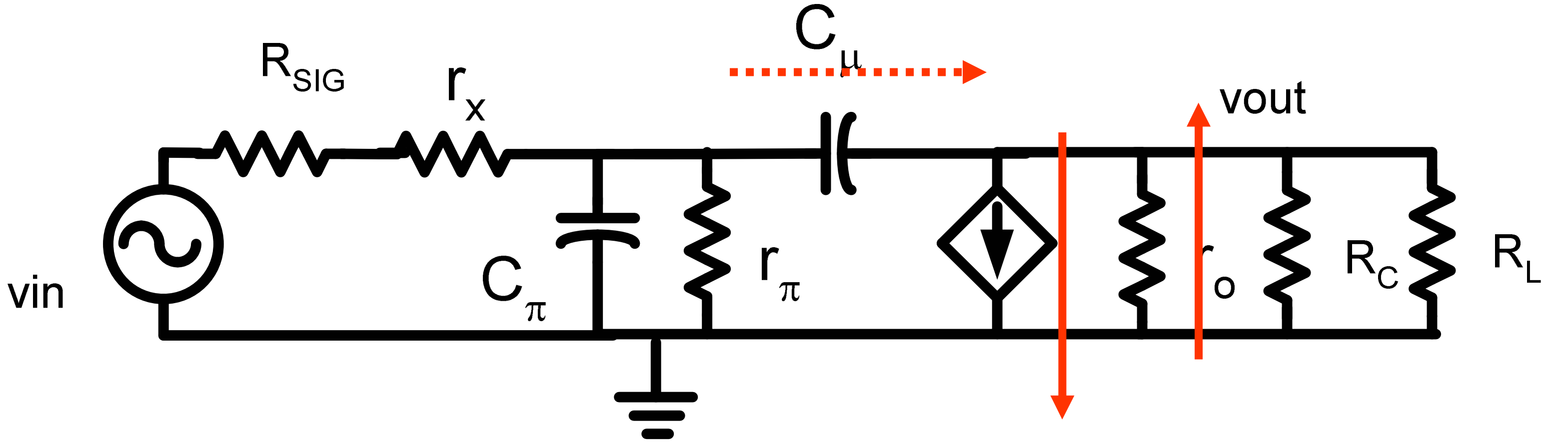
Emetteur commun

- Ayant deja fait l'analyse, je SAIS que c'est long. Je veux <u>simplifier</u> les choses.
- Au noeud a l'entrée, les courants sont petits
  - Rappel: Petit courant I_B controle gros courant I_C…



Emetteur commun

- I_B est divise et une partie passe dans I_C
  - Quand on analyse a la base, c'est important
  - Du point de vue du collecteur, c'est negligeable
  - Justification: I_C est β fois plus gros que I_B et c'est une **fraction** de I_B qui passe par c_μ
- Avec cette hypothese on procede…



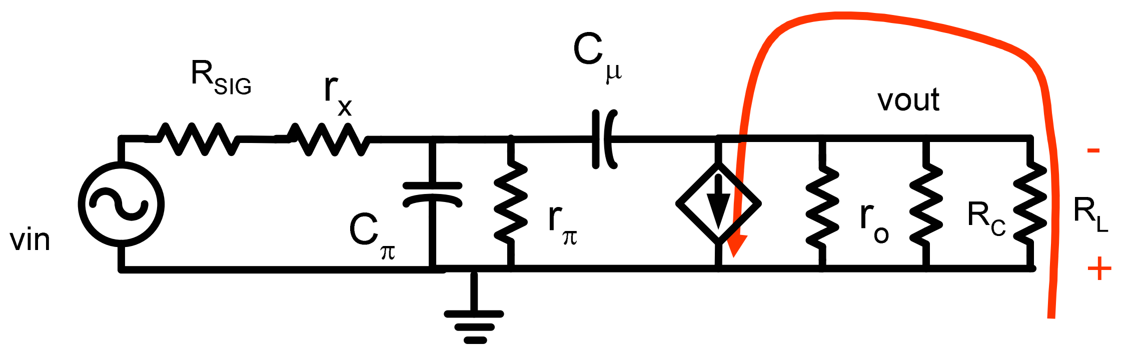
Emetteur commun

- On regarde la sortie:

$$v_{out} = -I_{OUT}(r_o \parallel R_L \parallel R_C)$$

- Sachant que le courant est $g_m v_a$:

$$-v_{out} = g_m v_a \left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)$$



Rappel: on neglige le courant dans c_μ

A cause de v_a, il faut une autre equation

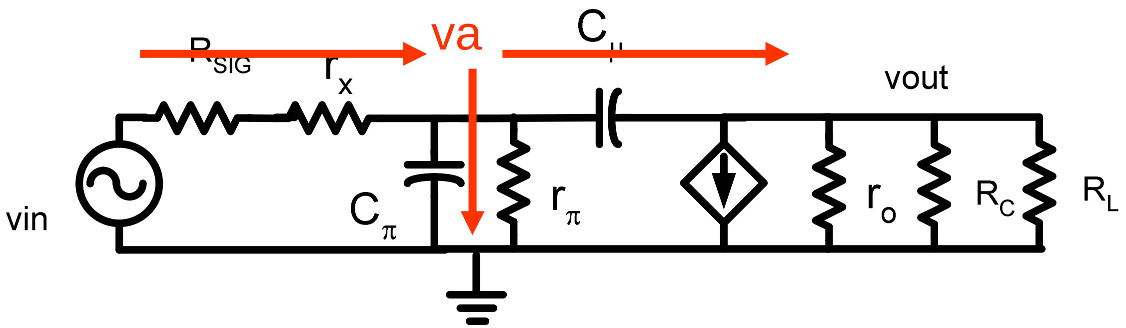
Emetteur commun

- On ecrit l'equation a l'entrée:

$$\frac{v_{in}}{r_{sig}+r_x}-\frac{v_a}{r_{sig}+r_x}=sC_\pi v_a+\frac{v_a}{r_\pi}+sC_\mu v_a-sC_\mu v_{out}$$

- On isole v_a:

$$\frac{v_{in}+sC_\mu v_{out}\left(r_{sig}+r_x\right)}{\left(r_{sig}+r_x\right)\left(s\left(C_\pi+C_\mu\right)+\frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)}\right)}=v_a$$



Emetteur commun

- On substitue v_a dans la 1[re] equation

$$-v_{out} = g_m \frac{v_{in} + sC_\mu v_{out}\left(r_{sig} + r_x\right)}{\left(r_{sig} + r_x\right)\left(s\left(C_\pi + C_\mu\right) + \frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig} + r_x\right)}\right)}\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)$$

- Isolons V_{OUT}/V_{IN}
  - Deplacer les V_{OUT} a gauche
  - Factoriser V_{OUT}
  - Isoler V_{OUT}/V_{IN}

Emetteur commun

- Apres deplacement et factorisation:

$$-v_{out}\left(1+\frac{g_m sC_\mu\left(r_{sig}+r_x\right)}{\left(r_{sig}+r_x\right)\left(s\left(C_\pi+C_\mu\right)+\frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)}\right)}\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right)=g_m\frac{v_{in}}{\left(r_{sig}+r_x\right)\left(s\left(C_\pi+C_\mu\right)+\frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)}\right)}\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)$$

- On le rend plus beau:

$$-v_{out}\left(\left(r_{sig}+r_x\right)\left(s\left(C_\pi+C_\mu\right)+\frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)}\right)+g_m sC_\mu\left(r_{sig}+r_x\right)\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right)=g_m v_{in}\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)$$

