المــوضـــوع رقـــم4.

التمرين الأوّل :

الفضاء منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النّقط $A\left(1;2;-3\right)$ ، $B\left(-3;1;4\right)$ ، $C\left(2;6;-1\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ حيث : $2x-y+z+3=0$ معادلة له .

أجب : إما " صحيح " وإمّا "خاطئ " ، مع التّبرير ، عن كلّ قضيّة من القضايا الآتية :

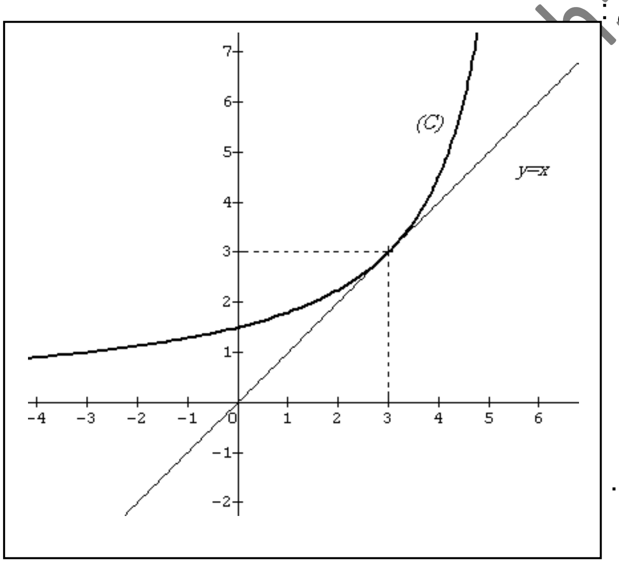
- 1) النّقط A ، B و C تعيّن مستويا .
- 2) إذا كانت النّقط A ، B و C تعيّن مستويا، فإنّ المستوي $\left(P\right)$ هو نفسه المستوي $\left(ABC\right)$.
- 3) $-2x+y-z-3=0$ هي معادلة للمستوي الّذي يشمل النّقطة A و $\vec{n}\left(2;-1;1\right)$ شعاع ناظمي له .
- 4) النّقطة $H\left(-1;1;0\right)$ هي المسقط العمودي للنّقطة $D\left(1;0;1\right)$ علي المستوي $\left(P\right)$.
- 5) المسافة بين النّقطة D والمستوي $\left(P\right)$ تساوي 3 .
- 6) المستقيم $\left(OB\right)$ محتوي في المستوي $\left(P\right)$.

التمرين الثّاني :

f هي الدّالة المعرّفة علي المجال $\left]-\infty;6\right[$ بـ : $f\left(x\right)=\dfrac{9}{6-x}$.

من أجل كلّ عدد طبيعي n ،نعرّف المتتالية $\left(u_n\right)$ كما يلي :

$$\begin{cases}u_0=-3\\ u_{n+1}=f\left(u_n\right)\end{cases}$$



الشّكل المقابل هو الـتّمثيل البياني $\left(C\right)$ للدّالة f والمستقيم $\left(\Delta\right)$ الّذي معادلته $y=x$.

1) أنقل بعناية الشّكل ثمّ علي حامل محور الفواصل علّم الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

2) ما هو تخمينك حول رتابة ونهاية المتتالية $\left(u_n\right)$.

3) – أ) أثبت أنّه إذا كان $x\prec 3$ فإنّ $f\left(x\right)\prec 3$.

- ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n\prec 3$.
- جـ) أدرس إتّجاه تغيّر المتتالية $\left(u_n\right)$.
- د) استنتج أنّ المتتالية $\left(u_n\right)$ تتقارب نحو عدد حقيقي l يطلب تعيينه .

4) نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ والمعرّفة علي $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$.

- أ) برهن أنّ المتتالية $\left(v_n\right)$ متتالية حسابية يطلب كتابة حدّها العامّ v_n بدلالة n .
- ب) جد عبارة الحدّ العام للمتتالية $\left(u_n\right)$ ثمّ تحقّق من قيمة l المحصّل عليها سابقا .

التّمرين الثّالث :

المستوي المركّب منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نضع : $a=\frac{-3+i}{1+i}$ ، $b=i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^3$ ، $c=\frac{-7+i}{1-3i}$.

1) – أ) أكتب كلّ عدد من الأعداد المركّبة a ، b و c علي شكله الجبري .

- ب) أحسب بعد ذلك طويلة كلّ من a ، b و c .

2) نعرّف من أجل كلّ عدد مركّب z ، كثير الحدود $p(z)$ حيث : $P(z)=z^3+z^2+3z-5$.

- أ) أحسب $P(b)$ ثمّ عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون :

من أجل كلّ عدد مركّب z : $P(z)=(z-1)(z^2+\alpha z+\beta)$.

- ب) حل بعد ذلك في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

3) A ، B و C هي النّقط التّي لواحقها علي التّرتيب : $z_A=-1+2i$ ، $z_B=1$ ، $z_C=-1-2i$.

- أ) أنشئ في المعلم السّبق النّقط A ، B و C .

- ب) S هو التّشابه المستوي المباشر الّذي مركزه B ، نسبته $\sqrt{2}$ وقيس زاويته $\frac{\pi}{4}$.

عيّن لاحقة النّقطة D حيث D هي صورة النّقطة A بواسطة S .

التمرين الرّابع :

نعتبر الدّالة f المعرّفة علي $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{4x^3-12x^2+9x}{(2x-1)^2}$.

نسمّي (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب غلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهايات الدّالة f عند حدود مجالي تعريفها .

2) عيّن العددين a و b بحيث يكون من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$: $f(x)=x+a+\frac{b}{(2x-1)^2}$.

3) – أ) احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]$ ثمّ فسّر بيانيا النتيجة المحصّل عليها .

- ب) أدرس الوضع النّسبي للمستقيم (d) الّذي معادلته $y=x-2$ والمنحني (C) .

4) – أ) بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$: $f'(x)=\frac{(2x-3)(4x^2+3)}{(2x-1)^3}$.

- ب) أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

5) – أ) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (Δ) للمنحنى (C) عند النّقطة ذات الفاصلة 0 .

- ب) عيّن نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل .

6) لتكن g الدّالة المعرّفة علي $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$ بـ : $g(x)=\frac{4|x|^3-12x^2+9|x|}{(2|x|-1)^2}$.

- أ) بيّن أنّ الدالة g دالّة زوجية .

- ب) أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

- جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة g ثمّ أرسم (C') منحني الدّالة g .