السنة الثالثة : العلوم التجريبية . 2015

الموضوع رقم5.

(الإمتحان التجريبي : الثّانوية الخاصّة: إبن رشد – باتنة)

التمرين الأوّل:4ن

(u_n) هي المتتالية المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \end{cases}$

1) أ) بالتّراجع برهن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 \prec u_n \leq 2$.

ب) أدرس إتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

جـ) استنتج أنّ ألمتتالية (u_n) متقاربة .

2) نعرّف من أجل كلّ عدد طبيعي n المتتالية (v_n) بـ : $v_n = \ln u_n - \ln 2$.

- أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) متتالية هندسية متقاربة نحو العدد 0 .

- ب) عبّر عن الحدّ العامّ للمتتالية (v_n) بدلالة n ثمّ استنتج عبارة الحدّ العامّ للمتتالية (u_n) .

- جـ) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟ (برّر).

التمرين الثّاني :5ن

المستوي المركّب منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z الآتية : $z^3 + 8 = 0$.

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كلّ z من $\mathbb{C}$: $z^3 + 8 = (z+2)(z^2 + az + b)$.

2) أ) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

ب) استنتج في $\mathbb{C}$ مجموعة حلول المعادلة $(iz - 1)^3 + 8 = 0$.

جـ) نضع $z_0 = 1 + i\sqrt{3}$: أحسب $\left(\frac{z_0}{2}\right)^3$ ثمّ استنتج $\left(\frac{z_0}{2}\right)^7$.

جزء2

A ، B و C هي النّقط التّي لواحقها علي التّرتيب : $z_A = -2$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 + i\sqrt{3}$.

النّقطة D هي منتصف $[OB]$ و R هو الدّوران الّذي مركزه O وقيس زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

1) أ) برهن أنّ $R(A) = B$ ، $R(B) = C$ و $R(C) = A$.

ب) استنتج أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع .

جـ) علّم النّقط A ، B ، C ، D في المعلم السّابق.

2) نعتبر النّقطة L حيث : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{OD}$

أ) عيّن z_L لاحقة النّقطة L ثمّ عمدة للعدد المركّب $\frac{z_L}{z_D}$.

ب) استنتج أنّ المستقيم (OL) عمودي على المستقيم (OD) وعلى المستقيم (AL) .

التّمرين الثّالث :4,5ن

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النّقط $A\left(3;2;-2\right)$ ، $B\left(6;1;5\right)$ ، $C\left(6;2;-1\right)$ و $D\left(0;4;-1\right)$.

1) بيّن أنّ المثلّث ABC قائم .

2) - أ) بيّن أنّ النّقط B ، C ، D تحدّد مستويا .

- ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي $\left(BCD\right)$.

3) – أ) برهن أنّ المستقيم $\left(AD\right)$ عمودي علي المستوي $\left(ABC\right)$.

- ب) استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

4) بيّن أنّ $\widehat{BDC} = 45^0$.

5) أحسب المسافة بين النّقطة A والمستوي $\left(BDC\right)$.

6) $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ هما المستويان المعرّفان بالمعادلتين : $x+y+z-3=0$ ، $x-z-1=0$ علي التّرتيب .

برهن أنّ $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ متقاطعان وفق مستقيم $\left(\Delta\right)$ يطلب إعطاء تمثيل وسيطي له .

التّمرين الرّابع :6,5 ن

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث واحدة الأطوال هي $2cm$.

جزء 1 :

نعرّف علي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ الدّالة g بـ : $g\left(x\right)=1-\left(x^2-2x+2\right)e^{-x}$.

1) ادرس نهايتي الدّالة g عند $\left(-\infty\right)$ وعند $\left(+\infty\right)$.

2) أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدولا للتغيّرات .

3) –أ) برهن أنّ المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α وأنّ $0,35\leq\alpha\leq0,36$

- ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ وذلك حسب قيم x .

جزء 2 :

f هي الدّالة المعرّفة علي $\mathbb{R}$ كما يلي : $f\left(x\right)=x-1+\left(x^2+2\right)e^{-x}$.

$\left(C\right)$ هو التّمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم السّابق .

1) إعتمادا علي الجزء 1 ، أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة f .

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ثمّ أنشئ جدول تغيّرات الدّالة f .

3) – أ) برهن أنّ $f\left(\alpha\right)=\alpha\left(1+2e^{-\alpha}\right)$.

- ب) جد حصرا للعدد $f\left(\alpha\right)$ انطلاقا من حصر α .

4) برهن أنّ المستقيم $\left(D\right)$ الّذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب للمنحني $\left(C\right)$ عند $\left(+\infty\right)$.

- تحقّق أن $\left(C\right)$ يقع اعلي $\left(D\right)$.

5) - أ) بيّن أنّه توجد نقطة A من $\left(C\right)$ يكون فيها المماس $\left(T\right)$ عموديا علي المستقيم $\left(D\right)$

- ب) أكتب معادلة ديكارتية للمماس $\left(T\right)$.

6) أنشئ في المعلم السّابق $\left(D\right)$ ، $\left(T\right)$ و $\left(C\right)$.

7) – أ) برهن أنّ الدّالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h\left(x\right)=\left(-x^2-2x-4\right)e^{-x}$ هي إحدى الدّوال الأصلية على $\mathbb{R}$ للدّالة $x\mapsto\left(x^2+2\right)e^{-x}$.

- ب) عيّن الدّالة الأصلية F للدّالة f علي $\mathbb{R}$ والتي تحقّق $F\left(0\right)=0$.