Emetteur commun

- On isole:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)}{(r_{sig}+r_x)\left(s\left(C_\pi + C_\mu[1+g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)]\right)+\frac{1}{r_\pi \parallel (r_{sig}+r_x)}\right)}$$

- Mettons en evidence le ω_{-3dB}

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)}{(r_{sig}+r_x)(C_\pi + C_\mu[1+g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)])\left(s+\underbrace{\frac{1}{(C_\pi + C_\mu[1+g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)])[r_\pi \parallel (r_{sig}+r_x)]}}_{\omega_{-3dB}}\right)}$$

Emetteur commun

- Premiere chose a verifier:
  - Est-ce que c'est coherent avec nos resultats precedents?
- A basse frequence, s→0:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)}{(r_{sig}+r_x)\left(\cancel{s(C_\pi + C_\mu[1+g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)])} + \dfrac{1}{r_\pi \parallel (r_{sig}+r_x)}\right)}$$

Emetteur commun

- En rearrangeant, on obtient:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m (r_o \parallel R_C \parallel R_L) \left(\frac{r_\pi}{r_{sig} + r_x + r_\pi} \right)$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m (r_o \parallel R_C \parallel R_L) \left(\frac{r_\pi}{r_{sig} + r_x + r_\pi} \right)$$

Gain avec charge R_L

Diviseur de tension a l'entree

Emetteur commun

- Revoyons l'equation

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)}{\left(r_{sig}+r_x\right)\left(C_\pi + C_\mu\left[1+g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right]\right)\left(s+\dfrac{1}{\underbrace{\left(C_\pi + C_\mu\left[1+g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right]\right)}_{C}\underbrace{\left[r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)\right]}_{R}}\right)}$$

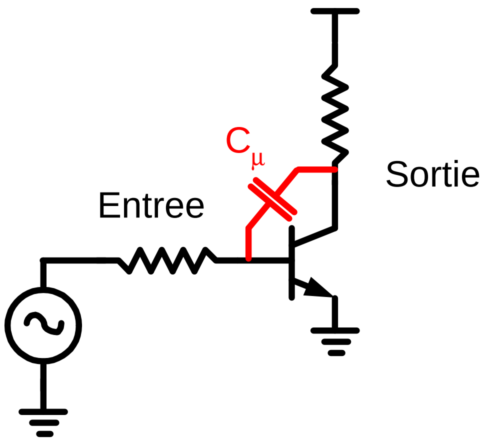
- La valeur de c_μ est multipliee par (1-A):

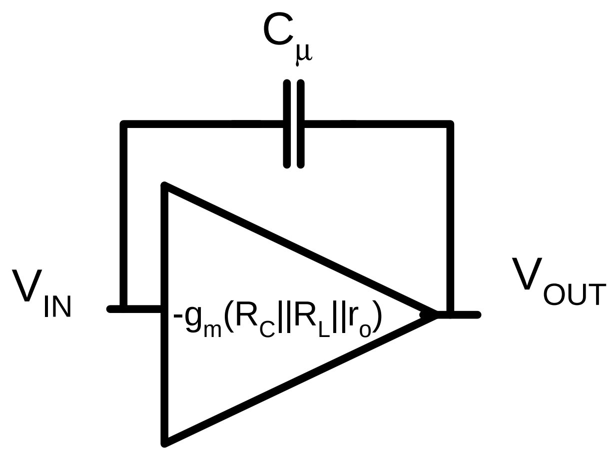
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)}{\left(r_{sig}+r_x\right)\left(C_\pi + C_\mu\left[1+g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right]\right)\left(s+\dfrac{1}{\left(C_\pi + C_\mu\underline{\left[1+g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right]}\right)\left[r_\pi \parallel \left(r_{sig}+r_x\right)\right]}\right)}$$

Est-ce que ca rappelle des souvenirs?

Emetteur commun

- Ca nous rappelle le theoreme de Miller:
  - C aux bornes d'un amplificateur de gain A
  - L'entrée voit C de valeur (1-A)C
- L'emetteur commun a une capacite de Miller:

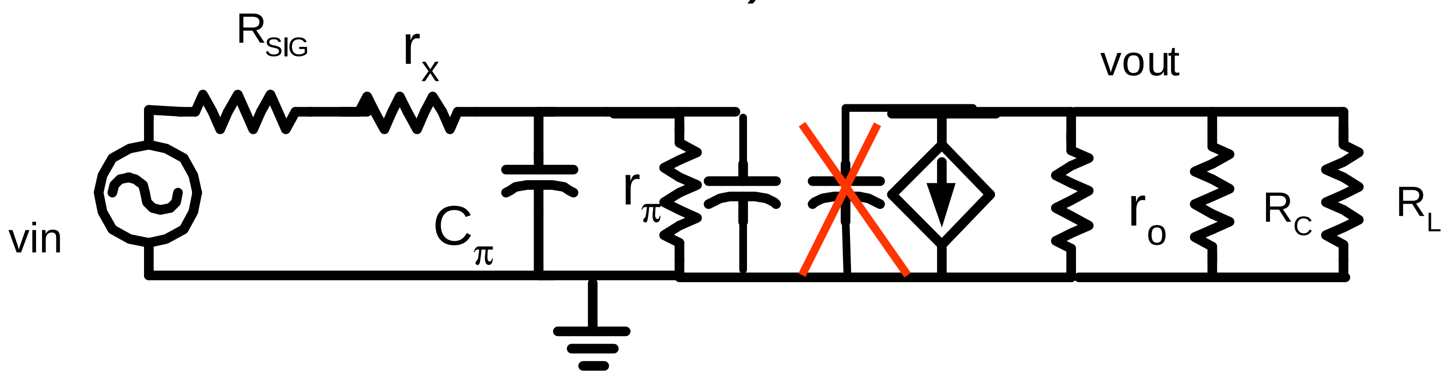




Donc la valeur de c_μ sera multipliee par (1-A)

Emetteur commun

- Rafaisons l'analyse avec le theoreme de Miller
  - On prend c_μ et on le separe en 2 parties
  - La capacite a l'entrée on l'appelle C_M
  - La capacite a la sortie est negligee (pour etre coherent avec tantot)



Voyons si on obtient le meme resultat que tantot

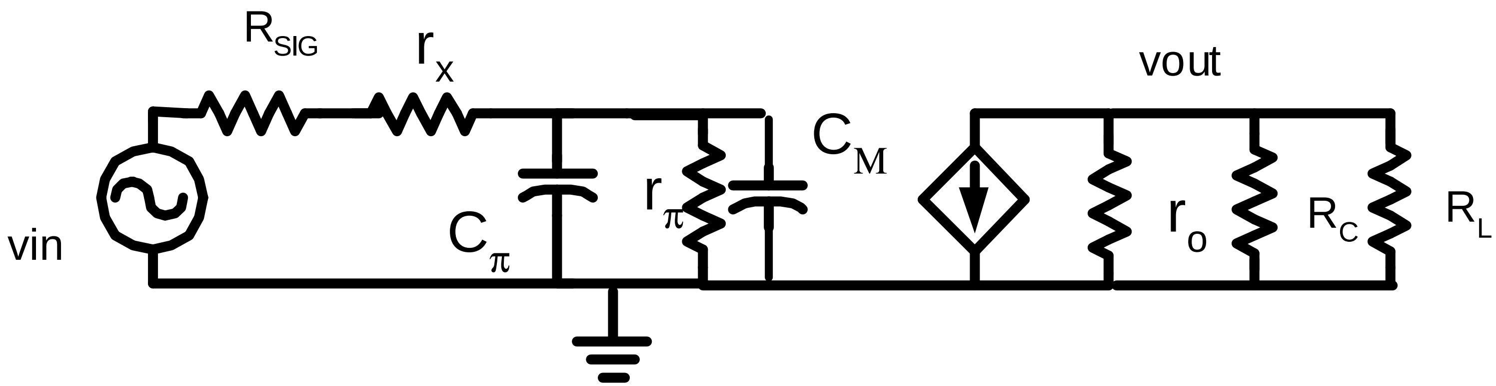
Emetteur commun

- Tension sortie:

