التمرين 1 :

g هي الدالة المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^x-xe^x+1$

نسمي (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم فسر بيانيا هذه النتيجة .

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدولا للتغيرات .

3) أ) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

ب) برر ما يلي : $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$.

جـ) برهن أن $e^\alpha=\dfrac{1}{\alpha-1}$.

4) أ) عين إشارة $g(x)$ وذلك حسب قيم المتغير الحقيقي x .

ب) فسر هندسيا هذه النتيجة .

5) أنشئ (C_g) في المعلم السابق .

6) m وسيط حقيقي .

لتكن في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x)=m$.

أ) ما هو المفهوم الهندسي لهذه المعادلة ؟

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x)=m$.

ما ورد في التمرين :

1) التزايد المقارن للدالتين : $x\mapsto e^x$ و $x\mapsto x^n$.

2) التفسير البياني لنهاية .

3) مبرهنة القيم المتوسطة .

4) تحديد إشارة دالة من خلال جدول تغيراتها .

5) المناقشة البيانية لمعادلة من الشكل : $g(x)=m$.

الحل المفصل :

1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم نفسر بيانيا هذه النتيجة .

$$\begin{cases} e^x \to 0 \\ xe^x \to 0 \end{cases} ; \quad \lim_{x\to-\infty} g(x)=1 .$$

بيانيا : في جوار $(-\infty)$ المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب لـ (C_g) .

ب) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

$$\begin{cases} e^x \to +\infty \\ xe^x \to +\infty \end{cases} ; \quad \lim_{x\to+\infty} g(x)=? .$$

لدينا حالة عدم التعيين من الشكل $(+\infty-\infty)$.

نزيل هذه الحالة .

نلاحظ أنه يمكن كتابة $g(x)$ علي الشكل : $g(x)=e^x(1-x+\dfrac{1}{e^x})$.

بالانتقال إلي النهاية نجد :

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} e^x\left(1-x+\frac{1}{e^x}\right)$$

$$=-\infty \; ; \; \begin{cases} e^x \to +\infty \\ (1-x)\to-\infty ; \dfrac{1}{e^x}\to 0 \end{cases}$$

2) دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدولا للتغيرات .

نذكر بالتزايد المقارن للدالتين $x\mapsto e^x$ و $x\mapsto x^n$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0^+$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^n}{e^x}=0$.

* الدالة $x \mapsto xe^x$ هي جداء الدالتين $x \mapsto x$ و $x \mapsto e^x$. لتعيين دالتها المشتقة ، نطبق المبرهنة المتعلقة بمشتق جداء دالتين .

* (الدالة المشتقة وإشارتها .

الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$$g'(x) = e^x - (1 \times e^x + xe^x)$$

$$= e^x - e^x - xe^x$$

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = -xe^x$.

* (إشارة $g'(x)$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $e^x \succ 0$ وعليه : إشارة $g'(x)$ من إشارة x .

هذه الإشارة كما يلي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
		$+$	0	$-$	

* (جدول تغيرات الدالة g كما يلي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

$$g(0) = e^0 + 1$$

$$= 2$$

3) أ) نبرهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

من خلال جدول تغيرات الدالة g نلاحظ ما يلي :

* (الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ وتأخذ قيمها في المجال $]1;2]$. $0 \notin]1;2]$ وعليه :

المعادلة $g(x) = 0$ لا تقبل حلا في المجال $]-\infty;0]$ . ... (1)

* (وبالمثل : g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

$g([0;+\infty[) =]-\infty;2]$ و $0 \in]-\infty;2]$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة :

المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في الجال $[0;+\infty[$ .. (2).

من (1) و (2) نستنتج أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

ب) نبرر ما يلي : $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$.

لدينا ما يلي :

$g(1,27) \simeq 0,038$ ، $g(\alpha) = 0$ ، $g(1,28) \simeq -0,007$.

نلاحظ أن : $g(1,27) \succ g(\alpha) \succ g(1,28)$.

بما أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ فهي لا تحفظ الترتيب .

إذا : $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$.

* دالة تحفظ الترتيب يعني ان السوابق وصورها بواسطة هذه الدالة تكون في نفس الترتيب

جـ) نبرهن أن $e^\alpha = \dfrac{1}{\alpha - 1}$.

∝) حل للمعادلة $g(x) = 0$) معناه ($g(\alpha) = 0$)

معناه ($e^\alpha - \alpha e^\alpha + 1 = 0$)

معناه ($e^\alpha(1-\alpha) = -1$)

معناه ($e^\alpha = \dfrac{1}{\alpha - 1}$) .

