الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشّعبية .

وزارة التّربية الوطنية — الدّيوان الوطني للامتحانات والمسابقات

إمتحان بكالوريا التّعليم الثانوي — دورة جوان 2015

الشّعبة : علوم تجريبية .

إختبار في مادّة الرياضيات — المدّة :03سا و 30 د

الموضوع الثّاني

التّمرين الأوّل : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ،

نعتبر النّقط $A\left(2;4;1\right)$ ، $B\left(0;4;-3\right)$ ، $C\left(3;1;-3\right)$ و $D\left(1;0;-2\right)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التّعليل في كلّ حالة من الحالات الآتية :

1) النّقط A ، B و C ليست في استقامية .

2) $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

3) النّقطة $E\left(3;2;-1\right)$ هي المسقط العمودي للنّقطة D على المستوي $\left(ABC\right)$.

4) المستقيمان $\left(AB\right)$ و $\left(CD\right)$ من نفس المستوي .

5) $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t-1 \ ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=-t-1 \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم $\left(CD\right)$.

6) يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النّقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\left\{\left(A;\alpha\right),\left(B;\beta\right)\right\}$.

التّمرين الثّاني : (05 نقاط) .

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النّقط A ، B و C التّي لاحقاتها على

التّرتيب z_A ، z_B و z_C حيث : $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-\left(z_A+z_B\right)$ ، ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A).

1) – أ) أكتب كلاّ من العددين z_B و z_C على الشّكل الأسّي .

- ب) استنتج أنّ النّقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة $\left(\gamma\right)$ يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

- جـ) أنشئ الدّائرة $\left(\gamma\right)$ والنّقط A ، B و C

2) – أ) تحقّق أنّ $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

- ب) استنتج أنّ المثلّث ABC متقايس الأضلاع وأنّ النّقطة O مركز ثقل المثلّث ABC .

- جـ) عيّن وأنشئ $\left(E\right)$ مجموعة النّقط M ذات اللاّحقة z حيث : $\left|z\right|=\left|z-\sqrt{3}-i\right|$.

3) – أ) عيّن زاوية للدّوران r الذي مركزه O ويحوّل A إلى C .

- ب) أثبت أنّ صورة $\left(E\right)$ بالدّوران r هي محور القطعة $\left[OB\right]$.

التّمرين الثّالث : (05 نقاط).

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

I) f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{4x+1}{x+1}$.

1) عيّن إتّجاه تغيّر الدّالة f على المجال $]0;+\infty[$.

2) ادرس وضعية (C_f) بالنّسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x$.

3) مثّل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$.

II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=5 \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases}$.

1) – أ) أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 ، v_0 ، v_1 ، v_2 و v_3 .

- ب) خمّن إتّجاه تغيّر وتقارب كلّ من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

2) – أ) أثبت أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$: $2\le u_n\le\alpha$ و $\alpha\prec v_n\le 5$ حيث : $\alpha=\dfrac{6+\sqrt{13}}{2}$.

- ب) استنتج إتّجاه تغيّر كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

3) – أ) أثبت أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}\le\dfrac{1}{3}(v_n-u_n)$.

- ب) بيّن أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$: $0\prec v_n-u_n\le\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$.

- جـ) أستنتج أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}(v_n-u_n)=0$ ثمّ حدّد نهاية كلّ من (u_n) و (v_n) .

<u>التّمرين الرّابع : (06نقاط) .</u>

I) الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقّق أن : $0,36\prec\alpha\prec 0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$ ،

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) – أ) بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

- ب) استنتج أنّ الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[-\alpha;+\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النّتيجة هندسيا .

4) أدرس وضعية (C_f) بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) الّذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$.

6) – أ) تحقّق أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

- ب) استنتج دالة أصلية للدّالة f على $\mathbb{R}$.