$$-v_{out} = g_m v_a \left(r_o \parallel R_C \parallel R_L \right)$$

- Tension v_a (diviseur de tension):

$$v_a = v_{in} \frac{r_\pi \parallel \dfrac{1}{s(C_\pi + C_M)}}{r_{sig} + r_x + \left(r_\pi \parallel \dfrac{1}{s(C_\pi + C_M)} \right)}$$



Emetteur commun

- Apres beaucoup de manipulations:

$$v_a = v_{in} \frac{1}{\left(r_{sig} + r_x\right)} \frac{1}{s(C_\pi + C_M) + \dfrac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig} + r_x\right)}}$$

- On substitue:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m \left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right) \frac{1}{\left(r_{sig} + r_x\right)} \frac{1}{s(C_\pi + C_M) + \dfrac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig} + r_x\right)}}$$

Emetteur commun

- C_M c'est la capacite de Miller:

$$C_M = C_\mu\left[1 + g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\right]$$

- On obtient la meme reponse (si on divisait en haut et en bas par C_M)

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m\left(r_o \parallel R_C \parallel R_L\right)\frac{1}{\left(r_{sig} + r_x\right)}\frac{1}{s(C_\pi + \underbrace{C_\mu[1 + g_m(r_o \parallel R_C \parallel R_L)}_{C_M}) + \frac{1}{r_\pi \parallel \left(r_{sig} + r_x\right)}}$$

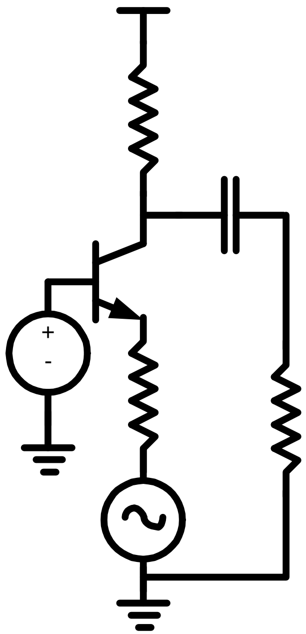
Emetteur commun: discussions

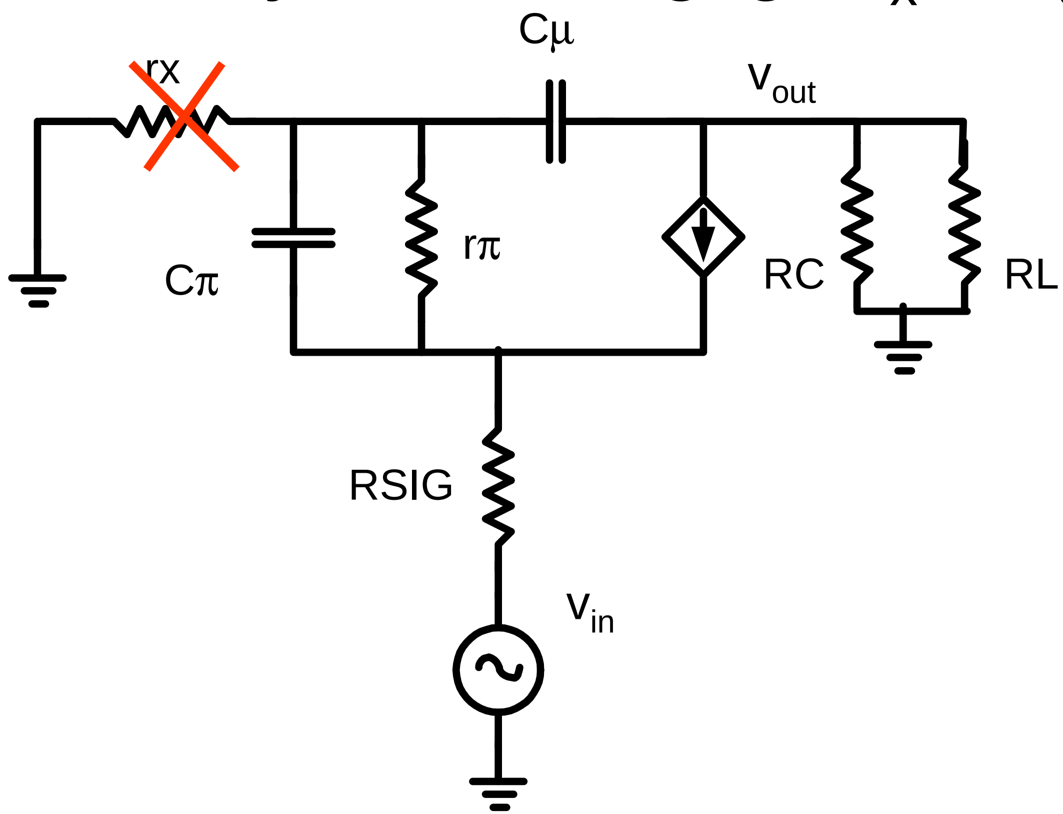
- C_μ est normalement faible
- Multiplication de Miller le rend eleve
  - Baisse la frequence de coupure haute frequence
  - Empeche les circuits de fonctionner vite
- Le probleme se trouve a <u>l'entrée</u> de l'ampli
- On va souvent vouloir eliminer l'effet de Miller.
  - On verra le “comment” plus tard…

Passons maintenant a la base commune…

Base Commune

- Pour simplifier l'analyse, on neglige r_x et r_o

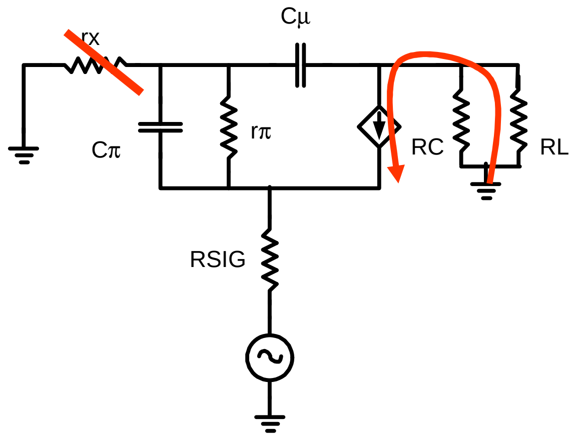




Trouvons V_{OUT}/V_{IN}

Base Commune

- Equation de sortie:



