سلسلة مواضيع للمراجعة – (رياضيات)

السنة الثالثة : العلوم التجريبية . 2015

الموضوع رقم1.

التمرين الأول 5ن:

المستوي المركب منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس والمباشر $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

A ، B ، C هي النقط التي لواحقها علي الترتيب : $z_A=2$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=2+2i$.

نسمي T التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات اللاّحقة z ، النقطة M' ذات اللاّحقة z' حيث : $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z-2$.

1) – أ) عيّن الشكل الأسّي للعدد المركب z_B .

- ب) علّم في المعلم السابق النقطتين A و C ثمّ أنشئ النقطة B . (مع الشرح) .

2) – أ) عين الشكل الجبري للعدد المركب $z_{C'}$ حيث النقطة C' هي صورة النقطة C بالتحويل T .

- ب) برهن أنّ التحويل النقطي T دوران يطلب تحديد مركزه D ثمّ أنشئ بعد ذلك النقطة D .
علّم النقطة C' . (مع الشرح)

- جـ) اوجد الشكل الجبري للعدد المركّب $\dfrac{z_{C'}}{z_C}$.

- د) استنتج أنّ المثلث OCC' قائم ثمّ ، بالـ cm^2 ، أحسب مساحته .

- هـ) I هي النقطة المعرّفة بـ : $T\left(I\right)=O$.
عيّن لاحقة النقطة I .

3) نضع : $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان .

- أ) من أجل $z\neq 0$: عين بدلالة x و y الجزء الحقيقي والجزء التخيلي للعدد المركّب $\dfrac{z'}{z}$.

- ب) $\left(E\right)$ هي مجموعة النقط $M\left(x,y\right)$ التي من اجلها يكون المثلث OMM' قائم في O .

*) برر أن $\left(E\right)$ هي جزء من الدائرة $\left(C\right)$ المعرّفة بالمعادلة $\left(x-2\right)^2+y^2=4$.

*) أنشئ $\left(C\right)$ ثمّ وضّح المجموعة $\left(E\right)$.

التمرين الثاني 4ن:

الفضاء منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(0;4;1\right)$ ، $B\left(1;3;0\right)$ ، $C\left(2;-1;-2\right)$ و $D\left(7;-1;4\right)$.

1) برهن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2) $\left(\Delta\right)$ هو المستقيم الذي يشمل النقطة D و $\vec{u}\left(2;-1;3\right)$ هو شعاع توجيه له .

- أ) برهن أنّ المستقيم $\left(\Delta\right)$ عمودي علي المستوي $\left(ABC\right)$.

- ب) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

- جـ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

- د) عيّن إحداثيات النقطة H ، نقطة تقاطع المستقيم $\left(\Delta\right)$ والمستوي $\left(ABC\right)$.

3) $\left(P_1\right)$و$\left(P_2\right)$ هما المستويان المعرّفين بالمعادلتين $x+y+z=0$ و $x+4y+2=0$ علي الترتيب .

- أ) برهن أنّ $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ متقاطعان وفق مستقيم $\left(d\right)$.

- ب) تحقق أنّ الجملة $\begin{cases} x=-4t-2 \\ y=t \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=3t+2 \end{cases}$ هي تمثيل وسبطي للمستقيم $\left(d\right)$

- جـ) حدد وضع $\left(d\right)$ بالنسبة للـمستوي $\left(ABC\right)$

التمرين الثالث 3ن

f هي الدّالة المعرّفة علي المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f\left(x\right)=\left(2-\ln x\right)\ln x$.

$\left(C_f\right)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to\succ 0} f\left(x\right)$ ثمّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$

2) تحقق أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ $f'\left(x\right)=\dfrac{2\left(1-\ln x\right)}{x}$.

3) ادرس إشارة $f'\left(x\right)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدولا للتغيّرات.

4) بين أنّ $\left(C_f\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين A و B يطلب تعيينهما .

5) أنشئ $\left(C_f\right)$

التمرين الرّابع 8ن

f هي الدّالة المعرّفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $f\left(x\right)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$.

$\left(C\right)$ هو التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلي المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

(نأخذ $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=5cm$)

جزء 1 :

1) نعتبر الدالة h المعرّفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $h\left(x\right)=xe^x+1$.

أدرس إتّجاه تغيّر الدالة h ثمّ تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h\left(x\right)\succ 0$.

2) g هي الدالة المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $g\left(x\right)=x+2-e^x$.

- أ) عيّن نهايتي g عند $\left(-\infty\right)$ وعند $\left(+\infty\right)$.
- ب) ادرس إتجاه تغير الدالة g ثمّ شكّل جدولا للتغيرات .
- د) بيّن أنّ المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$.
- هـ) نسمّي α و β حلّي المعادلة $g\left(x\right)=0$ حيث $\alpha\succ\beta$.

برهن أنّ $1{,}14\prec\alpha\prec 1{,}15$.

- و) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ حسب قيم المتغيّر الحقيقي x .

جزء 2 :

1) أحسب نهايتي الدّالة f عند $\left(-\infty\right)$ وعند $\left(+\infty\right)$. فسّر بيانيا النتيجتين .

2) – أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'\left(x\right)=\dfrac{e^x.g\left(x\right)}{\left(xe^x+1\right)^2}$.

ب -) استنتج إتجاه تغيّر الدالة f ثمّ أنشئ جدول تغيّراتها.

3)) تحقق أنّ $f\left(\alpha\right)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ثمّ عيّن حصرا لـ $f\left(\alpha\right)$ سعته 10^{-2} (إعتمادا علي حصر α).

4) عيّن معادلة للماس $\left(T\right)$ للمنحني $\left(C\right)$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

5) – أ) أثبت أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $f\left(x\right)-x=\dfrac{\left(x+1\right)u\left(x\right)}{xe^x+1}$ مع $u\left(x\right)=e^x-xe^x-1$.

- ب)أدرس إتجاه تغيّر الدالة u ثمّ استنتج إشارة $u\left(x\right)$ في $\mathbb{R}$.
- جـ) استنتج ممّا سبق الوضع النسبي للمنحني $\left(C\right)$ والمستقيم $\left(T\right)$.

6) أنشئ $\left(T\right)$ ثمّ $\left(C\right)$.