4) أ) تعيين إشارة $g(x)$ حسب قيم المتغير x .

اعتمادا على جدول تغيرات الدالة g وبما أن $g(\alpha)=0$ فإن إشارة $g(x)$ تكون كما يلي :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
		$-$	0	$+$	

ب) نفسر بيانيا هذه النتيجة :

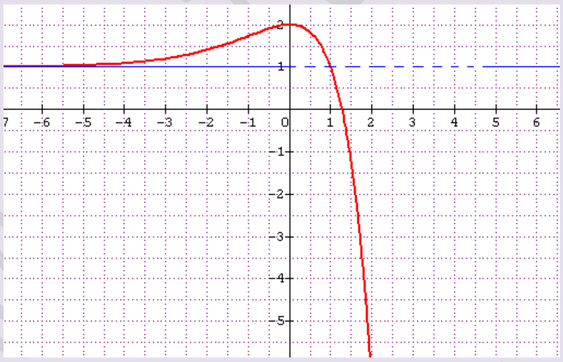
اعتمادا على إشارة الدالة g على مجموعة تعريفها $\mathbb{R}$ ينتج ما يلي :

* على المجال $]-\infty;\alpha[$: (C_g) أسفل حامل محور الفواصل .

*(C_g) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α .

*(C_g) أسفل حامل محور الفواصل في المجال $]\alpha;+\infty[$.

5) إنشاء (C_g) .



6) أ) المفهوم البياني للمعادلة $g(x)=m$.

بيانيا حلول المعادلة $g(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع التمثيل البياني (C_g) مع المستقيم (d_m) والذي معادلته $y=m$.

(d_m) مستقيم متغير لكنه يحتفظ بمنحى ثابت .

لكون معامل توجيهه معدوما ، (d_m) يوازي حامل محور التراتيب .

ب) نناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x)=m$.

المناقشة تكون كما يلي :

*) $m\in]-\infty;0[$:يوجد حل واحد موجب .

*) $m=0$: ((d_m) ينطبق على حامل محور الفواصل) .يوجد حل وحيد وهو $x=\alpha$.

*) $m\in]0,1[$ للمعادلة حل وحيد موجب .

*) $m=1$: ((d_m) ينطبق على المستقيم المقارب). الحل هو $x=1$.

*) $m\in]1,2[$: يوجد حلان من إشارتين مختلفتين .

*) $m=2$: يوجد حل مضاعف وهو $x=0$.

*) $m\in]2,+\infty[$: لا توجد حلول .

إشارة دالة على مجال تمكننا من تحديد الوضع النسبي لمنحنيها و حامل محور الفواصل

عموما : قبل ان نبدأ في المناقشة البيانية لمعادلة من الشكل $g(x)=m$ نبدأ أولا بتحديد تراتيب الذروات إن وجدت وترتيب النقطة المشتركة بين (C_g) وحامل محور التراتيب وأخيرا المستقيمات المقاربة الأفقية (إن وجدت) .

في التمرين :

*) إحداثيا الذروة هي : $(0,2)$.

*) $y=1$ معادلة مستقيم مقارب

المناقشة ، باختصار:

1) $m\le 1$: حل واحد موجب .

2) $1\prec m\prec 2$: يوجدحلان من إشارتين مختلفتين .

3) $m=2$: حل مضاعف .

4) $m\succ 2$: لا توجد حلول

التمرين 2 :

f هي الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$.

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث واحدة الأطوال هي $2cm$.

نسمي (Δ) المستقيم المعرف بالمعادلة $y=2x-2$.

1) أ) أدرس نهاية الدالة f عند $(+\infty)$.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

2) أ) احسب $f'(x)$ ثم بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$:

$f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$.

ب) استنتج أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)\geq 0$.

جـ) أحسب $f(0)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f ؤ.

3) أنشئ بعناية (Δ) و (C) في المعلم السابق .

4) أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة A - يطلب تعيينها - من (C) يكون فيها المماس (T) موازيا لـ (Δ) .

ب) أنشئ (T) في المعلم السابق .

ما ورد في التمرين :

1) دراسة الوضع النسبي لمنحن ومستقيم .

2) المماس لمنحن في نقطة منه .

الحل المفصل :

1) أ) دراسة نهاية الدالة f عند $+\infty$

$$\begin{cases}(x-1)\to+\infty\\(2-e^{-x})\to 2\ ;e^{-x}\to 0\end{cases};\quad \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

ب) ندرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

لهذا ندرس في المجال $[0;+\infty[$ إشارة الفرق : $[f(x)-(2x-2)]$.

