Thermodynamique
II-4/4

Phs 2101

Automne 2001

http://www.crm.umontreal.ca/~physnum

PREMIER PRINCIPE
application aux écoulements

Application de la Première Loi aux écoulements

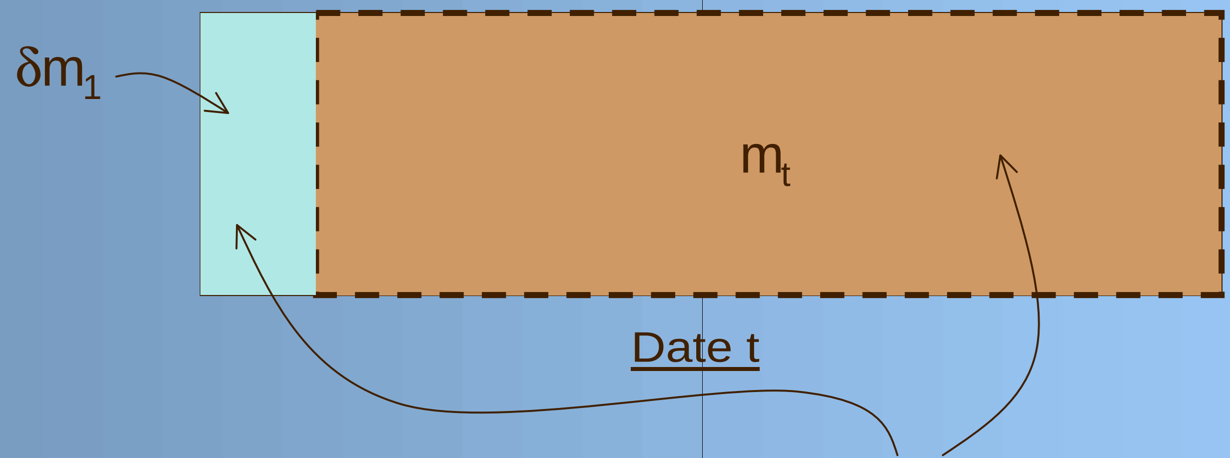
La Première Loi exprime l'égalité entre la variation d'énergie contenue dans un système et l 'échange d'énergie a travers les « parois » de ce système.

Variation et échanges peuvent se faire pendant un temps δ**t:** nous parlerons alors de taux de variation (pour l 'énergie totale) , de taux de transfert de chaleur et de puissance acquise par le système:

$$\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{dt}} = \underbrace{\frac{\delta W}{\delta t}}_{\dot{W}} + \underbrace{\frac{\delta Q}{\delta t}}_{\dot{Q}}$$

Unités: 1 J/s = 1Watt

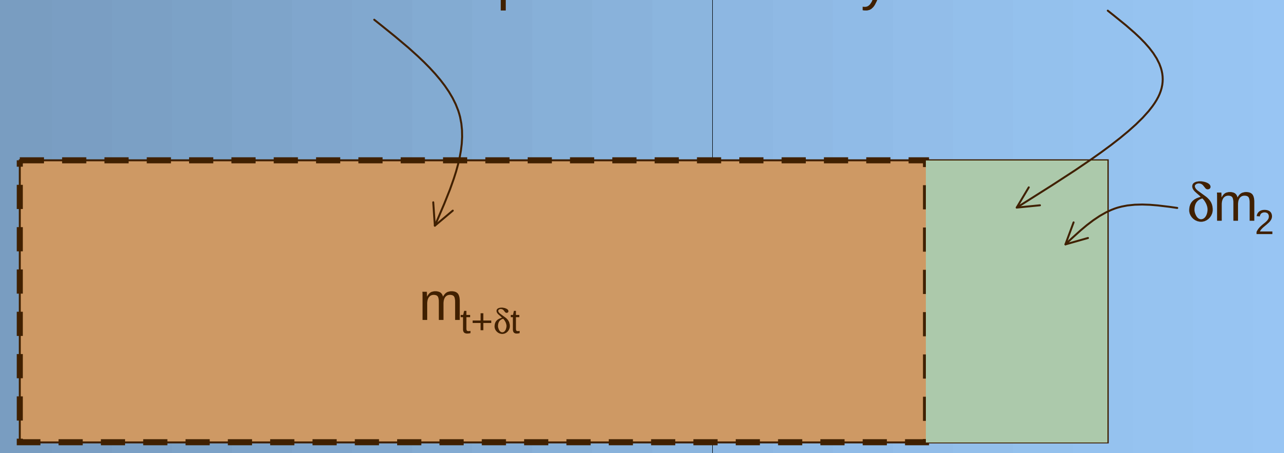
On considère le système fermé suivant:



Il est compose de deux sous-systèmes ouverts

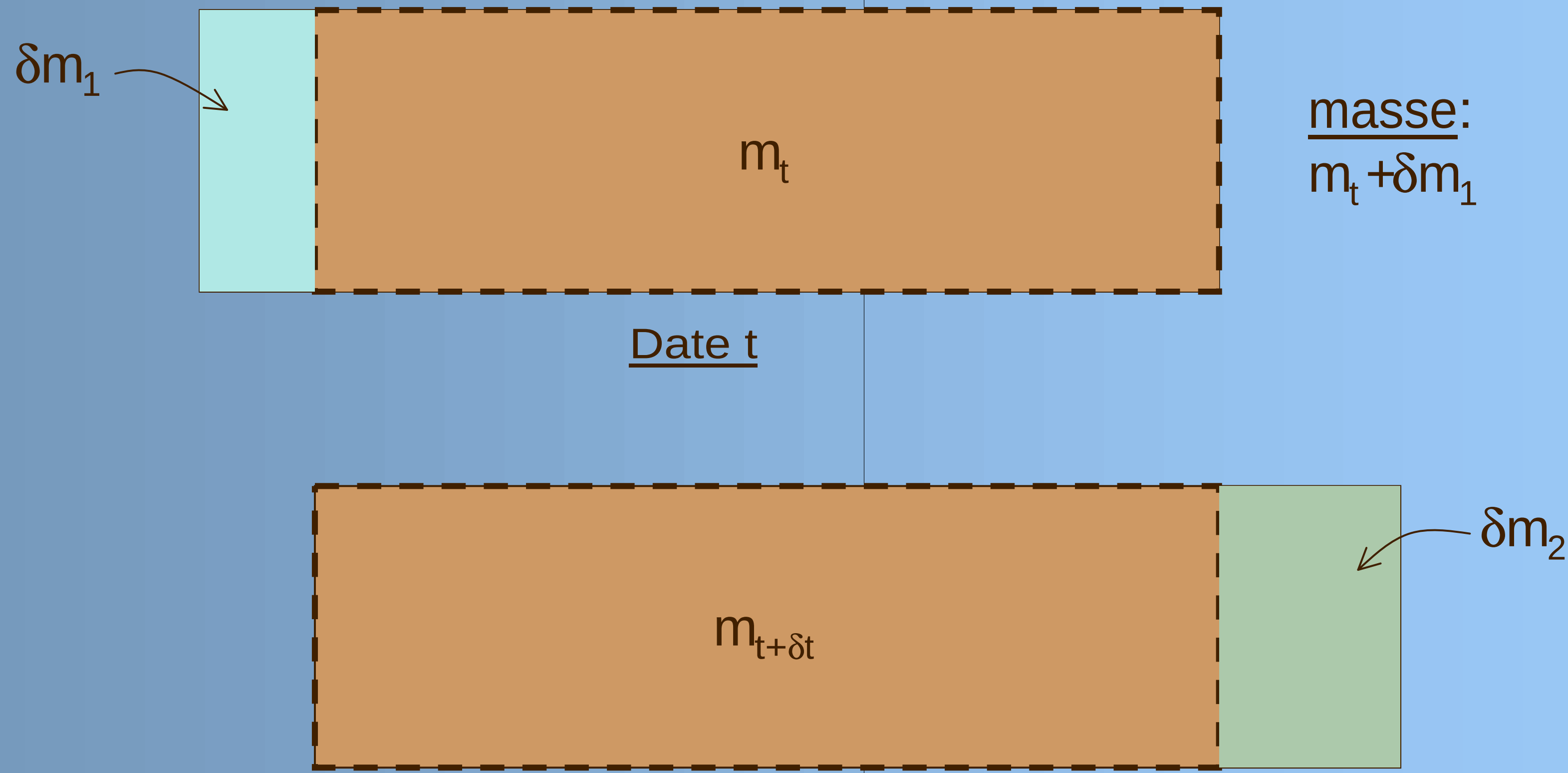
A la date $t+\delta t$:

le système fermé est composé du système ouvert à volume constant plus un autre système ouvert:



Date $t+\delta t$

Question de masse:



Date t

<u>masse</u>: $m_t + \delta m_1$

Date t+δt

<u>masse</u>: $m_{t+\delta t} + \delta m_2$

La masse du système (fermé) reste la même:

$$m_{t+\delta t} + \delta\, m_2 = m_t + \delta\, m_1$$

Donc:

$$m_{t+\delta t} - m_t = \delta\, m_1 - \delta\, m_2$$

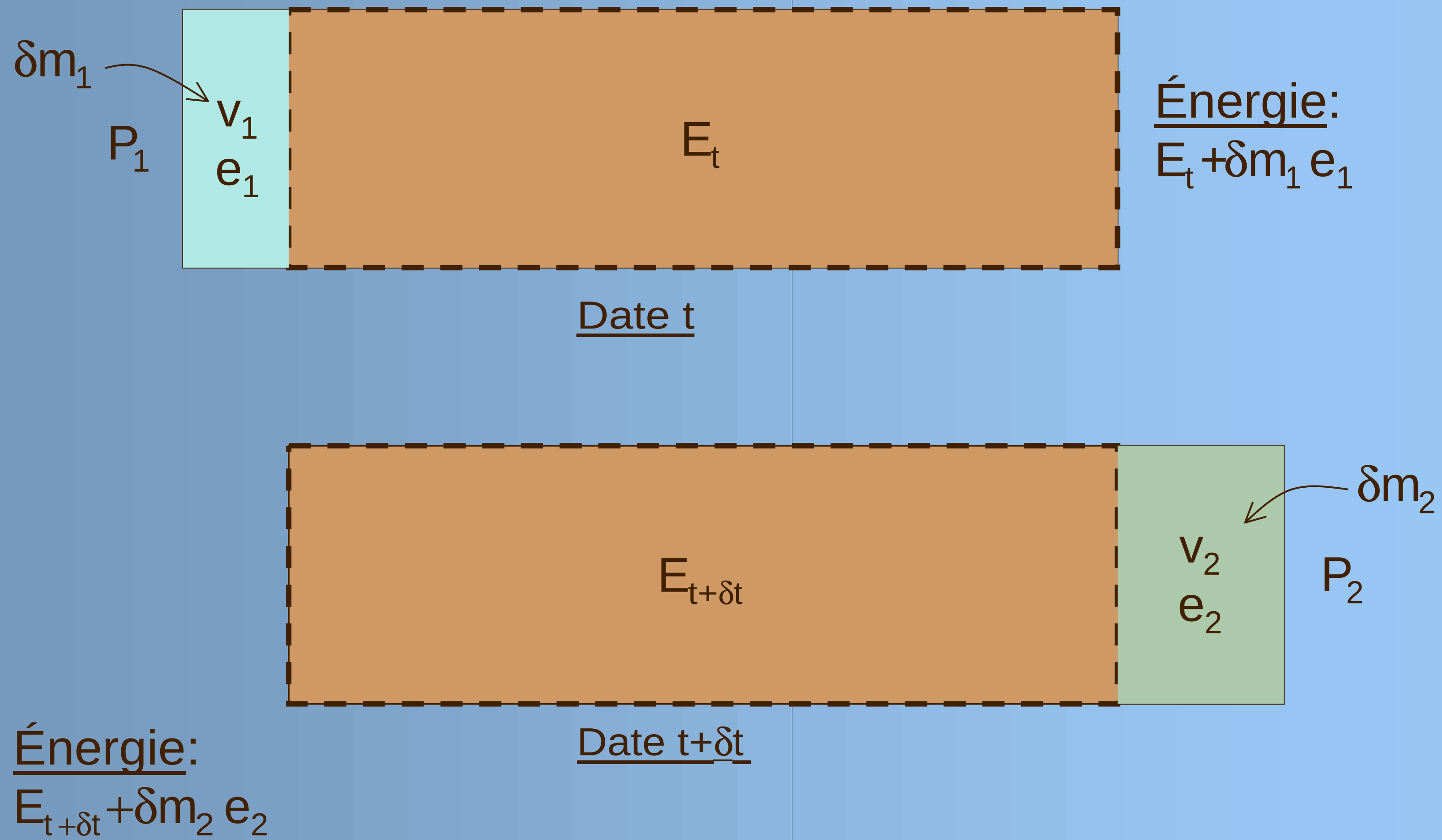
ou, en divisant par δ**t**:

