

شعبة : تسيير واقتصاد 3ASGE

المدة: 03 س

إختبار الفصل الأول فاج مادة الرياضيات

G تأخذ بعين الإعتبار طريقة الحل ونظافة الورقة .

التمرين الأول :

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :
من أجل كل عدد

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ 9u_{n+1} - 6u_n + 8 = 0 \end{cases}$$

طبيعي n من N

I. أوجد قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) متتالية ثابتة .

في كل ما يلي تأخذ : $\alpha = 2$.

II. و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي :
من أجل كل عدد طبيعي n

$$v_n = u_n + \frac{8}{3}$$

من N

1. أحسب u_1, u_2 .

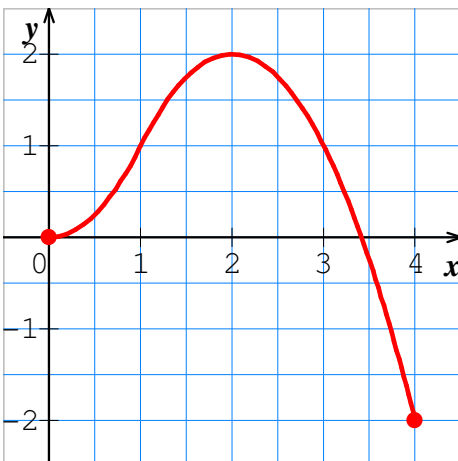
2. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها q وحدها الأول v_0 . يطلب إيجادهم .

3. أكتب عبارة v_n ثم عبارة u_n بدلالة n .

4. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

5. أحسب المجموع S_1 حيث : $S_1 = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

6. استنتج المجموع S_2 حيث : $S_2 = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.



التمرين الثاني :

الشكل التالي يمثل المنحني البياني لدالة f معرفة على $[0; 4]$

1. شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2. هل الدالة f مستمرة على المجال $[0; 4]$ ؟ علل .

3. بقراءة بيانية أحسب القيمة الحدية الكبرى ؟

4. مثل بيان الدالة g حيث : $g(x) = |f(x)|$.

التمرين الثالث :

في سنة 2004 صندوق التقاعد يقترح على منخرطيه جدول دفع الإشتراك السنوي السابقة في كل ثلاثي (ثلاثة أشهر)

سن المنخرط بالسنوات	54	55	56	57	58
الرتبة x_i	0	1	3	3	4
المبلغ y_i للإشتراك في كل ثلاثي بالدينار	2229	2285	2340	2394	2449

1. أحسب إرتفاع النسبة المئوية للدفع في كل ثلاثي لأجير عمره يقارب 54 سنة و أجير عمره يقارب 58 سنة

(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة).

2. مثل سحابة النقط المرفقة للسلسلة $M(x_i; y_i)$

2 cm. كمبدأ و وحدة الطول 0 في معلم متعامد : على محور الفواصل يأخذ

20 DA. لكل 1 cm كمبدأ و 2200 على محور التراتيب يأخذ

3. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

4. عين معادلة مختصرة لمستقيم الإخدار (Δ) بطريقة المربعات الدنيا .

5. بهذا التعديل التآلفي كم يصبح المبلغ المدفوع كل ثلاثي لأجير عمره 60 سنة ؟

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 3 ت.إ

الحل النموذجي

التمرين الأول

I. تعيين قيمة α حتى تكون المتتاليات (u_n) متتالية ثابتة :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha \\ 9\alpha - 6\alpha + 8 = 0 \end{cases} \quad (u_n) \text{ ثابتة أي أن كل حدودها متساوية} \quad \begin{cases} u_0 = \alpha \\ 9u_{n+1} - 6u_n + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\alpha = -\frac{8}{3} \quad \text{ومنه نجد :}$$

$$II. \quad 2 = \alpha \quad \text{نعرف المتتاليات } (v_n) \text{ كما يلي :} \quad v_n = u_n + \frac{8}{3} \quad \text{مع} \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \end{cases}$$

$$1. \quad \text{حساب } u_1, u_2 : \quad \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3}u_0 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}(2) - \frac{8}{9} = \frac{4}{3} - \frac{8}{9} = \frac{12}{9} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9} \\ u_2 = \frac{2}{3}u_1 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}\left(\frac{4}{9}\right) - \frac{8}{9} = \frac{8}{27} - \frac{8}{9} = \frac{8-24}{27} = -\frac{16}{27} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \quad \dots\dots\dots(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \quad \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_n = v_n - \frac{8}{3} \quad \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