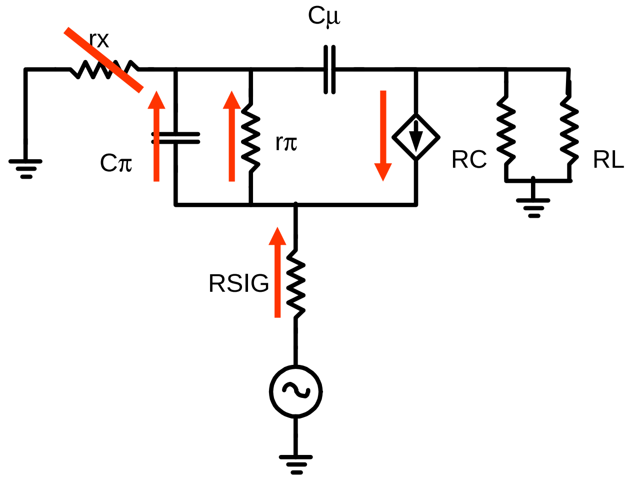
$$v_{out} = -g_m v_a \left(\frac{1}{sC_\mu} \| R_C \| R_L \right)$$

- Il faut une autre equation. Pour l'instant, isolons v_a:

$$-\frac{v_{out}}{g_m \left(\frac{1}{sC_\mu} \| R_C \| R_L \right)} = v_a$$

Base Commune

- On ecrit une equation a l'entrée:



$$\frac{v_{in} - v_a}{r_{sig}} + g_m(-v_a) = sC_\pi v_a + \frac{v_a}{r_\pi}$$

- On factorise v_a:

$$\frac{v_{in}}{r_{sig}} = v_a\left(\frac{1}{r_{sig}} + sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} + g_m\right)$$

Base Commune

- On substitue:

$$\frac{v_{in}}{r_{sig}} = \frac{v_{out}}{g_m\left(\frac{1}{sC_\mu} \parallel R_C \parallel R_L\right)}\left(\frac{1}{r_{sig}} + sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} + g_m\right)$$

- Avec des manipulations algebriques:

$$\frac{g_m\left(R_C \parallel R_L\right)}{\left(sC_\mu\left(R_C \parallel R_L\right)+1\right)\left(sC_\pi r_{sig} + \left(\frac{r_\pi + r_{sig}\left(\beta+1\right)}{r_\pi}\right)\right)} = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

Base Commune

- Verification: gain a basse frequence ($s \rightarrow 0$)

$$\left(\frac{r_\pi}{r_\pi + r_{sig}(\beta + 1)} \right) g_m (R_C \parallel R_L) = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

- Gain intrinseque: $g_m(R_C||R_L)$
- Diviseur de tension entre r_{sig} (deplace a la base) et r_π.

Base Commune

- On voit qu'il y a 2 poles
  - Un des poles est typiquement "dominant"
  - Sa frequence est beaucoup plus basse

$$\frac{g_m\left(R_C \parallel R_L\right)}{\left(sC_\mu\left(R_C \parallel R_L\right)+1\right)\underline{\left(sC_\pi r_{sig}+\left(\frac{r_\pi + r_{sig}\left(\beta+1\right)}{r_\pi}\right)\right)}} = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

- En base commune, R_{SIG} doit etre faible:
  - 2e pole devient negligeable.

Base Commune

- On approxime la fonction de transfert avec

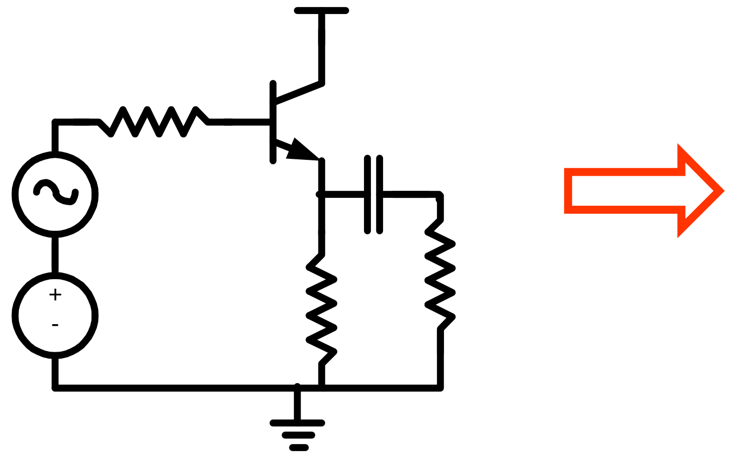
$$\frac{g_m(R_C \parallel R_L)}{(sC_\mu(R_C \parallel R_L)+1)} = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

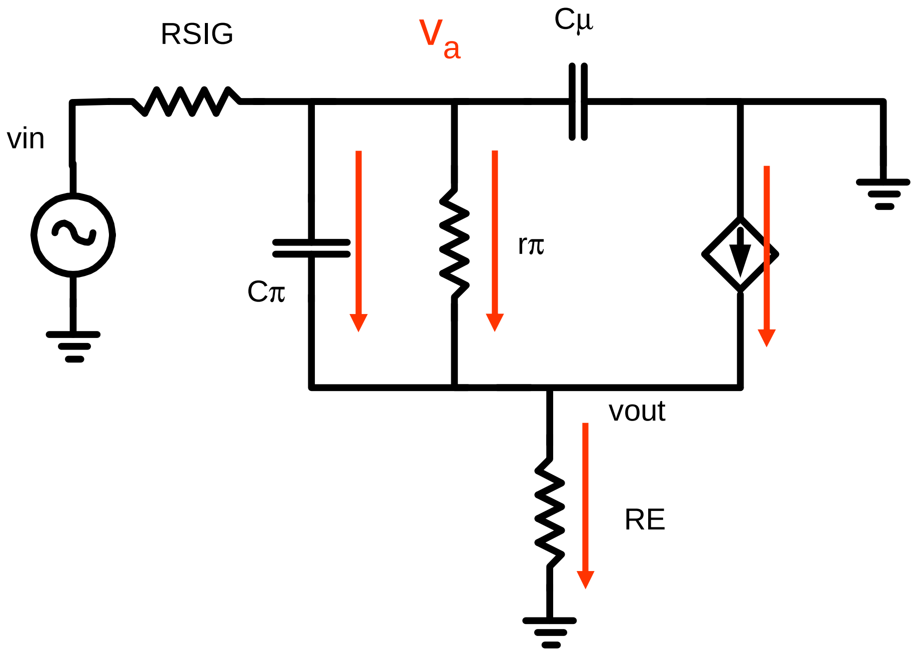
- On observe 3 choses:
  - Le ω_{-3dB} est determine par la sortie
  - Le ω_{-3dB} depend de C_μ et $R_C||R_L$
  - C_μ est typiquement petit: frequence elevee.
  - Pas de capacite de Miller

Passons maintenant au collecteur commun…

Collecteur Commun

- On ignore r_x et r_o
- On ecrit une equation a la sortie





$$\frac{v_a - v_{out}}{r_\pi} + sC_\pi(v_a - v_{out}) + g_m(v_a - v_{out}) = \frac{v_{out}}{R_E}$$

Collecteur Commun

- On n'aime pas v_a et donc, on aura besoin d'une 2e equation
- On isole v_a avant de proceder:

$$\frac{v_a}{r_\pi} + sC_\pi v_a + g_m v_a = \frac{v_{out}}{R_E} + \frac{v_{out}}{r_\pi} + sC_\pi v_{out} + g_m v_{out}$$

- On factorise:

$$v_a\left(\frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m\right) = v_{out}\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m\right)$$

Collecteur Commun

- On isole v_a:

$$v_a = v_{out} \frac{\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1 + r_\pi g_m}{r_\pi} + sC_\pi \right)}{\left(1 + \frac{1 + r_\pi g_m}{r_\pi} \right)}$$