لدينا : $[f(x)-(2x-2)]=(x-1)(2-e^{-x})-(2x-2)$

$=(x-1)(2-e^{-x})-2(x-1)$

$=(x-1)(2-e^{-x}-2)$

من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $[f(x)-(2x-2)]=-e^{-x}(x-1)$.

إشارة الفرق $[f(x)-(2x-2)]$ من إشارة الجداء $-e^{-x}(x-1)$.

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $e^{-x}\succ 0$ وبالتالي : إشارة الفرق هي إشارة العبارة $-(x-1)$.

هذه الإشارة ممثلة في الشكل الآتي :

x	0		1		$+\infty$
		+	0	−	

الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) يكون كما يلي :

1) على المجال $[0,1[$: (C) أعلى (Δ) .

2) (C) و (Δ) يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتين $(1,0)$.

3) على المجال $]1;+\infty[$: (C) أسفل (Δ) .

لاحظ ما يلي :

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(2x-2)]=\lim_{x\to+\infty}[-e^{-x}(x-1)]=\lim_{x\to+\infty}\left[-\left(\frac{x}{e^{x}}-\frac{1}{e^{x}}\right)\right]=0$$

وعليه :

في جوار $+\infty$: المستقيم (Δ) مستقيم مقارب لـ (C)

2) أ) حساب $f'(x)$ ثم إثبات انه من أجل كل $x \geq 0$:

$f'(x) = xe^{-x} + 2(1-e^{-x})$.

لدينا ومن أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$:

$$f'(x) = 1\times(2-e^{-x}) + (x-1)e^{-x}$$
$$= 2-e^{-x} + xe^{-x} - e^{-x}$$
$$= xe^{-x} + 2 - 2e^{-x}$$

$f'(x) = xe^{-x} + 2(1-e^{-x})$.

ب) استنتاج أنه من أجل كل $x \geq 0$: $f'(x) \geq 0$.

من أجل كل $x \geq 0$:

$\begin{cases} xe^{-x} \geq 0 \\ (1-e^{-x}) \geq 0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} xe^{-x} \geq 0 \\ 2(1-e^{-x}) \geq 0 \end{cases}$

بالجمع طرفا لطرف نجد : $xe^{-x} + 2(1-e^{-x}) \geq 0$. وعليه :

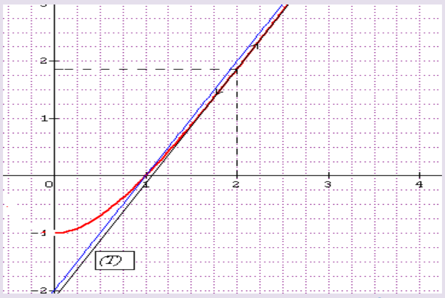
من أجل كل $x \geq 0$: $f'(x) \geq 0$.

جـ) حساب $f(0)$ ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة f .

$$f(0) = (0-1)(2-e^0)$$
$$= -1$$

جدول تغيرات الدالة f يكون كما يلي :

x	0	∞
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	-1 ↗	$+\infty$



4) أ) نبين أنه توجد نقطة وحيدة A يكون فيها المماس موازيا لـ (Δ) .

لهذا نبين أن المعادلة $f'(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[0;+\infty[$.

$f'(x) = 2$ معناه $xe^{-x} + 2(1-e^{-x}) = 2$

معناه $e^{-x}(x-2) = 0$

معناه $x = 2$.

للمعادلة $f'(x) = 2$ حل وحيد وبالتالي توجد نقطة وحيدة A من (C) فاصلتها 2 يكون فيها المماس (T) يوازي المستقيم (Δ) .

$A(2, f(2))$ أي $A(2, 2-e^{-2})$.

ب) إنشاء (T) في المعلم السابق

(أنظر الشكل) .

*) (T) يوازي (Δ)

معناه

لـ (T) و (Δ) نفس معامل التوجيه .

*) معامل توجيه مماس لمنحن في النقطة التي فاصلتها x_0 هو العدد المشتق $f'(x_0)$

التمرين 3 :

f هي الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=x+\dfrac{2e^x-1}{e^x+1}$.

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0;\vec{i};\vec{j})$.

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=x-1+\dfrac{b}{e^{-x}+1}$ و $f(x)=x+2+\dfrac{a}{e^x+1}$.

2) أحسب نهايتي الدالة f عند $(-\infty)$ وعند $(+\infty)$.