2. تبيان أن v_n متتالية هندسية : لدينا

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \\ v_{n+1} = \left(\frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9}\right) + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}u_n + \frac{16}{9} \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}\left(v_n - \frac{8}{3}\right) + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}v_n - \frac{16}{9} + \frac{16}{9} \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n \end{cases} \quad \text{بتعويض (2) في (1) ثم تعويض (3) نجد :}$$

ومنه المتتالية v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

$$\text{حساب الحد الأول } v_0 : \quad \text{لدينا } v_n = u_n + \frac{8}{3} \quad \text{ومنه} \quad v_0 = u_0 + \frac{8}{3} = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$$

$$3. \quad \text{عبارة الحد العام لـ } v_n : \quad v_n = v_p \times (q)^{n-p} \quad \leftarrow \quad v_n = v_0 \times (q)^n \quad \leftarrow \quad v_n = \frac{14}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$v_n = \frac{14}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$u_n = \frac{14}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n - \frac{8}{3} \quad \leftarrow \quad u_n = v_n - \frac{8}{3} \quad \text{عبارة الحد العام لـ } u_n$$

4. النهاية لـ v_n : بما أن v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3} < 1$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$

النهاية لـ u_n : بما أن u_n متتالية عددية معرفة بـ $u_n = v_n - \frac{8}{3}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(v_n - \frac{8}{3}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8}{3} = 0 - \frac{8}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\frac{8}{3} \quad \text{أي}$$

5. حساب المجموع S_1 بحيث:

$$S_1 = v_0 + v_1 + \dots + v_n \quad \text{مجموع } n+1 \text{ حد لمتتالية هندسية}$$

$$S_1 = v_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) = \frac{14}{3} \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)} \right) = \frac{14}{3} \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1}{3}\right)} \right)$$

$$S_1 = \frac{3}{1} \times \frac{14}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right) = 14 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right)$$

حساب المجموع S_2 بحيث:

$$S_2 = u_0 + u_1 + \dots + u_n \quad \text{مجموع } n+1 \text{ حد لمتتالية عددية}$$

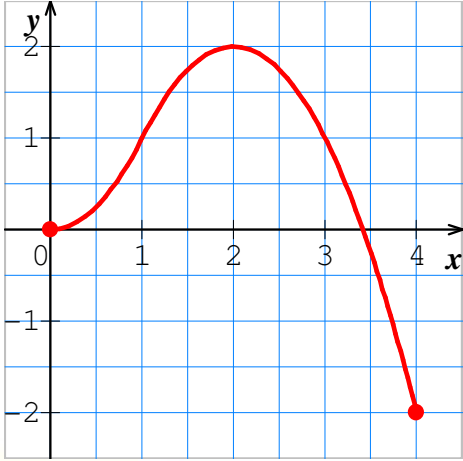
$$S_2 = \left(v_0 - \frac{8}{3}\right) + \left(v_1 - \frac{8}{3}\right) + \dots + \left(v_n - \frac{8}{3}\right)$$

$$S_2 = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) - \left(\frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \dots + \frac{8}{3}\right)$$

$$S_2 = S_1 - \frac{8}{3}(n+1)$$

$$S_2 = 14 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right) - \frac{8}{3}(n+1)$$

التصريح الثاني



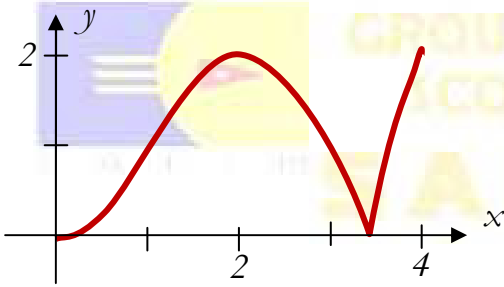
1 جدول تغيرات الدالة f هو كما يلي :

x	0	+2	4
$f'(x)$	+	○	-
$f(x)$	0	2	-2

2 الدالة f مستمرة على $[0 ; 4]$ لأن المنحنى مرسوم دون رفع القلم .