β

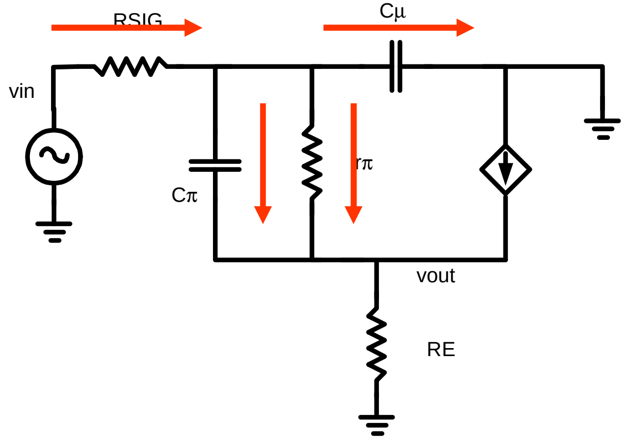
$r_e = r_\pi / (\beta + 1)$

- On substitue par des plus beaux termes..

$$v_a = v_{out} \frac{\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{r_e} + sC_\pi \right)}{\left(\frac{1}{r_e} + sC_\pi \right)}$$

Collecteur Commun

- On ecrit la 2e equation (a l'entrée)



$$\frac{v_{in} - v_a}{R_{SIG}} = sC_\mu v_a + \frac{v_a - v_{out}}{r_\pi} + sC_\pi (v_a - v_{out})$$

- On factorise v_a pour faciliter la substitution

$$\frac{v_{in}}{R_{SIG}} = v_a \left(\frac{1}{R_{SIG}} + sC_\mu + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi \right) - v_{out} \left(sC_\pi + \frac{1}{r_\pi} \right)$$

Collecteur Commun

- On substitue:

$$\frac{v_{in}}{R_{SIG}} = v_{out} \frac{\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{r_e} + sC_\pi\right)}{\left(\frac{1}{r_e} + sC_\pi\right)} \left(\frac{1}{R_{SIG}} + sC_\mu + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi\right) - v_{out}\left(sC_\pi + \frac{1}{r_\pi}\right)$$

- On isole v_{out}/v_{in}:

$$\frac{\left(\frac{1}{r_e} + sC_\pi\right)}{R_{SIG}\left[\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{r_e} + sC_\pi\right)\left(\frac{1}{R_{SIG}} + sC_\mu + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi\right) - \left(sC_\pi + \frac{1}{r_\pi}\right)\left(\frac{1}{r_e} + sC_\pi\right)\right]} = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

Collecteur Commun

- On ne comprend pas grand chose ici:

$$\frac{\overbrace{\left(\frac{1}{r_e}+sC_\pi\right)}}{R_{SIG}\left[\left(\cancelto{0}{\frac{1}{R_E}}+\underbrace{\frac{1}{r_e}}+sC_\pi\right)\left(\frac{1}{R_{SIG}}+sC_\mu+\frac{1}{r_\pi}+sC_\pi\right)-\left(sC_\pi+\frac{1}{r_\pi}\right)\underbrace{\left(\frac{1}{r_e}+sC_\pi\right)}\right]}=\frac{v_{out}}{v_{in}}$$

- Ces 3 elements se ressemblent
  - Si $R_E \gg r_e$, $1/R_E$ devient negligeable
- Dans ce cas, ces 3 termes s’annulent

Collecteur Commun

- On se retrouve avec:

$$\frac{1}{R_{SIG}\left[\left(\frac{1}{R_{SIG}}+sC_{\mu}+\frac{1}{r_{\pi}}+sC_{\pi}\right)-\left(sC_{\pi}+\frac{1}{r_{\pi}}\right)\right]}=\frac{v_{out}}{v_{in}}$$

- En simplifiant le tout, on arrive avec

$$\frac{1}{C_{\mu}R_{SIG}\left[\left(\frac{1}{C_{\mu}R_{SIG}}+s\right)\right]}=\frac{v_{out}}{v_{in}}$$

Collecteur Commun

- A basse frequence, on a un gain de 1.
- Le ω_{-3dB} est donnee par R_{SIG} et C_μ
- R_{SIG} et C_μ sont typiquement faibles:
  - La frequence est de coupure est elevee…

$$\frac{1}{C_\mu R_{SIG}\left[\left(\frac{1}{C_\mu R_{SIG}}+s\right)\right]}=\frac{v_{out}}{v_{in}}$$

Resume

- Tableau des caracteristiques #1:

Configuration	Facteur limite	Frequence
Emetteur commun	Entree	Peu eleve
Base Commune	Sortie	Plus eleve
Collecteur commun	Entree	Tres eleve

Resume

- Tableau des caracteristiques #2:

Configuration	Vitesse	Gain	“Probleme”
EC	+	+++	Vitesse
BC	++	+++	R_{IN} faible
CC	+++	+	Gain

Se rapprocher de l'ideal…

- Pas d'amplificateur ideal: vite, gain eleve, R_{IN} eleve.
  - Soit qu'on se contente des non-idealites
  - Soit qu'on decide the resoudre le probleme
- Pour resoudre le probleme, on examine les caracteristiques et les equations.

Se rapprocher de l'ideal…

- Emetteur commun:
  - Son probleme: vitesse
  - Du a quoi? L'effet de Miller
  - Cause: Condensateur aux bornes d'un gain eleve
  - Effet: La source "voit" un grand C
  - Si R de la source est grand, ω_{-3dB} sera faible.

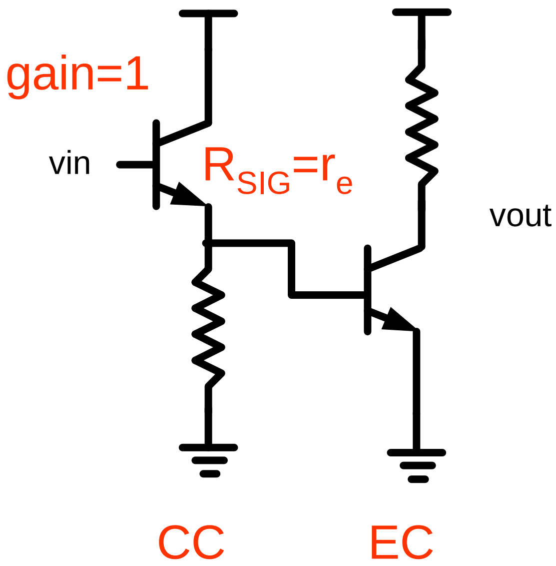
$$\frac{vout}{vin} = \frac{-g_m(ro \parallel RC \parallel RL)}{(r_{sig}+r_x)(C_\pi + C_\mu[1+g_m(ro \parallel RC \parallel RL)])\left(s + \dfrac{1}{(C_\pi + \underbrace{C_\mu[1+g_m(ro \parallel RC \parallel RL)]}_{\text{Gros C}})[r_\pi \parallel \underbrace{(r_{sig}+r_x)}_{R_S}]}\right)}$$

Combinaison CC-CE

- Solution 1: Reduire R_{SIG}
    - Facon naïve: utiliser source avec faible R_{SIG}.
    - Pourquoi naif? Pas toujours possible.
    - Facon moins naïve: Ajouter notre PROPRE systeme a faible R_{SIG} avant EC.
- Quelle configuration d'amplificateur a un faible R_{SIG} (R_{OUT})?

