| المستوى: الثالث ثانوي (علوم تجريبية) 3ASS | أفريل 2011 |
|---|---|
| الاختبار التجريبي للفصل الثالث في مادة الرياضيات | المدة: 3سا30د |

**الموضوع 1**

**التمرين 01: (04ن)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$(P_1)$ و $(P_2)$ مستويان حيث: $(P_1): -2x+y+z-6=0$; $(P_2): x-2y+4z-9=0$;

برّر صحة أو خطأ ما يلي:

1- $(P_1)$ و $(P_2)$ متعامدان.

2- $(P_1)$ و $(P_2)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ يشمل النقطة $A(-7,-8,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(2,3,1)$.

3- النقطة $B(-9,-4,-1)$ تنتمي إلى المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$.

4- المسافة بين النقطة $B$ و المستوى $(P_1)$ هي: $\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$.

5- المسافة بين النقطة $B$ و $(\Delta)$ هي: $\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$.

6- مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق $MA^2+MB^2=1$ هي سطح كرة.

**التمرين 02: (04ن)**

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـــ:

$$\begin{cases} U_0 = a \quad ; \quad a\in R \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{4}U_n - 1 \end{cases}$$

1- عيّن قيمة $a$ حتى تكون المتتالية $(U_n)$ ثابتة:

2- نضع: $U_0=5$، برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n$ من $N$: $U_n \geq -\dfrac{4}{3}$.

3- أدرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ ثم استنتج أن $(U_n)$ متقاربة.

4- لتكن $(V_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـــ: $V_n = \alpha U_n + \dfrac{4}{3}$ $\alpha \in R_+^*$

عيّن قيمة $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.



حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏

5- نضع $\alpha = 1$.

أ- أكتب $V_n$ بدلالة $n$ ثم $U_n$ بدلالة $n$. هل المتتالية $(U_n)$ متناقصة؟

ب- أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ ثم الجداء $\pi_n$: $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$

$\pi_n = V_0^3 \times V_1^3 \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times V_n^3$

6- أحسب بدلالة $n$: $P_n = V_0 + 4V_1 + 4^2 V_2 + \ldots + 4^n V_n$

ثم أثبت أن $(P_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

**التمرين 03: (04ن)**

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2 + 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

نرمز لحلّي المعادلة بـــ $Z_1$ و $Z_2$ حيث $Z_1$ الحل الذي جزؤه التخيلي سالب.

2- أكتب الحلين على الشكل الأسي.

3- أحسب $Z_1^{235}$ ثم عيّن قيم $n$ حتى يكون العدد $Z_1^n$ حقيقي موجب تماما.

4- المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{u}, \vec{v}\right)$. لنعتبر في المستوي التحويل النقطي $T$ الّذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $Z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $Z'$ بحيث: $Z' = e^{i\frac{2\pi}{3}} Z$

أ- عيّن طبيعة التحويل $T$ و عناصره المميزة.

ب- لتكن $M_1$ النقطة ذات اللاحقة: $Z_1 = -\sqrt{3} + i$.

عيّن اللاحقتين $Z_2$ و $Z_3$ للنقطتين $M_2$ و $M_3$ على الترتيب حيث: $M_2 = T(M_1)$

$M_3 = T(M_2)$



حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☎

**التمرين 04: (08ن)**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $R^*$ بـــ: $f(x)=\frac{(2x-1)e^x-2x+2}{e^x-1}$

وليكن $(C)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1- عيّن الأعداد الحقيقية $\gamma,\beta,\alpha,b,a$ بحيث يكون من أجل كل $x$ من $R^*$:

$$f(x)=2x+a+\frac{be^x}{e^x-1} \quad \text{و} \quad f(x)=\alpha x+\beta+\frac{\gamma}{e^x-1}$$

2- نضع : $h(x)=2(e^x-2)(e^x-\frac{1}{2})$.

أ- أدرس إشارة $h(x)$ حسب قيم $x$.

ب- بين أنه من أجل كل $x$ من $R^*$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(e^x-1)^2}$

3- أدرس تغيرات الدالة $f$.

4- أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب تعيينهما.

5- أدرس وضعية المنحنى $(C)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة: $y=2x-1$.

6- أثبت أنه من أجل كل $x$ من $R^*$ : $f(-x)+f(x)=-3$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى $(C)$؟

7- أرسم المنحنى $(C)$ (الوحدة $2cm$).

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(2x-2-m)e^x-2x+m+3=0$$

| | | |
|---|---|---|
| **بالتوفيـق** | **الصفحة 3/3** | |

| | |
|---|---|
| المستوى: الثالث ثانوي (علوم تجريبية 3ASS) | العام الدراسي 2012/2011 |
| تصحيح الاختبار التجريبي رقم 01 في مادة الرياضيات | |

**الموضوع 01**

**التمرين 01** (04ن)

1) $\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}\vec{n}_1$ شعاع ناظمي للمستوي $(P_1)$

$\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}\vec{n}_2$ شعاع ناظمي للمستوي $(P_2)$

الجواب صحيح لأن: $\vec{n}_1.\vec{n}_2=-4+4=0$ ومنه $\vec{n}_1\perp\vec{n}_2$

ومنه $(P_1)$ و $(P_2)$ متعامدان.

