الاختبار التجريبي للفصل الثالث في مادة الرياضيات

المدة: 3سا و30د

الموضوع 2

التمرين 01: (05ن)

1) f دالة معرفة على R بـــ: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$

(D) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

(Δ) مستقيم معادلته: $y=x$.

أ- أنشئ (D) و (Δ).

ب- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية N بـــ: $U_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+\frac{1}{3}$.

- مثل على محور الفواصل الحدود التالية: U_0, U_1, U_2, U_3 وU_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ت- عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

ث- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2) أ) باستعمال الإستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n>\frac{2}{3}$.

ب)أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n). *ماذا تستنتج؟*

3) نعتبر المتتالية (V_n) *المعرفة من أجل كل عدد طبيعي* n *بالعلاقة:* $V_n=U_n-\frac{2}{3}$.

أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ، *واستنتج عبارة* U_n *بدلالة* n.

ج-*أحسب بدلالة* n *المجموع* S_n *حيث:* $S_n=U_0+U_1+\cdots+U_n$.

حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏

التمرين 02: (04ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $Z^2 - 2\sqrt{2}\,Z + 4 = 0$ نرمز بـــ Z_1 إلى الحل الذي جزؤه التخيلي موجب وبـــ Z_2 للحل الآخر.

2) أ- عيّن طويلة وعمدة كلا من Z_1 و Z_2.

ب-أحسب $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2$.

3) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط M_1 ,M_2,A التي لواحقها على الترتيب: $Z_A = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\,(1-i), \sqrt{2}(1+i)$.

أ) عين لاحقة النقطة M_3 صورة M_2 بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبة 3-.

ب)عيّن لاحقة النقطة M_4 صورة M_2 بالدوران R الذي مركزه o وزاويته $\left(\frac{-\pi}{2}\right)$.

ت)مثل النقط M_4, M_3, M_2, M_1, A في المعلم السابق.

ث)نضع $L = \frac{Z_3 - Z_1}{Z_4 - Z_1}$ ، أحسب L.

ج) لتكن النقطة I منتصف القطعة$[M_3M_4]$ ولنعتبر النقطة M_5 نظيرة النقطة M_1 بالنسبة إلى I . برهن أن النقط M_1, M_3, M_5 و M_4 تشكل مربعا.

التمرين 03: (04ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط A(1,-1, 3) , B(0,3,1), C(6,-7,-1), D(2,1,3), E(4,-6,2) .

1- أ- أثبت أن مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ هي النقطة E.

ب-استنتج (γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6\sqrt{2}$

2- أ- برهن أن النقط A,B,D تعين مستويا.

ب-أثبت أن المستقيم (EC) يعامد المستوي (ABD) .

ج-أكتب معادلة ديكارتية لـــ (ABD) .

3- أ-أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب-عين إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع (EC) و (ABD) .

4- أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (γ) متقاطعان، عيّن طبيعة تقاطعهما وعناصره المميزة.

التمرين04: (07ن)

I- نعتبر الدالة f المعرفة على R بـــ: $f(x) = 1 + (x-2)e^{-x+1}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- أدرس تغيرات الدالة f.

2- أحسب $f(1)$ واستنتج إشارة $f(x)$.

3- أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1.

4- بين أن (C) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

5- أحسب $f(0)$ ثم ارسم (D) و (C) .

II-نعتبر الدالة g المعرفة على R: $g(x) = x - 2 + (-x+1)e^{-x+1}$

1- أدرس تغيرات الدالة g .

2- ليكن (C') المنحنى الممثل للدالة g *في معلم متعامد ومتجانس* $(o,\vec{i},\vec{j})$ بيّن أن المنحنى (C') يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(+\infty)$.

3- أدرس وضعية (C') بالنسبة لـــ (Δ).

4- بيّن أن المعادلة $(x) = 0$ تقبل حليّن $\propto$ و β حيث $\alpha\in]0,1[$ و $\beta\in]2,3[$.

