

العلامة		مجموعة	مجزأة	مختصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع				
				معنى الأول: (04,5 نقطة)
				$\vec{AB}(1;-2;1)$ و $\vec{AC}(-2;-1;1)$ غير مرتبطين خطيا
04,5	0,25			$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ و معادلة المستوى $(ABC)$ : $x + 3y + 5z - 4 = 0$
	0,75			$(P): x + 3y + z - 6 = 0$ و الشعاعين $\vec{n}$ و $\vec{n}_P$ غير مرتبطين خطيا.
	0,25 x 2			$D \in (\Delta)$ و شعاع توجيه له.
	0,50 x 2			$(\Delta) \begin{cases} x = -3\lambda + \frac{1}{2} \\ y = \lambda + 2 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}, (\lambda \in \mathbb{R})$
	0,25			$d(A;(\Delta)) = AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$ و $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0$ و $(H \in (\Delta))$
	0,75			$G(-6;5;-1)$
	0,25			$(\Gamma): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y - 7 = 0$
	0,25			$(\Gamma): (x+3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$
	0,25			$(\Gamma)$ سطح كرة مركزها $\Omega(-3;3;0)$ و نصف قطرها 5.
	0,25			$d(\Omega;(ABC)) = \frac{2}{\sqrt{35}} < 5$ و $(\Gamma)$ يقطع $(ABC)$ وفق دائرة.
				تعريف الثاني: (04,5 نقطة)
02,75	0,50			$u_1$ و $u_2$ حلا للمعادلة $x^2 - e^4(1+e^3)x + e^{11} = 0$ $\Delta = [e^4(e^3-1)]^2$
	0,25			$u_1 < u_2$ منه $u_1 = e^4$ و $u_2 = e^7$ و $q = e^3$
	0,50			$u_n = e^{3n+1}$
	0,50			$S_n = \frac{(n+1)(3n+2)}{2}$
	0,50			$2S_n = a_n(3n-4) + 14$
	0,25			تبيان أن: $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$
	0,75			ب) القيم الممكنة لـ $PGCD(2S_n, a_n)$ هي 1, 2, 7, 14.
				ج) $k \in \mathbb{N}$ و $n = 14k + 4$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)					
مجموع	مجزأة						
01,75	0,50	$k \in \mathbb{N}$	$n$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	.4
			الباقي	1	2	4	
	0,75		$p \in \mathbb{N}$ حيث $n=35p$ .5				
	0,50	$.1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52 = 0 [7]$ .6					
04,5		التعريف الثالث: (04,5 نقطة)					
	0,50	$.z_2 = 2 - i$ و $z_1 = 2 + i$ (أ.1)					
	0,50	$z^* = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$ و $z' = 1 + i\sqrt{3}$ (ب)					
	0,25	$.1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ (أ.2)					
	0,50	$.\theta = \frac{\pi}{12}$ (ب)					
	0,25	$\left[ \frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2} \right]^n = \cos\left(\frac{5n\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5n\pi}{12}\right)$ (ج)					
	0,50	$.p \in \mathbb{N}$ و $n = 24p$ (د)					
	0,25	$z_D = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$ (أ.3)					
	0,25	(ب) الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.					
	0,50	$.z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$ (ج)					
	0,25	- التشابه المباشر مركزه $E$ نسبه 2 و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .					
	0,25	$.z_I = 2$ (أ.4)					
0,25	$. z_E - z_I  = 1$ (ب)						
0,25	$(\Gamma)$ هي الدائرة التي مركزها $I$ و نصف قطرها 1.						
01		التعريف الرابع: (06,50 نقطة)					
	0,50	.1 (أ) $g'(x) = 2x + \frac{2}{x}$ و $g$ متزايدة تماما على المجال.					
	0,50	.2 المعادلة $g(x) = 0$ تملك حلا وحيدا $\alpha$ يُحقق: $0,52 < \alpha < 0,53$ . $g(0,52) \approx -0,04$ و $g(0,53) \approx 0,01$					