2) صحيح لأن: $A\in(P_1)$ و $A\in(P_2)$

- $\vec{u}_1\perp\vec{n}$ و $\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{n_2}$.

3) خطأ لأن: $B\notin(P_2)$ و $B\notin(P_2)$ .

4) صحيح لأن: $\sqrt{\phantom{x}}$

5) خطأ لأن: $d_{(B,(P_2))}=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$

6) خطأ لأن: $MA^2+MB^2=2MI+\dfrac{1}{2}AB^2$ $\quad I$ منصف $[AB]$ $\quad MI^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}AB^2$

ومنه: $MI^2=-\dfrac{19}{4}<0$ إذن مجموعة النقط هي: $\varnothing$.

**التمرين 02** (04ن):

1) $(U_n)$ متتالية ثابتة معناه من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1}=U_n=U_0=a$ ومنه $a=\dfrac{1}{4}a-1$ يكافئ

$a=-\dfrac{4}{3}$

2) لتكن الخاصية $P(n)$ المعرفة على $N$ بـــ: $U_n \geq -\frac{4}{3}$

**المرحلة 1**: نتأكد أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n=0$ . لدينا $U_0 = 5$ ومنه $U_0 \geq -\frac{4}{3}$ إذن $P(0)$ صحيحة.

**المرحلة 2**: نفرض $P(n)$ صحيحة أي من أجل كل $n$ من $N$: $U_n \geq -\frac{4}{3}$ ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1} \geq -\frac{4}{3}$.

لدينا من أجل كل $n$ من $N$: $U_n \geq -\frac{4}{3}$ يكافئ $\frac{1}{4}U_n \geq -\frac{1}{3}$ يكافئ $\frac{1}{4}U_n - 1 \geq -\frac{4}{3}$ ومنه $U_{n+1} \geq -\frac{4}{3}$

إذن $P(n+1)$ صحيحة.

من 1 و 2 مع أن $P(n)$ صحيحة أي من أجل كل $n$ من $N$: $U_n \geq -\frac{4}{3}$

3) من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{4}(U_n + \frac{4}{3})$.

مما سبق لدينا من أجل كل $n$ من $N$: $U_n \geq -\frac{4}{3}$ يكافئ $U_n + \frac{4}{3} \geq 0$ يكافئ $-\frac{3}{4}(U_n + \frac{4}{3}) \leq 0$

أي من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1} - U_n \leq 0$ فالمتتالية $(U_n)$ متناقصة على $N$.

- بما أن المتتالية $(U_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد $-\frac{4}{3}$ فإنها متقاربة.

4) من أجل كل من $n$ من $N$: $V_{n+1} = \alpha U_{n+1} + \frac{4}{3} = \frac{1}{4}\alpha U_n - \alpha + \frac{4}{3}$

$$= \frac{1}{4}(\alpha U_n + \frac{4}{3}) - \frac{1}{3} - \alpha + \frac{4}{3} = \frac{1}{4}V_n$$

تكون $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ إذا كان $1 - \alpha = 0$ أي $\alpha = 1$ ومنه $(V_n)$ متتالية هندسية

أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول: $V_0 = \frac{19}{3}$.

5) أ-من أجل كل $n$ من $N$: $V_n = \frac{19}{3}(\frac{1}{4})n$

$$U_n = \frac{19}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n - \frac{4}{3}$$

من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1} - U_n = \frac{19}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n\left(-\frac{3}{4}\right) < 0$ فالمتتالية $(U_n)$ متناقصة تماما على $N$.

ب- $S_n = U_0 + U_1 + \dots U_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n - \frac{4}{3}(n+1)$



حي قعلول –برج البحري– الجزائر

☏: Tel-Fax : 021.87.10.51 -الفاكس : 021.87.16.89/ Web site : www.ets-salim.com

$$S_n=\frac{76}{9}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]-\frac{4}{3}(n+1)$$

$$\pi_n=(V_0\times V_1\times\ldots\times V_n)^3=\left[V_0^{n+1}q^{\frac{n(n+1)}{2}}\right]^3=\left(\frac{19}{3}\right)^{3n+3}\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3n(n+1)}{2}}$$

6) $P_n=\frac{19}{3}(n+1)=\frac{19}{3}n+\frac{19}{3}$

ومنه $(P_n)$ متتالية حسابية أساسها $r=\frac{19}{3}$ وحدها الأول $P_0=\frac{19}{3}$.