Combinaison CC-CE

- On sait que le collecteur commun a un R_{OUT} egal a r_e.
- En combinant un CC avec un CE en CASCADE, on obtiendrait ceci:

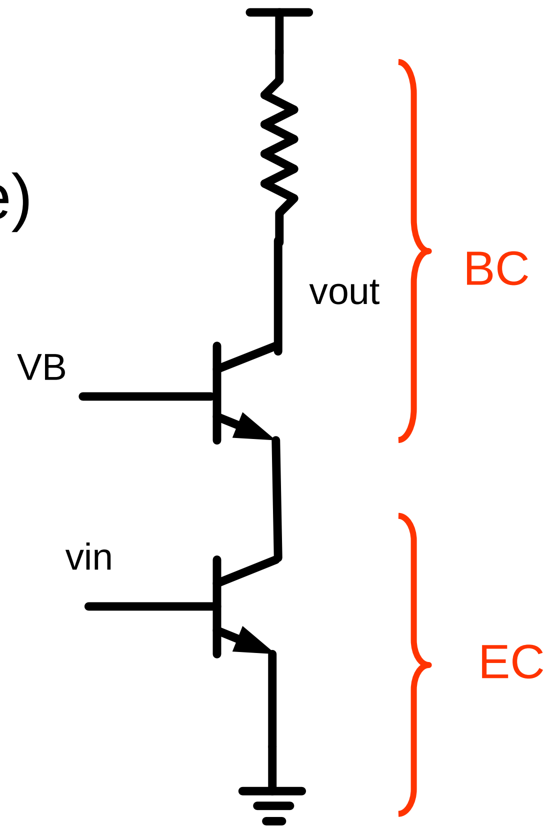


Combinaison CE-CB

- Solution #2: Reduire gain aux bornes du C
  - Probleme: C est mulitplie par le gain (1-A)C
  - Pour reduire l'effet de Miller, on reduit le gain
  - Effet: (1-A)C ne sera plus aussi gros
  - Effet#2: augmenter ω_{-3dB}
- Gain de EC depend de $R_C||R_L$
- Pour reduire gain, on peut reduire R_C…

Combinaison CE-CB

- On pourrait faire ceci (appelle CASCODE)
  - R_{IN} de BC = “RC” de EC
  - R_{IN} de BC = r_e (faible)
  - Gain EC= $-g_m r_e = -\beta/(\beta+1)$ (faible)
  - Gain BC= $g_m(R_C||R_L)$
- Theoreme de Miller:
  - $C_\mu(1+\beta/\beta+1)$
  - Tres faible
  - (ne reduit pas la vitesse)



Constante de temps CO

- Methode par constante de temps pour:
  - Simplifier nos analyses
  - Voir la contribution de chaque C
- Systeme passe haut: methode par court-circuit
  - Vu au dernier cours
- Systeme passe bas: methode par circuit ouvert
  - On va voir ca maintenant…

Rappel:Constante de temps CC

- Approximation pour passe-haut:

$$\frac{Ks^3}{s^3+s^2(\omega_1+\omega_2+\omega_3)+\cancelto{0}{s(\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3)}+\cancelto{0}{\omega_1\omega_2\omega_3}}$$

- On s’interesse a ω (*ou s*) eleve vs ω_{-3dB}
- Dans ce cas, s^2 et s^3 sont beaucoup plus grands que s^1 et s^0
  - s^1 et s^0 deviennent negligeables.

Constante de temps CO

- Pour passe bas, la forme generale est:

$$\frac{K}{s^3 + s^2(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) + s(\omega_1\omega_2 + \omega_1\omega_3 + \omega_2\omega_3) + \omega_1\omega_2\omega_3}$$

- On s'interesse a ω (*ou s*) faible vs ω_{-3dB}
- Dans ce cas, ω_1, ω_2 et ω_3 >> s
  - s, s^2 et s^3 n'affectent pas beaucoup le resultat
  - On conserve les termes ou ω est multiplie
  - Ces termes la sont les plus gros

Constante de temps CO

- Termes sans multiplication de ω deviennent negligeables:

$$\frac{K}{\cancelto{0}{s^3} + \cancelto{0}{s^2(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} + s(\omega_1\omega_2 + \omega_1\omega_3 + \omega_2\omega_3) + \omega_1\omega_2\omega_3}$$

- En divisant par $\omega_1\omega_2\omega_3$ partout:

$$\frac{\dfrac{K}{\omega_1\omega_2\omega_3}}{s\left(\dfrac{1}{\omega_3} + \dfrac{1}{\omega_2} + \dfrac{1}{\omega_1}\right) + 1}$$

Constante de temps CO

- On rearrange pour le mettre sous la forme voulue:

$$\frac{1}{\omega_1\omega_2\omega_3\left(\frac{1}{\omega_3}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1}\right)}\left[\frac{K}{s+\frac{1}{\left(\frac{1}{\omega_3}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1}\right)}}\right]$$

- Frequence de coupure devient effectivement

$$\omega_{-3dB}=\frac{1}{\left(\frac{1}{\omega_3}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1}\right)}$$

A cote du s

Constante de temps CO

- La situation est differente de la constante de temps court-circuit
- Cas court-circuit (passe haut)
  - On additionne les ω

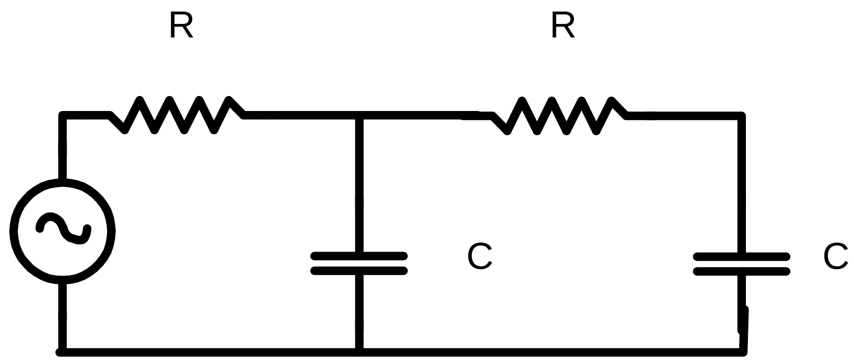
$$\omega_{-3dB} = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$$

- Cas circuit-ouvert (passe bas)
  - On combine ω en parallele (on additionne τ)

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega_3}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1}\right)} = \frac{1}{(\tau_3+\tau_2+\tau_1)}$$

Exemple

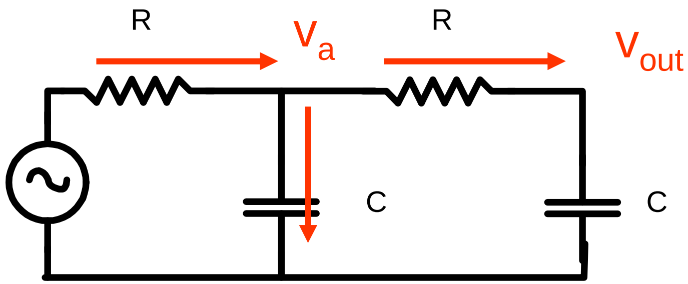
- Prenons un exemple generique



- Utilisons 2 approches:
  - Avec les techniques de DS2
  - Avec les constantes de temps circuit-ouvert

