

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقاط):

- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z حيث: $Z^2 - 2Z + 4 = 0$.
- 2) تعتبر في المستوى المركب النقطتين A و B وليكن $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$ و $Z_B = 1 - i\sqrt{3}$ لا حقيمتها على الترتيب. اكتب كلا من Z_A و Z_B على الشكل المثلثي ثم على الشكل الآسي.
- 3) نسمي T التحويل النقطي في المستوى المركب الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z' = e^{\frac{2\pi i}{3}} Z$.
- أ- عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل T .
- ب- نرصد C إلى صورة النقطة A بالتحويل T . عين الشكل الآسي للعدد المركب Z_C لاحقة النقطة C ثم استنتج شكله الجبري.

ج- اكتب العدد المركب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ على الشكل الجبري.

د- احسب طولها وعمدة العدد المركب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

هـ- بين أن النقطة B هي صورة النقطة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتحديد عناصره المميزة.

التمرين الثاني (4 نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, (P) المستوى ذو المعادلة:

$$-8x - 14y + z + 57 = 0 \quad \text{تعتبر النقط: } A(2,3,1), B(4,2,3), C(-1,5,5)$$

1) أ- تحقق أن النقطة A, B و C تعين مستويا.

ب- تحقق أن هذا المستوى هو (P) .

2) أ- بين أن المثلث ABC قائم.

ب- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من المبدأ ويعامد المستوى (P) .

ج- احسب المسافة HO حيث H المسقط العمودي للنقطة O على (P) .

د- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3) G مرجع الجملة المثقلة $\{(0,3), (A,1), (B,1), (C,1)\}$.

أ- عين وضعية G على المستقيم (LO) حيث L مركز ثقل المثلث ABC .

ب- عين طبيعة و عناصر المجموعة (E) للنقط M التي تحقق العلاقة: $\|3\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 12$

التمرين الثالث (4 نقاط):

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = \frac{3}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{2}{3-U_n}$

(1) احسب U_1 و U_2 .

(2) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n , $1 < U_n < 2$

(3) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n , $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$

- استنتج رتبة المتتالية (U_n) . ثم بين أنها متقاربة.

(4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $V_n = \frac{1 - U_n}{2 - U_n}$

ا- اثبت أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب- اكتب V_n بدلالة n .

ج- احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

د- احسب الجداء P بدلالة n : $P = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_{n-1}$

التمرين الرابع (8 نقاط):

(I) g هي الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + a + b \ln x$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1, -1)$ مماسا معامل توج يههه4

(2) نضع $a = -2$ و $b = 2$

ا- ادرس تغيرات الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0, +\infty[$, ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln x}{x}$. (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الطول 2 Cm).

(1) بين أن من اجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين أن المنحنى (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيينه, ثم ادرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) بين أن المنحنى (c_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) , ثم جد معادلة له.

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0.6 < x_1 < 0.7$ و $2.7 < x_2 < 2.8$

(5) نضع $\alpha = 1.25$, ارسم كلا من (Δ) , (T) و (c_f)

(6) لتكن h الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \alpha x^2 + \beta x - (\ln x)^2$

