الموضوع 12

الموضـــوع الثانـــي

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث:

$\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$

1/ بيّن أن النقط A ، B ، D تعيّن مستويا.

2/ بيّن أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ) بيّن أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

ب) عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ احسب الأطوال DI ، CD ، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

L العدد المركب المعرف كما يلي: $L=\frac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$.

1/ أ) اكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب) بيّن أن: $L^{12}+1=0$ ، ثم احسب: $\left(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)^{12}+(5+3i)^{12}$.

ج) n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أن: $L^{4n}+L^{4p}=0$.

2/ أ) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=5+3i$ و $z_B=5-3i$ عيّن اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

ب) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

التمرين الثالث: (07.5 نقطة)

أ) f الدّالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^{x}+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيّرات الدّالة f.

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$.

أ- ادرس تغيّرات الدّالة g.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإن: $1\leqslant U_n<\alpha$.

3- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\alpha$.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

1) تحقّق أن: $4\equiv-3[7]$ ثم بيّن أن: $A_3\equiv6[7]$.

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.

3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