الموضوع رقم3.

التمرين الأوّل :

الفضاء منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط : $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ و $C(1;3;3)$ ..

1) ـ أ) بيّن أنّ النّقط A ، B ، C تحدّد مستويا.

- ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) والمعرّفين بالمعادلتين : $x-2y+2z+1=0$ و $x-3y+2z+2=0$ علي التّرتيب .

- أ) بيّن أن (P_1) و (P_2) متقاطعان .

نسمّي (Δ) المستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

- ب) بيّن أنّ النّقطة C هي نقطة من المستقيم (Δ) .

- جـ) تحقّق أنّ الشّعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ) .

- د) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

3) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (Δ) .

- أ) عيّن قيمة الوسيط التّي من أجلها يكون الشّعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين .

- ب) استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

التمرين الثّاني :

المستوي المركّب منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس والمباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر في مجموعة الأعداد $\mathbb{C}$ المركّبة كثير الحدود $f(z)$ والمعرّف بـ : $f(z)=z^2+2z+9$.

1) أحسب $f\left(-1+i\sqrt{3}\right)$.

2) – أ) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=5$.

- ب) أكتب حلّي هذه المعادلة علي الشّكل الأسّي.

3) ليكن λ عددا حقيقيا . نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=\lambda$.

عيّن مجموعة قيم λ التّي من أجلها يكون للمعادلة $f(z)=\lambda$ حلاّن مترافقين .

4) (F) هي مجموعة النّقط M ذات اللاّحقة z حيث : $|f(z)-8|=3$.

عيّن الطبيعة الهندسية والعناصر المميّزة للمجموعة (F) .

5) نضع : $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيّان .

- أ) أكتب $f(z)$ علي الشّكل الجبري (بدلالة x و y) .

- ب) نسمّي (E) مجموعة النّقط M من المستوي المركّب والتّي من أجلها يكون $f(z)$ عددا حقيقيّا .

برهن أنّ المجموعة (E) هي إتّحاد مستقيمين (D_1) و (D_2) يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما .

- جـ) عيّن إحداثيّات نقط تقاطع المجموعتين (E) و (F) .

التّمرين الثّالث :

جزء 1 :

f هي الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-\ln(x^2+1)$.

1) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=x$.

2) ادرس تغيّرات الدّالة f ثمّ شكّل جدولا للتّغيّرات .

3) استنتج أنّه إذا كان $x\in[0;1]$ فإنّ $f(x)\in[0;1]$.

جزء 2 :

نعرّف على مجموعة الإعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية (u_n) كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_n-\ln\left(u_n^2+1\right) \end{cases}$$

1) مستعينا بـ (C_f) ، التّمثيل البياني للدّالة f ، المرفق مع الموضوع والمنصّف الأوّل ، علّم على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) .

2) باستعمال مبدأ الإستدلال بالتّراجع ، أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$.

3) – أ) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

- ب) أستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

التمرين الرّابع :

f هي الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+3}$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) – أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

- ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب إعطاء معادلة له .

- جـ) أدرس الوضع النّسبي لـ (C_f) و (D) .

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) – أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$ حيث f' هي الدّالة المشتقّة للدّالة f .

- ب) أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

4) – أ) ماذا يمكنك أن تقول عن المماس (Δ_1) لـ (C_f) في النّقطة I ذات الفاصلة $\ln 3$ ؟

- ب) مستعينا باتّجاه تغيّر f ، أدرس الوضع النسبي لـ (Δ_1) و (C_f) .

5) – أ) بيّن أنّ معادلة المماس (Δ_2) في النقطة $C(0;1)$ هي : $y=\dfrac{1}{4}x+1$

- ب) حدّد الوضع النّسبي لـ (C_f) و (Δ_2) . (يمكنك استعمال f'' : $f''(x)=\dfrac{12\left(e^x-3\right)}{\left(e^x+3\right)^2}$) .

6) برهن أن النّقطة I هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

7) أنشئ في المعلم السّابق (D) ، (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) .