5- أحسب $g(0)$ *ثم ارسم المنحنى* (C') *في معلم آخر.*

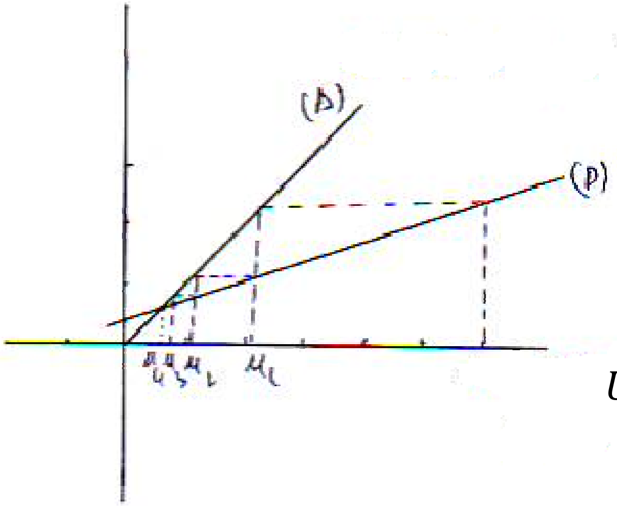
حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏

المستوى: **3ASS**

تصحيح البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع 01:



1)أ- إنشاء (Δ) و (D):

ب-التمثيل على محور الفواصل:

الحدود: U_0, U_1, U_2, U_3, U_4 (0.75ن)

ج- $(\Delta) \cap (D) = \left\{A\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$

د-المتتالية (U_n) متناقصة تماما على N ومتقاربة. (0.25ن)

2)أ- البرهان بالتراجع أن من أجل كل n من N : $U_n > \frac{2}{3}$

لتكن الخاصية P(n) المعرفة على N بـ: $U_n > \frac{2}{3}$

المرحلة الأولى: نتأكد أن P(n) صحيحة من أجل n=0 .

لدينا: $U_0 = 6$ ومنه $U_0 > \frac{2}{3}$ إذن P(0) صحيحة.

المرحلة الثانية: نفرض أن P(n) صحيحة أي

من أجل كل n من N: $U_n > \frac{2}{3}$ ونبرهن أن P(n+1)

صحيحة أي من أجل كل n من N : $U_{n+1} > \frac{2}{3}$

لدينا من اجل كل n من N : $U_n > \frac{2}{3}$ ومنه $\frac{1}{2}U_n > \frac{1}{3}$ يكافئ $\frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3} > \frac{2}{3}$

إذن من أجل كل n من N: $U_{n+1} > \frac{2}{3}$ ومنه P(n+1) صحيحة

من 1 و 2 نستنتج أن من أجل كل n من N : $U_n > \frac{2}{3}$.

ب-اتجاه تغير المتتالية (U_n) : من اجل كل n من N :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3} - U_n = -\frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3}$$

لدينا من أجل كل n من N : $U_n > \frac{2}{3}$ ومنه $\frac{-1}{2}U_n < \frac{-1}{3}$ يكافئ $\frac{-1}{2}U_n + \frac{1}{3} < 0$ ومنه

من اجل كل n من N : $U_{n+1} - U_n < 0$ فالمتتالية (U_n) متناقصة تماما على N .

الإستنتاج:

بما أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{2}{3}$ فإنها متقاربة.

3) أ- إثبات أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول:

(V_n) متتالية هندسية إذا وفقط إذا كان من اجل كل n من N :

$$V_{n+1} = q.V_n \quad q \in R^*$$

لدينا من أجل كل n من N: $V_n = U_n - \frac{2}{3}$ يكافئ $V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{2}{3}$

$$V_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}U_n - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}\left(U_n - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}V_n$$

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول: $V_0 = U_0 - \frac{2}{3} = 6 - \frac{2}{3}$

$$V_0 = \frac{16}{3}$$

ب-عبارة الحد العام U_n بدلالة n من أجل كل n من N : $V_n = V_0 q^n$

$$V_n = \frac{16}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

استنتاج عبارة U_n بدلالة n: من أجل كل n من N: $V_n = U_n - \frac{2}{3}$ ومنه $U_n = V_n + \frac{2}{3}$ من