3) أ) أستنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تحديد معادلة لكل منهما .

ب) حدد وضع (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدولا للتغيرات .

5) برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ وأن $-0,29\prec\alpha\prec-0,28$.

6) تحقق أن النقطة $I\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

7) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) لـ (C_f) عند النقطة I .

8) أنشئ في المعلم السابق (T) و (C_f) .

الحل المفصل :

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b

*) من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=x+\frac{2\left(e^x+1\right)-3}{e^x+1}$$
$$=x+\frac{2\left(e^x+1\right)}{e^x+1}-\frac{3}{e^x+1}$$
$$=x+2-\frac{3}{e^x+1}$$

أي $a=-3$

*) من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=x-1+\frac{2e^x-1}{e^x+1}+1$$
$$=x-1+\frac{3e^x}{e^x+1}$$
$$=x-1+\frac{3e^x}{e^x\left(1+e^{-x}\right)}$$
$$=x-1+\frac{3}{e^{-x}+1}$$

أي $b=3$.

2) حساب نهايتي الدالة f عند $(-\infty)$ وعند $(+\infty)$

ما ورد في التمرين :

1) المستقيمان المقاربان للتمثيل البياني لدالة .

2) مبرهنة التقابل ومبرهنة القيم المتوسطة .

3) مركز التناظر للتمثيل البياني لدالة .

يمكن إتباع الطريقة الآتية :

$$x+2+\frac{a}{e^x+1}=x+\frac{2e^x+2+a}{e^x+1}$$

في هذه الحالة :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$x+\frac{2e^x-1}{e^x+1}=x+2+\frac{a}{e^x+1}$$

معناه

$$x+\frac{2e^x-1}{e^x+1}=x+\frac{2e^x+2+a}{e^x+1}$$

معناه

$$2+a=-1$$

معناه

$a=-3$.

وبطريقة مماثلة ، نعين b

*) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[x-1+\frac{3}{e^{-x}+1}\right]$

$$= -\infty \;;\; \begin{cases}(x-1)\to-\infty \\ \frac{3}{e^{-x}+1}\to 0 \;;(e^{-x}+1)\to+\infty\end{cases}$$

*) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[x+2-\frac{3}{e^{x}+1}\right]$

$$= +\infty \;;\; \begin{cases}(x+2)\to+\infty \\ \frac{3}{e^{x}+1}\to 0 \;;\;(e^{x}+1)\to+\infty\end{cases}$$

3) أ) إستنتاج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين.

حسب ما سبق :

* $\begin{cases} f(x) = x-1+\frac{3}{e^{-x}+1} \\ \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3}{e^{-x}+1}\right)=0\end{cases}$ وعليه :

في جوار $(-\infty)$ المستقيم $(\Delta): y = x-1$ مستقيم مقارب لـ (C_f)

ثم :

$\begin{cases} f(x) = x+2-\frac{3}{e^{x}+1} \\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3}{e^{x}+1}\right)=0\end{cases}$ وعليه :

المستقيم $(\Delta'): y = x+2$ مستقيم مقارب لـ (C_f) في جوار $(+\infty)$.

ب) تحديد وضع (C_f) بالنسبة إلي كل من (Δ) و (Δ')

*) بالنسبة إلي (Δ).

ندرس في $\mathbb{R}$ إشارة الفرق $[f(x)-(x-1)]$.

لدينا: $[f(x)-(x-1)] = \frac{3}{e^{-x}+1}$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $[f(x)-(x-1)] \succ 0$

وعليه : (C_f) أعلي (Δ) .

*) بالنسبة إلي (Δ') .

ندرس في $\mathbb{R}$ إشارة الفرق $[f(x)-(x+2)]$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $[f(x)-(x+2)] = -\frac{3}{e^{x}+1} \prec 0$

ومنه : (C_f) أسفل (Δ').

4) دراسة إتجاه تغير f وتشكيل جدولا للتغيرات

* الدالة f قابلة للإشتقاق علي $\mathbb{R}$ ولدينا :

إذا أعطيت عبارة دالة علي الشكل أو أمكن كتابتها علي الشكل :

$f(x) = (ax+b)+g(x)$

حيث : $\lim_{|x|\to+\infty} g(x) = 0$

فإن النتيجة البيانية كالآتي:

في جوار $+\infty$ (أو في جوار $-\infty$)

المستقيم الذي معادلته $y = ax+b$

مستقيم مقارب لـ (C_f) .