عين العددين الحقيقيين α و β حتى تكون h دالة أصلية للدالة f على $]0, +\infty[$

بالتوفيق

الصفحة 2/2

□ الإجابة النموذجية و سلم التقييم للموضوع رقم 2 شعبة: علوم تجريبية

العلامة	عناصر الإجابة	محاور الموضوع	
	التمرين الأول (4 نقاط):		
0.5	(1) $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$, $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$	الأعداد المركبة	
1	(2) $Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right]$ $Z_B = \bar{Z}_A = 2e^{-i\frac{\pi}{3}} = 2 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right]$		
0.5	(3) ا- دوران مركزه 0 و زاويته $\frac{2\pi}{3}$		
0.25	ب- $Z_C = 2e^{i\pi} = -2$		
0.5	ج- $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$		
0.75	د- $\arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}\right) = \frac{\pi}{3}$ و $\left \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}\right = 1$ المثلث ABC متقايس الاضلاع		
0.5	هـ- $Z_B - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_C - Z_A)$ و B صورة C بدوران R مركزه A و زاويه $\frac{\pi}{3}$		
	التمرين الثاني (04 نقاط):		
0.5	(1) ا- $\overrightarrow{AB} \neq K\overrightarrow{AC}$ حيث K عدد حقيقي فالشعاان \overrightarrow{ACB} غير مرتبطين خطيا		الهندسة الفضائية
0.5	و منه النقط A, B, C و C تعين مستويا.		
0.5	ب- المستوي (ABC) هو (P) .		
0.5	(2) ا- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ فالمثلث ABC قائم على A .		
0.5	ب- $(\Delta): \begin{cases} x = -8t \\ y = -14t \\ z = t \end{cases} \quad t \in R$		
0.25	ج- $\cdot OH = d_{(o,(P))} = \frac{57\sqrt{261}}{261}$		
0.1	د- $V = \frac{19}{2}$		
0.25	(3) ا- L مركز ثقل المثلث CBA و منه G مرجع الجملة $\{(O,3), (L,3)\}$ و منه G منتصف $[LO]$		
0.5	ب- مجموعة النقط (E) هي سطح كرة مركزها G و نصف قطرها 2.		

<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25+0.5</p>	<p style="text-align: center;"><u>التمرين الثالث (04 نقاط) :</u></p> <p>(1) $U_2 = \frac{6}{5}$, $U_1 = \frac{4}{3}$</p> <p>(2) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n, 1 < U_n < 2$</p> <p>(3) من اجل كل n من N : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n^2 - 3U_n + 2}{3 - U_n}$ و منه</p> <p>$U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$ لدينا من اجل كل n من N $1 < 3 - U_n < 2$ و</p> <p>$0 < U_n - 1 < 1$ و $-2 < U_n - 2 < 0$ و منه من اجل كل n من N $U_{n+1} - U_n < 0$ فالمتتالية (U_n) متناقصة تماما على N.</p> <p>- بما ان المتتالية (U_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فإنها متقاربة.</p> <p>(4) من اجل كل n من N : $V_{n+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - U_n}{2 - U_n} \right) = \frac{1}{2} V_n$ و منه (V_n) م هندسية أساسها $\frac{1}{2}$</p> <p>و حدها الأول $V_0 = -1$</p> <p>ب- من اجل كل n من N : $V_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$</p> <p>ج- $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = -2$, $S_n = 2 \left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1 \right)$</p>	<p>المتتاليات العددية</p>

0.25	$\cdot P = (-1)^n \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}} \quad -\text{د}$	
<p>0.5</p> <p>01</p> <p>0.25+0.5</p> <p>01</p> <p>0.5</p> <p>0.75</p> <p>01</p> <p>0.5+0.5</p> <p>01</p> <p>0.5</p>	<p style="text-align: center;"><u>التمرين الرابع (08 نقاط):</u></p> <p>(1) $a = -2$ و $b = 2$</p> <p>(2) ا- $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$ من اجل كل x من $]0, +\infty[$ $g'(x) = \frac{2}{x} + 2x$</p> <p>ب- مبرهنة القيم المتوسطة, إشارة $g(x)$</p> <p>(II) 1- من اجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$</p> <p>جدول تغيرات الدالة f</p> <p>(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-2)) = 0$ و منه المنحنى (c_f) يقبل مستقيم مائل (Δ) معادلته $y = x - 2$ بجوار $(+\infty)$.</p> <p>وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) :</p> <p>$x \in]0, 1[$: المنحنى (c_f) يقع فوق (Δ).</p> <p>$x \in]1, +\infty[$: المنحنى (c_f) يقع تحت (Δ).</p> <p>$(c_f) \cap (\Delta) = \{A(1, -1)\} : x = 1$</p> <p>(3) $f'(x_0) = 1$ يكافئ $x_0 = e$</p> <p>(4) مبرهنة القيم المتوسطة.</p> <p>(5) رسم المنحنى (c_f).</p> <p>(6) $\alpha = \frac{1}{2}$ و $\beta = -2$</p>	<p>الدوال اللوغاريتمية</p>