اجل كل n من N : $U_n = \frac{16}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{3}$

ج-حساب U_n بدلالة n: $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

لدينا من أجل كل n من N: $U_n = V_n + \frac{2}{3}$ ومنه $U_0 = V_0 + \frac{2}{3}$

$$U_1 = V_1 + \frac{2}{3}$$

$$U_n = V_n + \frac{2}{3}$$

بالجمع طرف لطرف نجد: (عدد الحدود) $U_0 + U_1 + \cdots + U_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n + \frac{2}{3}$

$$S_n = V_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + \frac{2}{3}(n+1)$$

$$S_n = \frac{16}{3}\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}(n+1) = \frac{32}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] + \frac{2}{3}(n+1)$$

التمرين02: (04ن)

1- حل في C المعادلة: $Z^2 - 2\sqrt{2}\,Z + 4 = 0$. $D = -8 = 8i^2 = \left(2\sqrt{2}i\right)^2$

$S = \{\sqrt{2} + i\sqrt{2};\ \sqrt{2} - i\sqrt{2}\}$ $\quad Z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2},\quad Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

2-أ- طويلة وعمدة $_1$ و Z_2: $Z_2 = \left[2, \frac{\pi}{4}\right],\ Z_1 = \left[2, \frac{\pi}{4}\right]$

$$Z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}, \qquad Z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$$

ب-حساب $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2$: $\quad \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^2 = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2 = e^{i\pi}$

$$= Cos(\pi) + i\,Sin(\pi) = -1$$

3-أ-M_3 صورة M_2 يكافئ $Z_3 - Z_A = -3(Z_2 - Z_1)$ يكافئ

$$Z_3 = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$$

ب-M_4 صورة M_2 بالدوران R الذي مركزه o وزاويته $\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ ومنه: $M_4 = R(M_2)$

ومنه $Z_4 - Z_0 = e^{-i\frac{\pi}{2}}(Z_2 - Z_0)$ ومنه $Z_4 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

ج-تمثيل النقط: A, M_1, M_2, M_3, M_4

د- حساب L: $L = \frac{3 - Z_1}{Z_4 - Z_1}$ بالتعويض نجد: $L = -i$.

هـــ- إثبات أن النقط $M_1, M_3, _5$ و M_4 تشكل مربعا.

لدينا:

1- I منتصف $[M_3M_4]$ و I منتصف $[M_1M_5]$ لأن M_5 نظيرة M_1 بالنسبة إلى I فالقطران $[M_3M_4]$ و $[M_1M_5]$ متناصفان.

2- $|L| = 1$ يكافئ $\left|\frac{Z_3 - Z_1}{Z_4 - Z_1}\right|$ يكافئ $|Z_3 - Z_1| = |Z_4 - Z_1|$ يكافئ $M_1M_3 = M_1M_4$

3- $ArgL = \frac{-\pi}{2} + 2\pi K$ يكافئ $\overrightarrow{M_1M_3} \perp \overrightarrow{M_1M_4}$

من 1، 2، 3 نستنتج أن الرباعي M_1, M_3, M_5, M_4 مربع.

التمرين 03:

1-أ-إثبات أن مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ هي النقطة E

$$\begin{cases} x_E = \frac{2x_A - x_B + x_C}{2} = 4 \\ y_E = \frac{2y_A - y_B + y_C}{2} = -6 \\ z_E = \frac{2z_A - z_B + z_C}{2} = 2 \end{cases}$$

ومنه: E(4,-6,2) مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$

ب-استنتج مجموعة النقط (r) :

$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6\sqrt{2}$ يكافئ $\|2\overrightarrow{ME}\| = 6\sqrt{2}$ يكافئ $2ME = 6\sqrt{2}$

يكافئ $ME = 3\sqrt{2}$ مجموعة النقط (r) هي سطح كرة مركزها E(4,-6,2) ونصف قطرها $R = 3\sqrt{2}$

2-أ-إثبات أن النقط A,B,D تعيين مستويا:

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\+4\\-2\end{pmatrix}, \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

بما أن: $\frac{2}{4} \neq \frac{1}{-1}$ فإن $\vec{A} \neq K\overrightarrow{AD}$ حيث K عدد حقيقي فالشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ غير مرتبطان خطيا ومنه النقط A,B,D تعين مستويا.