3 القيمة الحدية الكبرى هي 2 عند فاصلة 2 .

4 البيان الممثل للدالة g حيث : $g(x) = |f(x)|$



التصريح الثالث

في سنة 2004 صندوق التقاعد يقترح على منخرطيه جدول دفع الإشتراك السنوات السابقة في كل ثلاثي (ثلاثة أشهر)

سن المنخرط بالسنوات	54	55	56	57	58
الرتبة x_i	0	1	3	3	4
المبلغ y_i للإشتراك في كل ثلاثي بالدينار	2229	2285	2340	2394	2449

1. حساب إرتفاع النسبة المئوية للدفع في كل ثلاثي لأجير عمره يقارب 54 سنة و أجير عمره يقارب 58 سنة

$$S = \frac{2449 - 2229}{2229} \times 100 = 9,86 \% = 10 \%$$

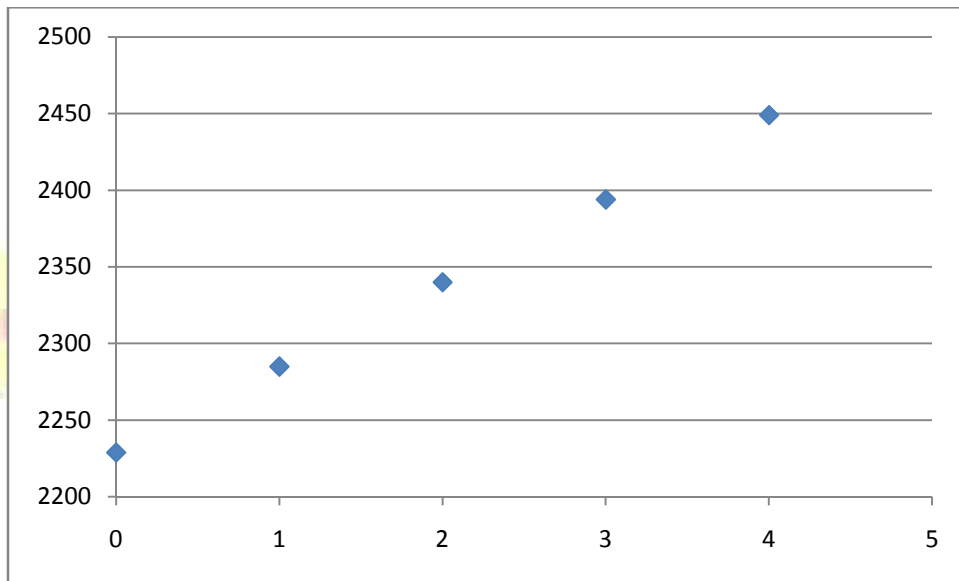
2. تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$$

$$\bar{y} = \frac{2229 + 2285 + 2340 + 2394 + 2449}{5} = 2339,4$$

$$G(2; 2339,4)$$

3. سحابة النقط .



4. تعيين معادلة مختصرة لمستقيم الإخضرار (Δ) بطريقة المربعات الدنيا .

x_i	0	1	2	3	4	المجموع
y_i	2229	2285	2340	2394	2449	
$x_i - \bar{x}$	-2	-1	0	1	2	-
$y_i - \bar{y}$	-110,4	-54,4	0,6	54,6	109,6	-
$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	220,8	54,4	0	54,6	219,2	549
$(x_i - \bar{x})^2$	4	1	0	1	4	10

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = 54,9$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = 2229,6$$

$$y = 54,9x + 2229,6$$

5. بهذا التعديل التآلفي كم يصبح المبلغ المدفوع كل ثلاثي لأجير عمره 60 سنة ؟

الرتبة الموفقة لأجير عمره 60 سنة هي $x = 6$

$$y = 54,9 x + 2229,6 = 54,9(6) + 2229,6 = 2559$$