$$\boxed{\frac{d\, m_{vol.cons}}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2}$$

Variation de la masse dans le volume de contrôle (volume constant)

Débit entrée/sortie à la surface du volume de contrôle

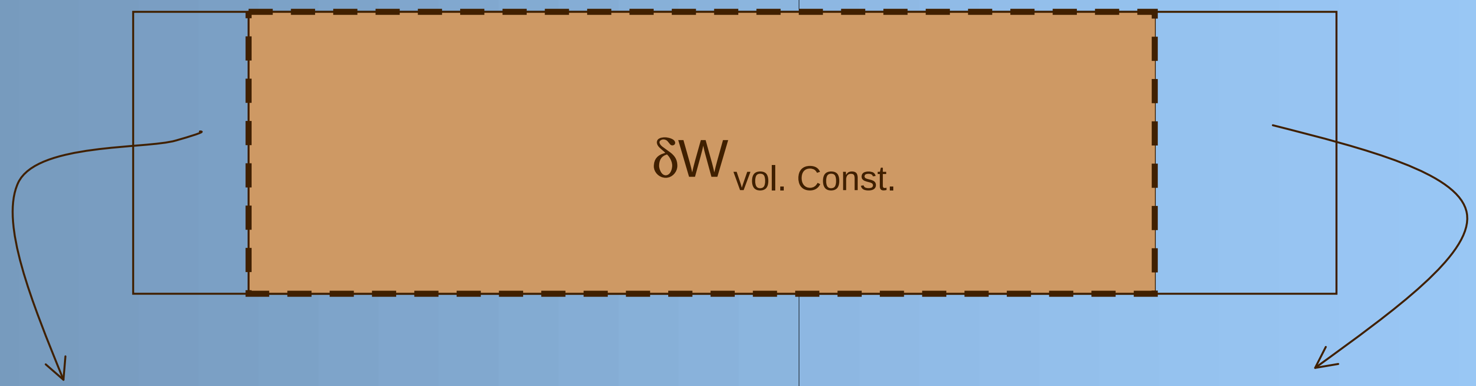
Question d ’énergie:



Donc, la variation d 'énergie est

$$E_{t+\Delta t} + \delta m_2 \; e_2 - E_t - \delta m_1 \; e_1$$

Qu ’en est-il de l 'échange d 'énergie sous forme de travail ?



On vide cette partie:
$W_1 = -P_1 \,(0 - v_1 \,\delta m_1)$
$= P_1 \, v_1 \, \delta m_1$

Et on remplit celle-la:
$W_2 = -P_2 \,(v_2 \,\delta m_2 - 0)$
$= - P_2 \, v_2 \, \delta m_2$

Donc, la variation d 'énergie due au travail est:

$$\delta W_{vol.const.} + \delta m_1 \, P_1 v_1 \; - \delta m_2 \, P_2 v_2$$

et la première loi donne ainsi:

$$\begin{aligned} & \mathrm{E}_{t+\ddot{a}t} + \delta m_2 \; e_2 - \mathrm{E}_t - \delta m_1 \; e_1 \\ & = \delta W_{vol.const.} + \delta m_1 \, P_1 v_1 \; - \delta m_2 \, P_2 v_2 + \delta Q \end{aligned}$$