ب-إثبات أن المستقيم (EC) يعامد المستوي (ABD) :

لدينا: $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{AB} = (2)(-1) + (-1) + (-1)(4) + (-3)(-2) = -2 - 4 + 6 = -6 + 6 = 0$

ومنه $1 \ldots \overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{AD} = (2)(1) + (-1)(2) + (-3)(0) = 2 - 2 = 0$$

ومنه $2 \ldots . \overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{AD}$

من 1 و 2 نستنتج أن $\vec{E}$ عمودي على المستوي (ABD) أي $(EC) \perp (ABD)$

ج-كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (ABD)

لدينا: $\overrightarrow{EC} \perp (ABD)$ ومنه $\vec{E}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي للمستوى (ABD)

لتكن $M(x, y, z)$ نقطة من الفضاء.

$M \in (ABD)$ يكافئ $\overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{AM}$ يكافئ $\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{AM} = 0$

لدينا: $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \\ z-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{AM} = 0$ يكافئ $2(x-1) + (-1)(y+1) + (-3)(z-3) = 0$

يكافئ $2x - 2 - y - 1 - 3z + 9 = 0$

ومنه $(ABD): 2x - y - 3z + 6 = 0$

3-أ- التمثيل الوسيطي للمستقيم (EC): لتكن $M(x, y, z)$ نقطة من الفضاء.

$M \in (EC)$ يكافئ $\overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{EC}$ مرتبطان خطيا يكافئ $\overrightarrow{EM} = t\overrightarrow{EC}$ حيث $t \in R$

لدينا: $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y+6 \\ z-2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EM} = t\overrightarrow{EC}$ يكافئ: $\begin{cases} x - 4 = 2t \\ y + 6 = -t \\ z - 2 = -3t \end{cases}$ ومنه

$$(EC): \begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t - 6 \quad t \in R \\ z = -3t + 2 \end{cases}$$

ب-إحداثيي النقطة F :

$(ABD) \cap (EC) = \{F\}$ يكافئ $\begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t - 6 \\ z = -3t + 2 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$

ومنه: $2(2t + 4) - (-t - 6) - 3(-3t + 2) + 6 = 0$

ومنه $4t + 8 + t + 6 + 9t - 6 + 6 = 0$ يكافئ $14t + 14 = 0$ يكافئ $t = -1$

ومنه $\begin{cases} x_F = 2 \\ y_F = -5 \\ z_F = 5 \end{cases}$ $\quad F(2,-5,5)$

4- إثبات أن (ABD) و (r) متقاطعان: لدينا المسافة بين المركز E والمستوي (ABD) هي:

$$d = \frac{|8+6-6+6|}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(-3)^2}} = \sqrt{14}$$

ولدينا: $R = 3\sqrt{2}$. بما أن $d < R$ فإن المستوي (ABD) وسطح الكرة (r) متقاطعان.

طبيعة تقاطعهما وعناصره المميزة: تقاطع (ABD) و (r) هو دائرة.

إيجاد إحداثيات المركز: هي نقطة تقاطع (ABD) مع (EC) ومما سبق نجد مركز الدائرة هي النقطة $F(2,-5,5)$

إيجاد نصف القطر r: لدينا: $R^2 = d^2 + r^2$ ومنه $r^2 = R^2 - d^2$

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{18-14} = \sqrt{4} = 2$$

إذن تقاطع (ABD) و (r) هو دائرة مركزها $F(2,-5,5)$ ونصف قطرها 2.

التمرين04: (07ن)

I- 1-دراسة تغيرات الدالة f .