Constante de temps CO

- On ecrit l'equation au noeud du milieu:



$$\frac{v_{in}-v_a}{R}=\frac{v_a-v_{out}}{R}+sCv_a$$

- On factorise v_a:

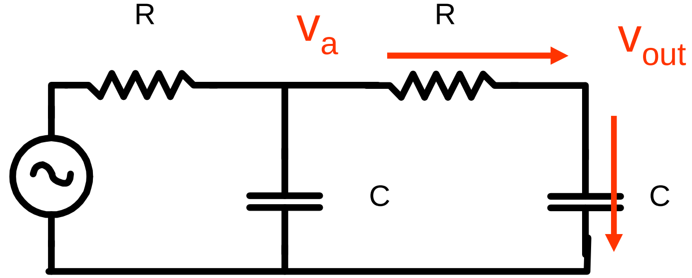
$$\frac{v_{in}}{R}=v_a\left(\frac{2}{R}+sC\right)-\frac{v_{out}}{R}$$

On n'aime pas v_a: on se cherche une autre equation

Constante de temps CO

- Equation au noeud de sortie:

$$\frac{v_a - v_{out}}{R} = sCv_{out}$$



- On isole v_a:

$$v_a = v_{out}(sCR+1)$$

- On substituer dans l'autre equation

$$\frac{v_{in}}{R} = \underline{v_{out}(sCR+1)}\left(\frac{2}{R}+sC\right) - \frac{v_{out}}{R}$$

Constante de temps CO

- On isole v_{out}/v_{in}:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 R^2 C^2 + 3sCR + 1}$$

- Avec frequences reelles, s$\longrightarrow$ jω:

$$T(j\omega) = \frac{1}{3j\omega CR + 1 - \omega^2 R^2 C^2}$$

- A ω_{-3dB}, gain est $\sqrt{\frac{1}{2}}$ du max.

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{(3\omega CR)^2 + (1 - \omega^2 R^2 C^2)^2}}$$

Constante de temps CO

- On developpe le tout et on trouve ceci:

$$\omega^4 R^4 C^4 + 7\omega^2 C^2 R^2 - 1 = 0$$

- On resoud l'equation quadratique:

$$\omega_{-3dB} = \frac{\sqrt{-14 + 2\sqrt{53}}}{2RC} \cong \frac{0.3742}{RC}$$

Passons maintenant a la methode avec constantes de temps

Constante de temps CO

- On sait que ω_{-3dB} est approxime par:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega_3}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1}\right)}$$

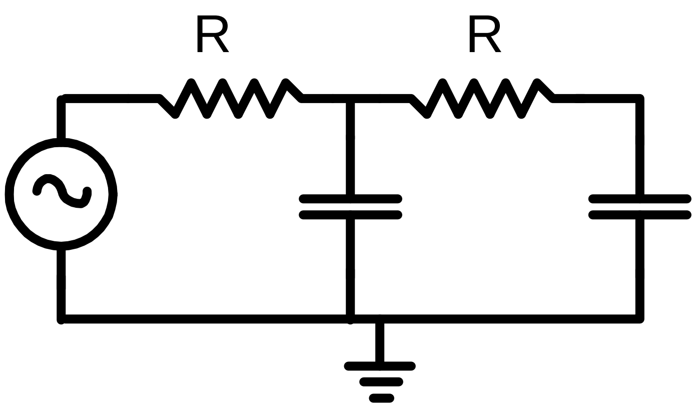
- Les valeurs de ω_1, ω_2 et ω_3 sont les contributions de chaque C
- Pour voir ω de chaque C, on neglige l'effet des autres C:
  - Les autres C sont en CIRCUIT OUVERT

Recette magique

- L'autre facon de faire:
  - Considerer un condensateur
  - Les autres sont circuits ouverts
  - Tuer les sources independantes
  - Trouver R_{EQ} (vu par C) et $\tau = R_{EQ}C$
  - $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 ..$ $(\tau = 1/\omega)$
- Pour R_{EQ}:
  - Remplacer C par source courant
  - Trouver V+, V-
  - $R_{EQ} = (V_+ - V_-)/I_C$

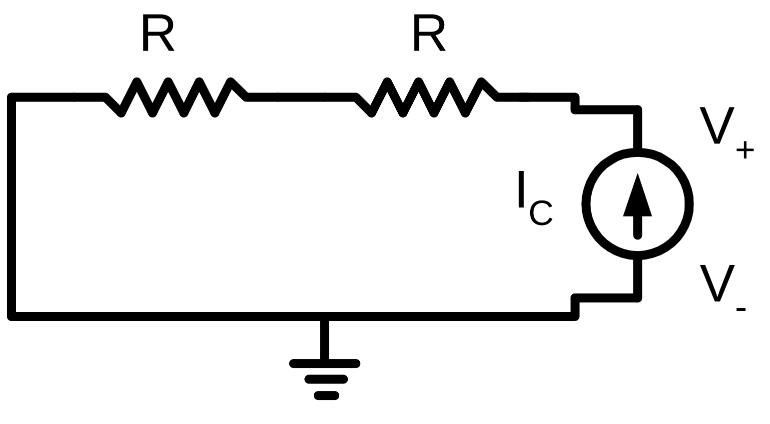
Constante de temps CO

- Faites cet exemple seul
  - V_+=?
  - V_-=?
  - R_{EQ}=?
  - $\tau = R_{EQ}C$
  - $\omega = 1/(\tau_1+\tau_2)$



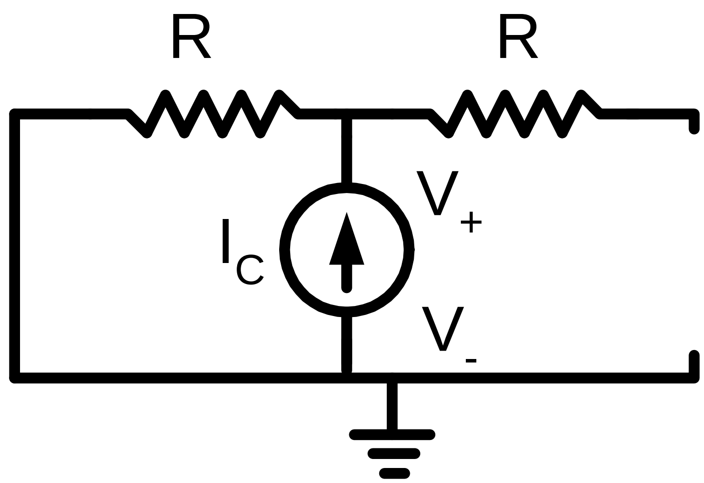
Constante de temps CO

- On considere le premier condensateur
  - $V_+=I_C(R+R)$
  - $V_-=0$
  - $R_{EQ}=2R$
  - $\tau=2RC$



Constante de temps CO

- On considere le deuxieme condensateur
  - $V_+=I_C(R)$
  - $V_-=0$
  - $R_{EQ}=R$
  - $\tau=RC$



Constante de temps CO

- Pour technique avec circuit ouvert, on utilise:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}$$

- Avec nos resultats, on obtient:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{2RC + RC} = \frac{0.33}{RC}$$

