الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشّعبية .

وزارة التّربية الوطنية — الدّيوان الوطني للامتحانات والمسابقات

إمتحان بكالوريا التّعليم الثانوي — دورة جوان 2015

الشّعبة : علوم تجريبية .

إختبار في مادّة الرياضيات — المدّة :03سا و 30 د

الموضوع الأوّل

التّمرين الأوّل :(04,5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ،

نعتبر النّقط $A\left(2;1;0\right)$ ، $B\left(1;2;2\right)$ ، $C\left(3;3;1\right)$ و $D\left(1;1;4\right)$.

1) تحقّق أنّ النّقط A ، B و C تعيّن مستويا وأنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له .

2) بيّن أنّ المثلّث ABC متقايس الأضلع ، ثمّ تحقّق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة .

3) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي علي المستوي (ABC) والذي يشمل النّقطة D .

4) النّقطة E هي المسقط العمودي للنّقطة D علي المستوي (ABC) .

- أ) عيّن إحداثيات النّقطة E ثمّ احسب المسافة بين النّقطة D والمستوي (ABC) .
- ب) عيّن مركزي سطحي الكرتين اللّذين يمسان (ABC) في النّقطة E ونصف قطر كلّ منها $\sqrt{3}$.

5) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التّمرين الثّاني :(04,5 نقطة).

I) عيّن العددين المركّبين α و β حيث : $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\ 2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$.

II) المستوي منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C النقط التّي لاحقاتها علي التّرتيب : $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_A=z_C\,e^{i\frac{\pi}{3}}$.

1) – أ)أكتب z_A و z_B علي الشّكل الأسّي ثمّ عيّن قيم العدد الطّبيعي n حتّي يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

- ب) تحقّق أن العدد المركّب $2\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي .

2) D النّقطة ذات اللاّحقة $z_D=1+i$.

- أ) حدّد النّسبة وزاوية التّشابه S الذّي مركزه O ويحوّل D إلي A .
- ب) أكتب $\frac{z_A}{z_D}$ علي الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

التّمرين الثّالث : (04,5 نقطة) .

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0=e^2-1$ ومن اجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1}=(1+u_n)e^{-2}-1$.

1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2) أثبت انّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $1+u_n \succ 0$.

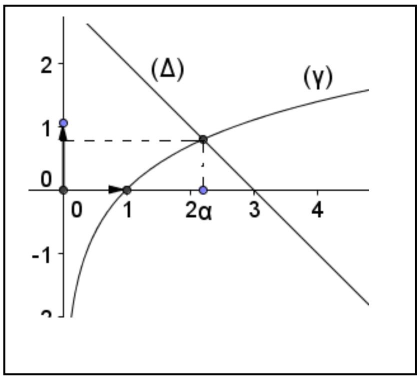
3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة . هل هي متقاربة ؟ علّل .

4) نضع من اجل كلّ عدد طبيعي n : $v_n=3(1+u_n)$.

- أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل .
- ب) اكتب v_n و u_n بدلالة n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.
- جـ) بيّن أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0+\ln v_1+...+\ln v_n=(n+1)(-n+2+\ln 3)$.

التّمرين الرّابع : (06,5 نقطة)

المستوي منسوب إلي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



I) (γ) التّمثيل البياني للدّالة $x\mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

1) بقراءة بيانية حدّد وضعيّة (γ) بالنّسبة إلي (Δ) علي $]0;+\infty[$.

2) g الدّالة المعرّفة علي المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-3+\ln x$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3) تحقّق أنّ $2,2\prec\alpha\prec 2,3$.

II) f الدّالة المعرّفة علي المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1) أحسب $\lim\limits_{x\underset{\succ}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) اثبت أنّه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3)بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنّسبة إلي حامل محور الفواصل ،ثمّ أنشئ (C_f) علي المجال $]0;e^2]$.

III) F الدّالة الأصلية للدّالة f علي المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقّق $F(1)=-3$.

1) بيّن أنّ منحنى الدّالة F يقبل مماسّين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بيّن أن $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدّالة $x\mapsto \ln x$ علي المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج عبارة الدّالة F .