لاحظ أن

$\lim_{|x|\to+\infty} g(x) = \lim_{|x|\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]$

* (من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$e^{-x}+1 \succ 0$

* (من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$e^{x}+1 \succ 0$

$$f'(x)=1+\frac{2e^x\left(e^x+1\right)-e^x\left(2e^x-1\right)}{\left(e^x+1\right)^2}$$

$$=1+\frac{3e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$$

نلاحظ انه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)\succ 0$.

الدالة f متزايدة تماما علي $\mathbb{R}$.

جدول تغيرات f كما يلي :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

5) البرهان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن $-0,29\prec\alpha\prec-0,28$

*) من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما علي $\mathbb{R}$ وتأخذ قيمها في $\mathbb{R}$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة : المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

*) حصر α

لدينا :

$f(-0,29)\approx-0,059$ ، $f(\alpha)=0$ ، $f(-0,28)\approx 0,113$ نلاحظ ما يلي :

$$f(-0,29)\prec f(\alpha)\prec f(-0,28)$$

بما آن الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما فهي تحفظ الترتيب وبالتالي :

$-0,29\prec\alpha\prec-0,28$.

6) نتحقق أن النقطة $I\left(0,\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f).

لدينا :

من جهة :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $-x\in\mathbb{R}$

من جهة أخري :

$$f(-x)+f(x)=\frac{2e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\frac{2e^x-1}{e^x+1}$$

$$=\frac{2-e^x}{e^x+1}+\frac{2e^x-1}{e^x+1}$$

$$=2\left(\frac{1}{2}\right)$$

مما سبق ، نستنتج أن النقطة I مركز تناظر لـ (C_f)

7) كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة I .

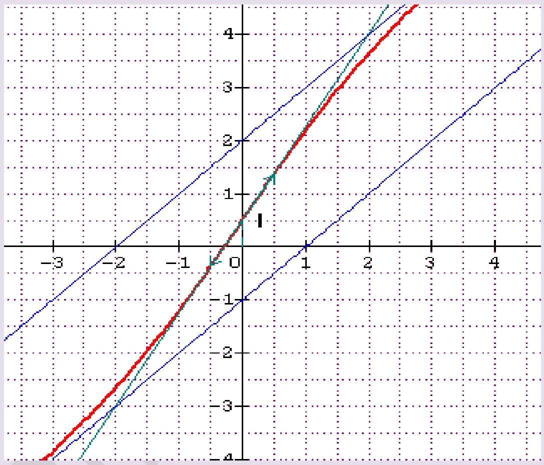
معادلة المماس (T) معطاة بالعلاقة :

$$y=f'(0)x+f(0)$$

بما أن :

$$\begin{cases} f'(0) = \frac{7}{4} \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$ ينتج :

$(T): y = \frac{7}{4}x + \frac{1}{2}$.



لاحظ أنّ المماس (T) يخترق المنحني في النقطة $I\left(0, \frac{1}{2}\right)$.
النقطة I هي إذا نقطة انعطاف

التمرين 4 :

f هي الدالة المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + \frac{4}{e^x + 1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x \to -\infty}$.

ب) بين أن المستقيم (d_1) ذا المعادلة $y = 2x + 4$ مستقيم مقارب لـ (C_f) في جوار $(-\infty)$.

2) أ) أحسب $\lim_{x \to +\infty}$.

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d_2) عند $(+\infty)$.

3) أ) تحقق انه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = 2\left[\frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}\right]$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدولا للتغيرا ت.

4) أبين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,69, -1,68[$

5) أحسب $[4 - f(-x)]$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

6) أ) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) في النقطة التي فاصلتها m 0.

ب) أنشئ في المعلم السابق (C_f) و (T) .

7) m وسيط حقيقي .

ناقش حسب قيم عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

الحل المفصل :

1) أ) حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \quad ; \begin{cases} 2x \to -\infty \\ \dfrac{4}{e^x+1} \to 4; e^x \to 0 \end{cases}$$

ب) نبين أن المستقيم (d_1) ذا المعادلة $y = 2x+4$ مقارب لـ (C_f) عند $(-\infty)$

نبين ما يلي : $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+4)\right]=0$.

لدينا : $\left[f(x)-(2x+4)\right] = -4+\dfrac{4}{e^x+1}$. ومنه :

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+4)\right] = \lim_{x\to-\infty}\left(-4+\frac{4}{e^x+1}\right)$$

$$= 0 \quad ; \left(\frac{4}{e^x+4} \to 4\right)$$

إذا : في جوار $(-\infty)$ ، (d_1) مستقيم مقارب لـ (C_f)