Donc,

$$\mathrm{E}_{t+\Delta t} - \mathrm{E}_{t} - \delta m_1 \left(e_1 + P_1 v_1 \right) + \delta m_2 \left(e_2 + P_2 v_2 \right)$$
$$= \delta W_{vol.const.} + \delta Q$$

mais $\quad e = u + \frac{1}{2}\mathrm{v}^2 + gZ \quad \Rightarrow e + Pv = h + \frac{1}{2}\mathrm{v}^2 + gZ$

Donc, finalement

$$\boxed{\begin{aligned} &E_{t+\text{ät}} - E_t + \delta\, m_2 \left(h_2 + \frac{1}{2} \mathrm{v}_2^2 + g Z_2 \right) - \delta\, m_1 \left(h_1 + \frac{1}{2} \mathrm{v}_1^2 + g Z_1 \right) \\ &= \delta W_{vol.const.} + \delta Q \end{aligned}}$$

On peut écrire cette équation sous la forme d 'une variation par unité de temps:

$$\frac{E_{t+\ddot{a}t} - E_t}{\delta t} + \frac{\delta\, m_2}{\delta t}\left(h_2 + \frac{1}{2}v_2^2 + gZ_2 \right) - \frac{\delta\, m_1}{\delta t}\left(h_1 + \frac{1}{2}v_1^2 + gZ_1 \right)$$

$$= \frac{\delta W_{vol.const.}}{\delta t} + \frac{\delta Q}{\delta t}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{d\, E_{v.c}}{dt} + \dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}v_2^2 + gZ_2 \right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \frac{1}{2}v_1^2 + gZ_1 \right) \\ &= \dot{W}_{v.c} + \dot{Q} \end{aligned}}$$

Résultat:

Taux de variation de l 'énergie totale dans le volume de contrôle.

Débit massique sortant

Débit massique entrant

$$\frac{d\,\mathrm{E}_{\mathrm{v.c}}}{dt}+\dot{m}_2\left(h_2+\frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2+gZ_2\right)-\dot{m}_1\left(h_1+\frac{1}{2}\mathrm{v}_1^2+gZ_1\right)$$

$$=\dot{W}_{\mathrm{v.c}}+\dot{Q}$$

Puissance calorifique dans le vol. de contrôle

Puissance sous forme de travail dans le vol. de contrôle

Résumons les équations obtenues:

$$\boxed{\frac{d\,m_{vol.cons}}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2}$$

(conservation de la masse)

$$\boxed{\frac{d\,\mathrm{E}_{\mathrm{v.c}}}{dt} + \dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2 + gZ_2\right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_1^2 + gZ_1\right) = \dot{W}_{\mathrm{v.c}} + \dot{Q}}$$

(Premier principe)

Cas particulier du Régime permanent:
les taux de variations dans le volume de contrôle sont nuls:

$$\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2}$$

(conservation de la masse en régime permanent)

$$\boxed{\dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2 + gZ_2\right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_1^2 + gZ_1\right) = \dot{W}_{\mathrm{v.c}} + \dot{Q}}$$

(Premier principe
en régime permanent)

EXERCICE:

De l ’argon à 280 ºK et 125 kPa circule dans une conduite circulaire de 100 mm de diamètre, à une vitesse uniforme de 3 m/s.

Calculez le débit massique du fluide.

Ce qu 'on cherche: $\frac{\delta m}{\delta t}$

$$P\,\delta V = \delta m\, R_{Ar} T \quad \Rightarrow P\frac{\delta V}{\delta t} = R_{Ar}\frac{\delta m}{\delta t} T \quad \Rightarrow P\frac{s\,\delta x}{\delta t} = R_{Ar}\frac{\delta m}{\delta t} T$$

vitesse

$$P s \mathrm{v} = R_{Ar}\frac{\delta m}{\delta t} T \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\delta m}{\delta t} = \frac{P s \mathrm{v}}{R_{Ar} T}}$$