النهايات: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} [1 + (x-2)e^{-x+1}] = -\infty$

لأن $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} (x-2) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x+1} = \lim\limits_{y \to +\infty} e^{y} = +\infty \end{cases}$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} [1 + (x-2)e^{-x+1}] = \lim_{x \to +\infty} [1 + xe^{-x+1} - 2e^{-x+1}] = 1$$

لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x}e = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{x} e = 0$

و $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x+1} = \lim\limits_{y \to -\infty} e^{y} = 0$

الإشتقاق: الدالة f قابلة للإشتقاق على R دالتها المشتقة هي f' حيث من أجل كل x من R :

$$f'(x) = e^{-x+1} + (-e^{-x+1})(x-2) = (1-x+2)e^{-x+1} = (3-x)e^{-x+1}$$

إشارة $'(x)$: من إشارة $(3-x)$ لأنه من اجل كل x R : $e^{-x+1} > 0$

$f'(x) = 0$ يكافئ $3 - x = 0$ ومنه $x = 3$

$f'(x) > 0 : x \in]-\infty, 3[$ فالدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty, 3]$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$3-x$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

$f'(x) > 0 : x \in]-\infty, 3[$ فالدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty, 3]$.

$f'(x) < 0 : x \in]3, +\infty[$ فالدالة f متناقصة تماما على المجال $[3, +\infty[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		0	$-$	
$f(x)$				$1+e^{-2}$		
	$-\infty$ ↗				↘	1

حساب $f(1)$: $f(1) = 0$

استنتاج إشارة $f(x)$: من جدول التغيرات نستنتج أن: $x \in]-\infty, 1[$: $f(x) < 0$

$x \in]1, +\infty[$: $f(x) > 0$

$x = 1$: $f(x) = 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

معادلة المماس (D) للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1:

$$(D): y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$f'(1) = 2 \quad , \quad f(1) = 0$$

$y = 2(x-1)$ يكافئ $y = 2x - 2$ $\qquad (D): y = 2x - 2$

إثبات أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها:

لدينا من أجل كل x من R : $f'(x)=(3-x)e^{-x+1}$

$$f'(x)=-e^{-x+1}+(e^{-x+1})(3-x)$$
$$=(-1-3+x)e^{-x+1}=(x-4)e^{-x+1}$$

إشارة $''(x)$: من إشارة $(x-4)$

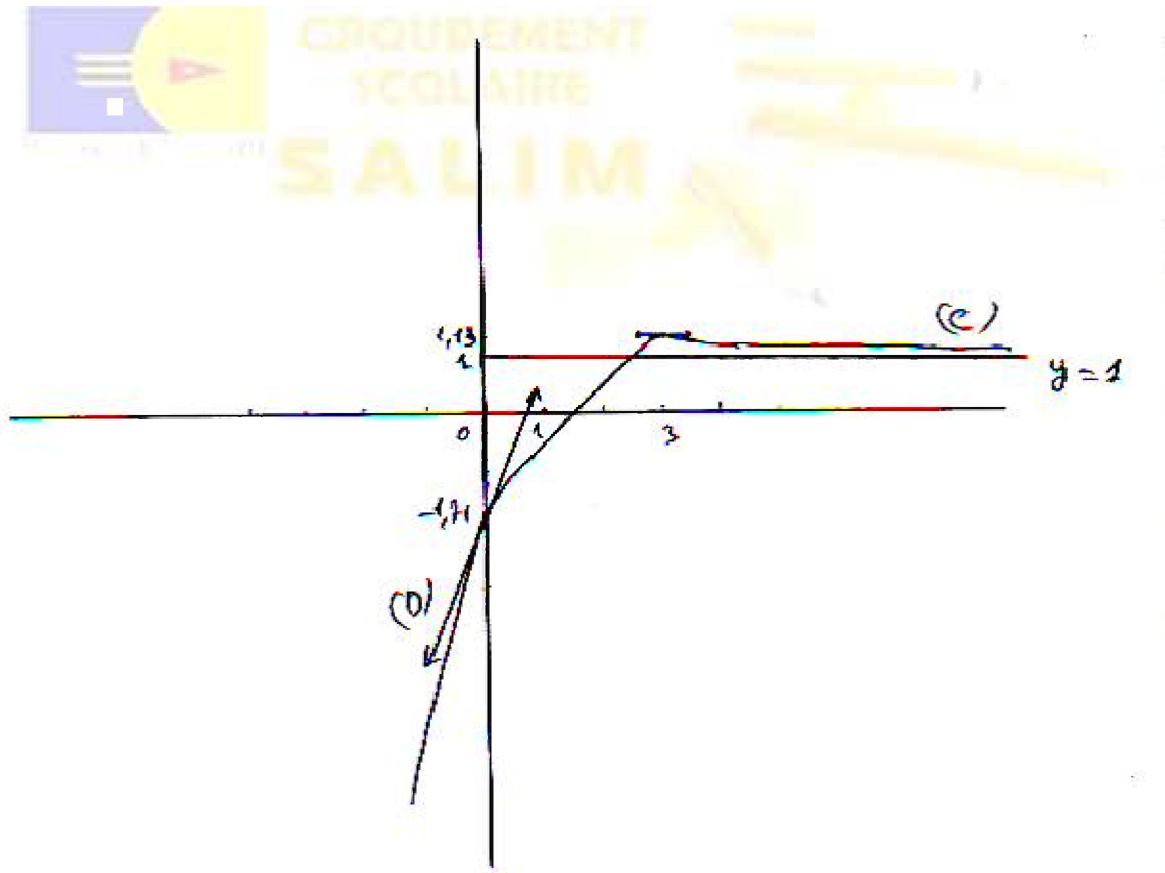
$f''(x)=0$ يكافئ $x-4=0$ يكافئ $x=4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