Constante de temps CO

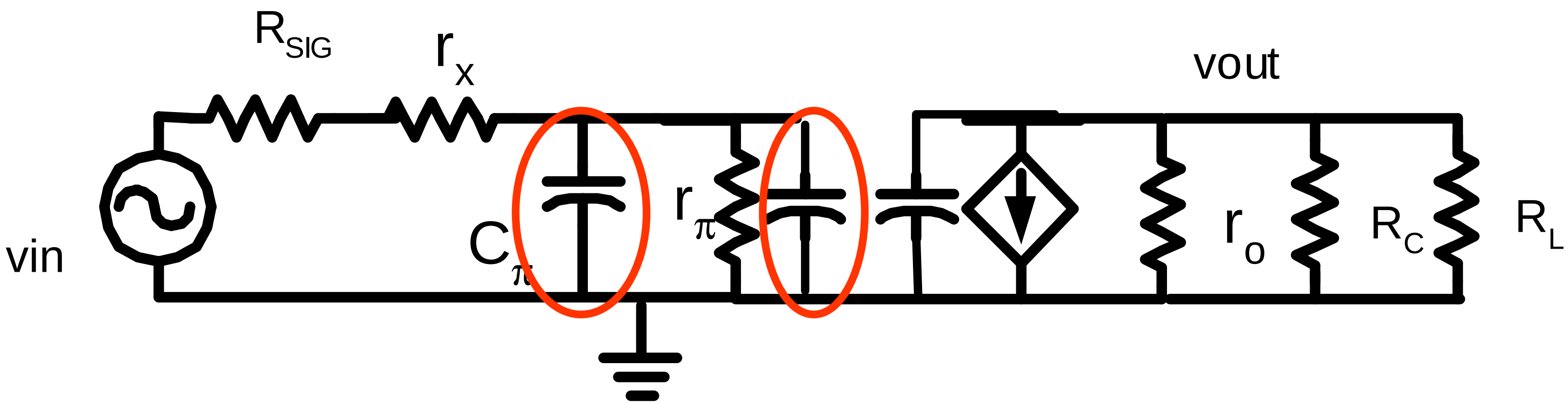
- On voit que les differences sont petites entre la “vraie valeur” et la valeur trouvee:

$$\omega_{-3dB} = \frac{\sqrt{-14+2\sqrt{53}}}{2RC} \cong \frac{0.3742}{RC} \qquad \omega_{-3dB} = \frac{1}{2RC+RC} = \frac{0.33}{RC}$$

- Les valeurs sont assez proches
- De plus, on la contribution des C
  - Le C de droite a une plus grosse contribution

Retour a l'emetteur commun

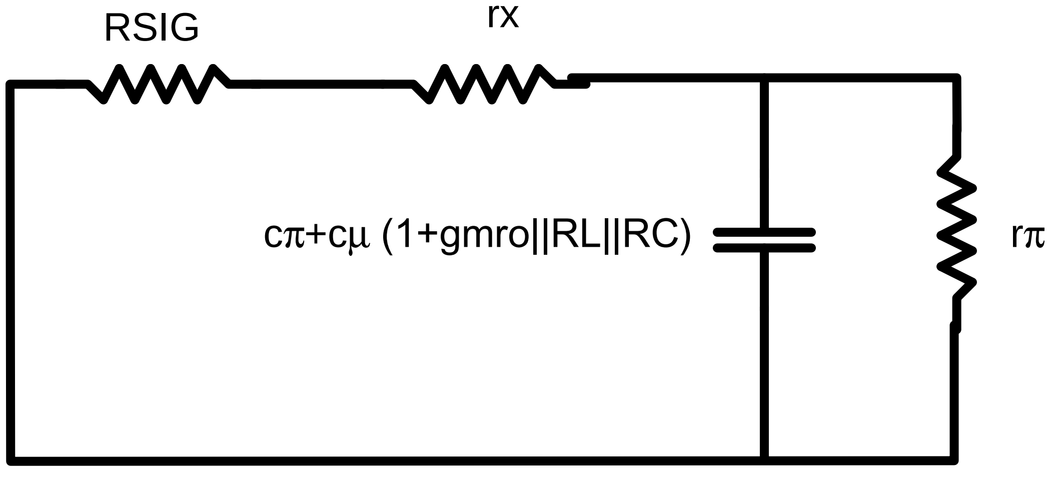
- Apres avoir applique le theoreme de Miller, on obtient ceci:



- Les 2 condensateurs a l'entrée peuvent etre combines

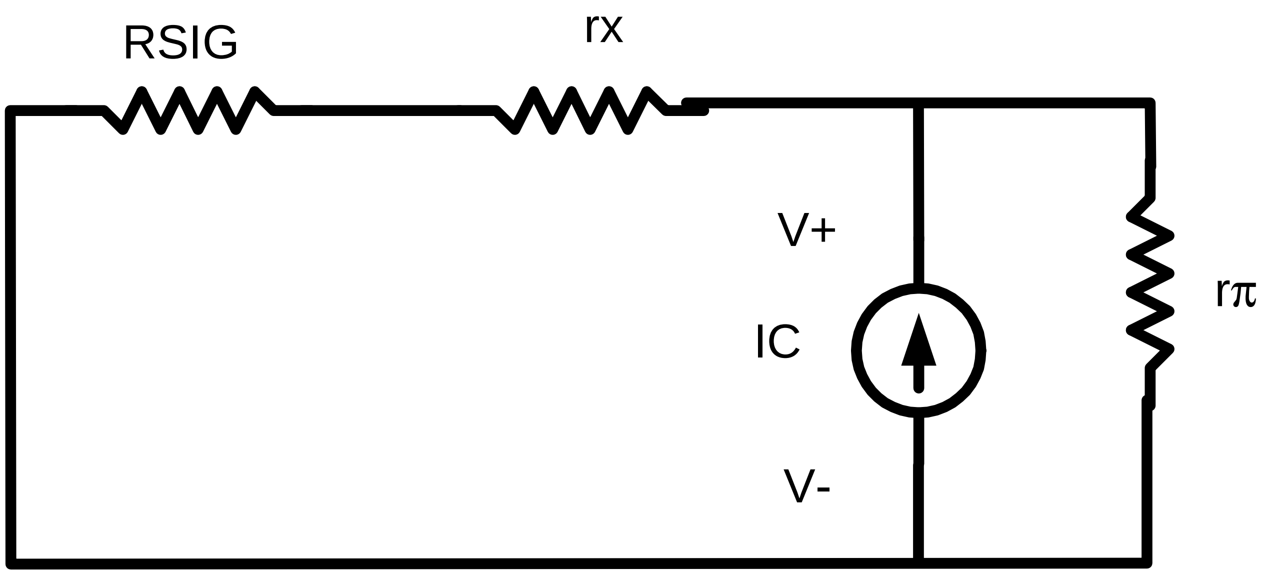
Retour a l’emetteur commun

- On sait que les problemes se trouvent a l’entrée.
- On va donc ignorer la grosse section a la sortie (pour cet exemple):



Retour a l'emetteur commun

- Pour trouver R_{EQ}:
  - $V_+=I_C* (r_\pi||r_x+R_{SIG})$
  - $V_-=0$
  - $R_{EQ} = (r_\pi||r_x+R_{SIG})$



Retour a l'emetteur commun

- Formule pour trouver ω_{-3dB}

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{R_{EQ}C}$$

- On substitue avec R_{EQ}:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{\left[\left(R_{SIG} + r_x\right) \| r_\pi\right]C}$$

- On substitue le condensateur:

$$\omega_{-3dB} = \frac{1}{\left[\left(R_{SIG} + r_x\right) \| r_\pi\right]\left[C_\pi + C_\mu\left(1 + g_m\left(r_o \| R_L \| R_C\right)\right)\right]}$$