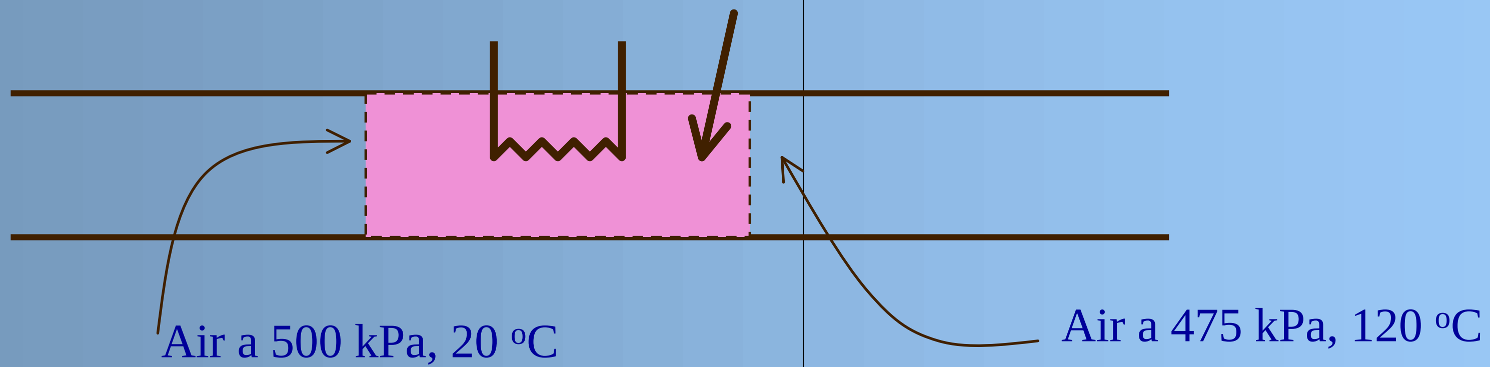
$$\frac{\delta m}{\delta t} = \frac{125\ 10^3\,\pi\left(50\,10^{-3}\right)^2\ 3}{0.208\ 10^3\ \ 280} = 5.05\ 10^{-2}\ kg/s$$

EXERCICE: No. 5.40, p.155

On chauffe de l ’air à l ’aide d ’un dispositif électrique dans un tube de diamètre constant au cours d ’une évolution en régime permanent. A l entrée, l ’air est à 500 kPa et 20 ºC et à une vitesse de 10 m/s.
A la sortie, l ’air est à 475 kPa et 120 ºC.

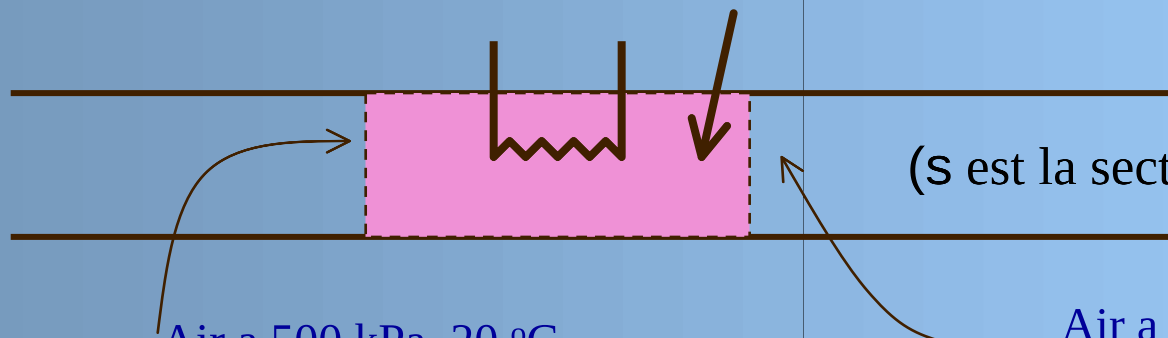
Calculez la vitesse de l ’air à la sortie du tube.

Volume de contrôle.



Régime permanent: $\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2}$

Volume de contrôle.