$f''(x)$ تنعدم عند $x_0=4$ وتغير إشارتها بجوار $x_0=4$ ومنه المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف $\omega(4,1+2e^{-3})$

$f(0)=1-2e$

رسم *(C)* و *(D)*



II-

دراسة تغيرات الدالة g : النهايات

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}[x-2+(-x+1)e^{-x+1}]$$

لأن

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}(x-2) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}(-x+1)e^{-x+1} = \lim\limits_{y\to-\infty} y\,e^{y} = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}[x-2+(-x+1)e^{-x+1}] = \lim_{x\to-\infty}\left[e^{-x+1}\left(\frac{x}{e^{-x+1}}-\frac{2}{e^{-x+1}}-x+1\right)\right]$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}[e^{-x+1}(xe^{x-1}-2e^{x-1}-x+1)]$$

$$= \lim_{x\to-\infty}[e^{-x+1}(exe^{x}-2e^{x-1}-x+1)] = +\infty$$

لأن

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x+1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x} = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{x-1} = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty}(-x+1) = +\infty \end{cases}$$

الإشتقاق: *من أجل كل* x *من* R:

$$g'(x) = 1+(-1)(e^{-x+1})+(-e^{-x+1})(-x+1) = 1+(-1+x-1)e^{-x+1}$$
$$= 1+(x-2)e^{-x+1} = f(x)$$

إشارة $'(x)$ *: من إشارة* $f(x)$

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

إثبات أن المنحنى (C') يقبل مستقيم متقارب مائل (Δ) بجوار $(+\infty)$

لدينا: $\lim_{x \to +\infty}[g(x) - (x - 2)] = \lim_{x \to +\infty}[(-x + 1)e^{-x+1}] = \lim_{y \to -\infty} ye^{y} = 0$

ومنه (C') يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x - 2$ بجوار $(+\infty)$

دراسة وضعية (C') بالنسبة لـ (Δ): ندرس إشارة الفرق $[g(x) - y]$

من أجل كل x من R: $g(x) - y = (-x + 1)e^{-x+1}$

إشارة الفرق من إشارة $(-x + 1)$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$g(x) - y$	+ 0 -

$(C'): x \in]1, +\infty[$ يقع تحت (Δ)

$(C') \cap (\Delta) = \{A(1, -1)\}$: $x = 1$

مبرهنة القيم المتوسطة.

$g(0) = -2 + e$

رسم (C'):