بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات دورة ماي 2014

شعبة: علوم تجريبية (3ASS) المدة: 03سا30

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4 نقاط):

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول Z: $(Z+4)(2Z^2+6Z+17)=0$

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$

النقط A, B و C لاحقاتها على الترتيب: $Z_A=-4$ و $Z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ و $Z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$

ا- عين Z_D و Z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A.

ب- عين (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=10\sqrt{2}$.

3- (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي, ذات اللاحقة Z حيث: $\arg(Z+4)=\frac{\pi}{4}$

تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2) , ثم عين المجموعة (Γ_2).

4- ا) احسب طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) استنتج أن النقطة B هي صورة النقطة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه و تحديد عناصره المميزة.

التمرين الثاني (4 نقاط):

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(1,-5,7)$. (p) و (p') مستويان حيث معادلة (p) هي:
$-2x+y+z-4=0$. المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (p') هي المبدأ O.

1- بين أن معادلة المستوي (p') هي : $x+y+z=0$

2- اثبت أن (p) و (p') متعامدان و اكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما (Δ).

3- ا) احسب المسافة بين النقطة B والمستوي (p) ثم المسافة بين النقطة B والمستوي (p')

ب) استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ)

4- اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و يعامد كل من (p) و (p')

5-من اجل عدد حقيقي t نعرف النقطة M باحداثييها حيث: $(t\in\Re)M(-\frac{4}{3},-t+\frac{4}{3},t)$.

ا) احسب بدلالة t المسافة BM

ب) نضع: $f(t)=BM$. ادرس تغيرات الدالة f و عين القيمة الحدية الصغرى ,فسر هندسيا القيمة المحصل عليها.

التمرين الثالث (4 نقاط):

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=12$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$ المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) ا- انشىء (D) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\Re$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x+3$ و المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$

ب- مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3

ج- ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟.

2) ا- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $4 \langle u_n \leq 12$

ب- تحقق أن المتتالية (u_n) متناقصة.

ج- هل (u_n) متقاربة ؟ برر إجابتك.

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $V_n=u_n-4$

ا- اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب- اكتب عبارة u_n بدلالة n,ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

التمرين الرابع (8 نقاط):

I) g دالة معرفة على $\Re$ بـ: $g(x)=1+xe^x$

ادرس تغيرات الدالة g و استنتج أن $g(x)\rangle 0$ من اجل كل عدد حقيقي x.

II) h دالة عددية معرفة على $\Re$ بـ: $h(x)=x+2+xe^x$

1) ادرس تغيرات الدالة h.

2) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1{,}69 \prec \alpha \prec -1{,}68$

3) استنتج إشارة $h(x)$.

III) f الدالة العددية المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2e^x}{1+xe^x}$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين انه من اجل كل x من $\Re$: $f'(x)=\frac{xe^xh(x)}{(1+xe^x)^2}$

2) ادرس تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$, ماذا تستنتج؟

4) بين أن $f(\alpha)=\alpha+\frac{\alpha}{\alpha+1}$, ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) انشىء المنحنى (C).

6) بين أن الدالة g حلا للمعادلة التفاضلية: $y''-y'+y=(x+1)e^x+1$

7) من اجل كل عدد حقيقي x نضع : $k(x)=x+(x-1)e^x$

احسب $k'(x)$. ماذا تستنتج؟

بالتوفيق

حي فعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

الإجابة	العلامة
1) حلول المعادلة هي: 4-، $\frac{-3}{2}+\frac{5}{2}i$ ، $\frac{-3}{2}-\frac{5}{2}i$	0.75
2) ا- $Z_D=\frac{-13}{2}-\frac{5}{2}i$ ، $Z_E=\frac{-13}{2}+\frac{5}{2}i$	0.5
ب- $MA=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ و منه $\left(\Gamma_1\right)$ دائرة مركزها A و نصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$	0.5
3) $\arg\left(Z_B+4\right)=\frac{\pi}{4}$ و منه $B\in\left(\Gamma_2\right)$ $\arg\left(Z_B+4\right)=\frac{\pi}{4}$ ومنه $\left(\vec{u},\overrightarrow{AM}\right)=\frac{\pi}{2}$ إذن $\left(\Gamma_2\right)$ هي نصف المستقيم $\left(AM\right)$ الذي يشمل B باستثناء النقطة A.	0.75
4) ا- $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}=i$ و منه $AB=AC$ ، $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)=\frac{\pi}{2}$	0.5.
فالمثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين	0.25
ب- $Z_B-Z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(Z_C-Z_A\right)$ و منه B صورة C بدوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$	0.75

