الموضوع 04

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية   ثانوية عالم عبد الحميد الخاصة

الشعبة: رياضيات   المدة: 4 ساعات و نصف

الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات   دورة ماي 2012.

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$

1 ـ أ / برهن بالتراجع أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n < 1$

ب / برهن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما

2 ـ لتكن f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي : $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

أ / عيّن العدد الحقيقي α بحيث : $f(\alpha)=\alpha$

ب / نضع : $w_n=u_n-\alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n . بيّن أنّ $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية ، أحسب w_n بدلالة n .

حـ / استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

التمرين الثاني : (07 نقط)

المستوي المركب المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة : 1 cm)

1 ـ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-8z\sqrt{3}+64=0$

2 ـ نعتبر النقطتين A و B ذوات اللاحقتين $a=4\sqrt{3}-4i$ و $b=4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب .

أ / أكتب a و b على الشكل الأسي.

ب / أحسب المسافات : OA ، OB ، AB ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

3 ـ لتكن C النقطة ذات اللاحقة $c=-\sqrt{3}+i$ و النقطة D صورتها بالدوران ذو المركز O والزاوية $-\frac{\pi}{3}$.

عيّن اللاحقة d للنقطة D .

4 ـ نسمي G مرجح الجملة : $\{(D,1),(o,-1),(B,1)\}$: أ / برّر وجود G ثم أنّ لاحقة G هي $g=4\sqrt{3}+6i$.

ب / علِم النقط A ، B ، C ، D ، G في المعلم السابق . حـ / بيّن أنّ النقط C ، D ، G على إستقامة واحدة .

د / برهن أنّ الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع . هـ / ماهي طبيعة المثلث AGC ؟

المسألة (08 نقط)

أولا : نعتبر الدالة العددية h المعرفة في $\mathfrak{R}$ كما يلي : $h(x)=(x^2+x+1)e^{-x}-1$

1 ـ أ / أحسب نهاية الدالة h عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب / أدرس اتجاه تغيرات الدالة h وأنشئ جدول تغيراتها في $\mathfrak{R}$.

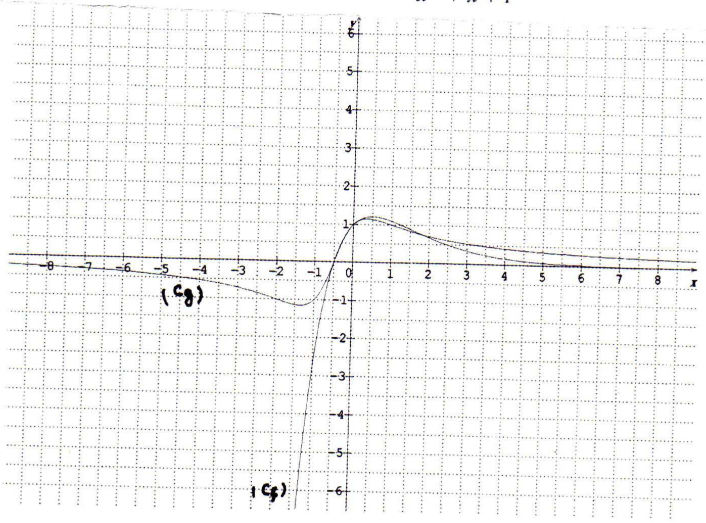
2 ـ أثبت أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلين في $\mathfrak{R}$ أحدهما في المجال $]1,+\infty[$ ويرمز له بـ α استنتج حصرا للعدد α .

3 ـ أدرس إشارة $h(x)$

** اقلب الورقـة **

ثانيا :

يعطى المنحنيين البيانيين (c_f) و (c_g) لدالتين f و g على الترتيب في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$ كما في الشكل المجاور حيث : $f(x)=(2x+1)e^{-x}$ و $g(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$



1 ـ أثبت أنّ المنحنيان (c_f) و (c_g) يمران عبر نقطة ذات الإحداثيتين $(0,1)$ وتقبلان عند هذه النقطة نفس المماس .

2 ـ أ / أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x+1)h(x)}{x^2+x+1}$

حيث h الدالة السابقة دراستها في الجزء الأول .

ب / أدرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ في $\Re$.

حـ / استنتج وضعية المنحنيين (c_f) و (c_g) .

3 ـ أ / برهن أنّ الدالة l المعرفة في $\Re$ بالشكل : $l(x)=(-2x-3)e^{-x}-\ln(x^2+x+1)$

هي دالة أصلية للدالة : $x \to f(x)-g(x)$

ب / استنتج مما سبق المساحة A ، بوحدة المساحة، للجزء من المستوي المحصور بين المنحنيين (c_f) و (c_g)

من جهة والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=-\dfrac{1}{2}$ و $x=0$

أعط القيمة المضبوطة ثم القيمة مدورة بتقريب 10^{-4} لهذه المساحة .

ملاحظة : السؤال (3) خارج سلم التنقيط (+2)

تلغى كل إجابة تتعرض للموضوعين أو أجزاء متفرقة منهما