## التمرين 03 (04ن)

1) $Z_1=-\sqrt{3}-i,\quad Z_2=-\sqrt{3}+i$

2) $Z_1=2e^{i\frac{7\pi}{6}},\quad Z_2=\overline{Z}_1=2e^{-\frac{7\pi}{6}}$ أو $\left(Z_2=2e^{i\frac{5\pi}{6}}\right)$

3) $Z_1^{235}=2^{235}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$

$$Z_1^n=2^ne^{i\frac{7n\pi}{6}}=2^n\left[Cos\left(\frac{7n\pi}{6}\right)+iSin\left(\frac{7n\pi}{6}\right)\right]$$

$Z_1^n$ حقيقي موجب تماما يكافئ $\begin{cases}Sin\left(\frac{7n\pi}{6}\right)=0\\ Cos\left(\frac{7n\pi}{6}\right)>0\end{cases}$ ومنه $\frac{7n\pi}{6}=2\pi K/K\in N$ يكافئ $7n=12K$

يكافئ $n=12\left(\frac{K}{7}\right)$ يكون $n$ عددا طبيعيا إذا وفقط إذا كان $K$ يقبل القسمة على 7 أي $K=7\alpha$ حيث

$\alpha$ عدد طبيعي ومنه $n=12\left(\frac{7\alpha}{7}\right)$ ومنه $n=12\alpha$ إذن $n$ من مضاعفات العدد 12.

4) التحويل $T$ مكتوب على الشكل: $Z'=aZ+b$ حيث: $\begin{cases}a=e^{\frac{2\pi}{3}i}\\ b=0\end{cases}$

لدينا: 1) $a\in\mathbb{C}$ 2) $|a|=1$ من 1 و2 مع أن $T$ دوران.

العناصر المميزة: $T$ دوران مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب- $M_2T(M_1)$ يكافئ $Z_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}Z_1$ يكافئ $Z_2=-2$

$M_3T(M_2)$ يكافئ $Z_3=-2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ومنه $Z_3=1-\sqrt{3}i$.



حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☎

**التمرين04 :**

1) $\begin{cases} a=-2 \\ b=b \end{cases}$ ومنه $f(x)=2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}$

$\begin{cases} \alpha=2 \\ \beta=-1 \\ \gamma=1 \end{cases}$ ومنه $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$

2) أ- إشارة $h(x)$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\ln 2$ | | $\ln 2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e^x-2$ | | $-$ | \| | $-$ | 0 | $+$ | |
| $e^x-\dfrac{1}{2}$ | | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | |
| $h(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

ب-من أجل كل $x$ من $R^*$ : $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$

$$f'(x)=2-\frac{e^x}{(e^x-1)^2}=\frac{2(e^x-2)(e^x-\frac{1}{2})}{(e^x-1)^2}=\frac{h(x)}{(e^x-1)^2}$$

3) تغيرات الدالة $f$ : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}\right]=-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[2x-2+\frac{e^x}{e^x-1}\right]=+\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to0\\<}} f(x)=\lim_{\substack{x\to0\\<}}\left[2x-2+\frac{e^x}{e^x-1}\right]=-\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to0\\>}} f(x)=\lim_{\substack{x\to0\\>}}\left[2x-2+\frac{e^x}{e^x-1}\right]=+\infty$$

جدول تغيرات الدالة $f$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\ln 2$ | | $0$ | | $\ln 2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | \|\| | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-3-2\ln 2$ | ↘ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | ↘ | $2\ln 2$ | ↗ | $+\infty$ |



حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☎

4) $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{e^{x}-1}\right]=0$

ومنه المنحنى $(C)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ معادلته $y=2x-1$ بجوار $+\infty$.

$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{1}{e^{x}-1}\right]=0$ ومنه المنحنى $(C)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta')$ معادلته $y=2x-2$ بجوار $(-\infty)$.

5)

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | - | ‖ | + |

$x\in]0,+\infty[$ : المنحنى $(C)$ يقع فوق $(\Delta)$ .

6) من أجل كل $x$ من $R^{*}$ : $f(-x)+f(x)=-3$ ومنه المنحنى $(C)$ يقبل مركز تناظر $\omega(0,-\frac{3}{2})$ .

7) المناقشة بيانيا : $f(x)=m+1$ نضع $m'=m+1$ فنجد: $f(x)=m'$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(C)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=m'$

$m'\in]-\infty,-3-2\ln 2[$ : المعادلة تقبل حلين سالبين.

$m'=-32\ln 2 : m=-4-2\ln 2$ ، المعادلة تقبل حلا مضاعفا هو: $-\ln 2$ .

$m'\in]-3-2\ln 2,2\ln 2[$ : لا توجد حلول.

$m'=2\ln 2$ : $m=-1+2\ln 2$، المعادلة تقبل حل مضاعف هو $\ln 2$ .

$m'\in]2\ln 2,+\infty[$: المعادلة تقبل حلين موجبين.



حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