(s est la section du tube)

Air a 500 kPa, 20 ^{o}C

Air a 475 kPa, 120 ^{o}C

$$\boxed{\frac{\delta m_1}{\delta t} = \frac{\delta m_2}{\delta t}} \qquad \frac{\delta m_1}{\delta V_1}\frac{\delta V_1}{\delta t} = \frac{\delta m_2}{\delta V_2}\frac{\delta V_2}{\delta t} \quad \to \quad \frac{\delta m_1}{\delta V_1}\frac{\cancel{s}\,\delta l_1}{\delta t} = \frac{\delta m_2}{\delta V_2}\frac{\cancel{s}\,\delta l_2}{\delta t}$$

$$\to \quad \frac{\delta m_1}{\delta V_1}\mathrm{v}_1 = \frac{\delta m_2}{\delta V_2}\mathrm{v}_2$$

$$\frac{\delta m_1}{\delta V_1} v_1 = \frac{\delta m_2}{\delta V_2} v_2$$

ce qu'on cherche

<u>A l 'entrée</u>: δm_1 est à la pression P_1 = 500 kPa et à la température T_1 = 20 °C

$$P_1\, \delta V_1 = \delta m_1\, R_{air}\, T_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta m_1}{\delta V_1} = \frac{P_1}{R_{air}\, T_1}$$

De même, à la <u>sortie</u> (P_2=475 kPa, T_2=120 °C) :

$$P_2\, \delta V_2 = \delta m_2\, R_{air}\, T_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta m_2}{\delta V_2} = \frac{P_2}{R_{air}\, T_2}$$

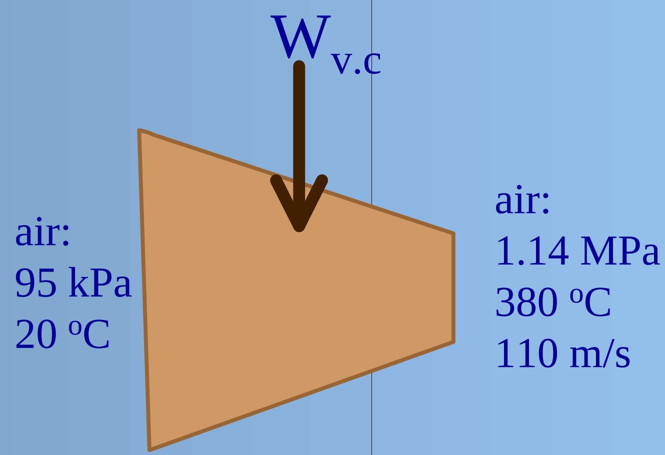
Donc, $$v_2 = \frac{\dfrac{\delta m_1}{\delta V_1}}{\dfrac{\delta m_2}{\delta V_2}} v_1 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{P_1\, T_2}{P_2\, T_1} v_1$$

On trouve ainsi 14.12 m/s
(note: Attention aux unités de T !)

EXERCICE: No. 5.45, p.155

Le compresseur d ’une turbine à gaz de grandes dimensions reçoit de l ’air du milieu ambiant a 95 kPa, 20 ºC et à faible vitesse. A la sortie du compresseur, la pression est de 1.14 MPa, la température de 380 ºC, et la vitesse de 110 m/s. La puissance d ’entrée au compresseur est de 5000 kW.

Calculez le débit massique de l ’air.



Premier Principe (en écoulement permanent):

$$\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2}$$

$$\boxed{\dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}\text{v}_2^2 + \cancel{gZ_2}\right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \cancel{\frac{1}{2}\text{v}_1^2} + \cancel{gZ_1}\right) = \dot{W}_{\text{v.c}} + \cancel{\dot{Q}}}$$

$$\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2}$$

$$\boxed{\dot{m}_2\left(h_2 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2 + \cancel{gZ_2}\right) - \dot{m}_1\left(h_1 + \cancel{\frac{1}{2}\mathrm{v}_1^2} + \cancel{gZ_1}\right) = \dot{W}_{\mathrm{v.c}} + \cancel{\dot{Q}}}$$

$$\dot{m}_2\left(h_2 - h_1 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2\right) = \dot{W}_{\mathrm{v.c}}$$

mais on a $h_2 - h_1 = C_{p,air}\left(T_{sortie} - T_{entree}\right)$ donc:

$$\dot{m}_2 = \frac{\dot{W}_{\mathrm{v.c}}}{h_2 - h_1 + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2} = \frac{\dot{W}_{\mathrm{v.c}}}{C_{p,air}\left(T_{sortie} - T_{entree}\right) + \frac{1}{2}\mathrm{v}_2^2} = 13.61 \text{ kg/s}$$