التمرين الثاني:

الإجابة	العلامة
1) $\overrightarrow{OA}$ شعاع ناظمي للمستوي $\left(P_1\right)$ الذي يشمل 0 معادلته: $x+y+z=0$	0.25
2) $\vec{u}\left(-2,1,1\right)$ شعاع ناظمي لـ$\left(P\right)$ بما إن $\vec{u}.\overrightarrow{OA}=0$ فان $\left(p\right)$ و $\left(p'\right)$ متعامدان	0.25
التمثيل الوسيطي للمستقيم $\left(\Delta\right)$: $\begin{cases} x=\frac{-4}{3} \\ y=-t+\frac{4}{3} \quad t\in\Re \\ z=t \end{cases}$	0.5
3) ا- $d_{(B,(P))}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ، $d_{(B,(P'))}=\sqrt{3}$	0.25 + 0.25
ب- $d_{(B,(\Delta))}=\frac{\sqrt{51}}{3}$	0.5
4) معادلة المستوي (Q) :	0.5
5) ا- $BM=\sqrt{2t^2-\frac{80t}{3}+\frac{851}{9}}$	0.5
$f'(t)=\dfrac{2t-\frac{40}{3}}{\sqrt{2t^2-\frac{80t}{3}+\frac{851}{9}}}$	0.5
القيمة الحدية الصغرى هي: $\frac{\sqrt{51}}{3}$	0.25
و تمثل المسافة بين B و المستقيم $\left(\Delta\right)$	0.25

التمرين الثالث:

الإجابة	العلامة
1)أ-تمثيل المستقيمين	0.5
ب-تمثيل الحدود على محور الفواصل	0.5
ج- المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة تماما و متقاربة	0.5
2) أ-البرهان بالتراجع	0.5
ب- من اجل كل n من N: $u_{n+1}-u_n=\frac{3(1-u_n)}{4}$	0.5
لدينا $4\langle u_n\le 12$ و منه $-11\langle 1-u_n\le -3$ ومنه $1-u_n\langle 0$ ومنه $u_{n+1}-u_n\langle 0$ فالمتتالية $\left(u_n\right)$متناقصة تماما على N	0.5
ج- بما أن المتتالية متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فإنها متقاربة	0.5
3) ا- $\left(V_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول: $V_0=8$	0.25
ب- من اجل كل n من N: $u_n=8\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$	0.25
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$	0.5

التمرين الرابع:

I) $g'(x)=(x+1)e^x$ — 1

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	1	↘	$1-e^{-1}$	↗	$+\infty$

0.25

من جدول التغيرات نستنتج

انه من اجل كل x من $\Re$: $g(x)\rangle 0$

II) 1) $h'(x)=g(x)+e^x$ ومنه $h'(x)\rangle 0$ — 1.5

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$h'(x)$			+		
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

0.25

2) مبرهنة القيم المتوسطة — 0.25

3) إشارة $h(x)$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$h(x)$		-	0	+	

0.5

III) 1)حساب الدالة المشتقة — 1.5

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

3) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ و منه (C) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$ — +0.25 0.25

4)حساب $f(\alpha)$ و حصر $f(\alpha)$ — +0.25 0.25

5)إنشاء المنحنى (C) — 0.5

6)إثبات أن الدالة g حل للمعادلة التفاضلية — +0.25 0.25

7) $K'(x)=g(x)$

و منه K دالة أصلية للدالة g على $\Re$