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموع	مجزأة									
	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$							
$g(x)$	-	0	+							
	0,25 × 2	III) 1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .								
	0,50	2. $f'(x) = \frac{-2(x)}{x^2}$								
	0,25	3. جدول تغيرات الدالة $f$ .								
	0,25 × 2	4. $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ و $2,71 < f(\alpha) < 2,81$								
	0,25 × 2	3. I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$ . $(C_r)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y = -x$ ( $\Delta$ ).								
	0,25	3. II) وصية $(C_r)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .								
	0,50	4. $(T): y = -x + 2\sqrt{e}$ .								
	0,50	4. إنشاء $(T)$ و $(\Delta)$ و $(C_r)$ .								
	0,50	5. المناقشة بيانيا: - إذا كان $m \leq 0$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا. - إذا كان $0 < m < 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة تقبل حلين متميزين. - إذا كان $m = 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا. - إذا كان $m > 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة لا تقبل حلا.								
05,50	0,25	III) 1. الدالة $f(x) + x$ موجبة تماما على المجال $]\ln e^{-1}; e^{-1}[$ من أجل كل $x$ حث طبيعي.								
	0,25	2. يد تشير إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_r)$ و المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتهم: $x = 1$ و $x = e$ .								
	0,50	3. $S_1 = 2e + 4$								
	0,25	4. $S_2 = e^2 - 5e + 4$								



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
		التصمين الأول: (05 نقاط)
0,50		1) $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ ; $\vec{AC}(-1; 0; -1)$ و $\vec{AB}(0; 2; 1)$ ومنه $\alpha = 1$ و $\beta = 2$ . $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$
0,50		ب. $(ABC): 2x + y - 2z + 4 = 0$ .
0,25		2) $\vec{n} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ و $\vec{n} \perp \vec{n}$ .
0,50		ب. $\begin{cases} x = t \\ y = -4t \\ z = 2 - t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta)$ .
0,75		ج. المسافة بين النقطة $D$ و المستقيم $(\Delta)$ . لدينا: $d(D; (Q)) = 4$ و $d(D; (P)) = \sqrt{2}$ ومنه $d((\Delta); D) = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$
0,25		3) أ. معادلة ديكارتية لمسطح الكرة $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4^2$ .
05	0,25	ب. إيجاد الطبيعة والخصائص المميزة لتقاطع المستوي $(Q)$ و سطح الكرة $(S)$ $d(D; (P)) = \sqrt{2} < 4$ إذن $(P)$ و $(S)$ يتقاطعان وفق دائرة مركزها نقطة تقاطع المستقيم العمودي على $(P)$ و المار من $D$ إذن إحداثياتها تحقق
	0,50	$0(2; 4; 0) + (3+t) + 0(4) + (1+t) - 2 = 0$ أي $t = -1$ وبالتالي $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2}$ نصف قطرها: $r$ يحقق
	0,25	$r = \sqrt{14}$ أي $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2}$
	0,25	4) أ. المجموعة $(\Gamma): MG_0 = MG_1$ ومنه $(\Gamma)$ هي المستوي المجوري للقطعة $[G_0G_1]$
	0,25	ب. كتابة $\vec{CG}_1$ بدلالة $\vec{CH}$ : $\vec{CG}_1 = \frac{1}{1+e^{\lambda}} \vec{CH}$
	0,25	ج. مجموعة النقط $G_\lambda$ لما $\lambda \in \mathbb{R}$ لدينا $\lambda \in \mathbb{R}$ إذن $\frac{1}{1+e^{\lambda}} \in ]0; 1[$
	0,25	مجموعة النقط هي قطعة المستقيم $[CH]$ باستثناء طرفيها $C$ و $H$
	0,25	د. $G_\lambda$ منتصف القطعة المستقيمة $[CH]$ معناه $\vec{CG}_\lambda = \frac{1}{2} \vec{CH}$ أي $e^\lambda = 1$ فيكون $\lambda = 0$
		التصمين الثاني: (04 نقاط)
01,50	0,50	1) حل المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ : $S = \{1-i; 1+i\}$
	0,50	2) إيجاد $z_1$ و $z_2$ : $z_1 = i\sqrt{2}$ و $z_2 = -i\sqrt{2}$
	0,25	1) كتابة $z_H$ على الشكل الأسي و استخراج نوع المثلث $BEC$ .
	0,25	2) $z_H = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) = 1e^{i(-\frac{\pi}{4})}$ , $z_E = -1+i$ $BC = BE$ متساوي الساقين

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
02,50	0,50	(2) $ z_1  = \sqrt{2}$ ، $z_1' = z_1 z_2 + z_3$ ، إن $S$ تشابه مباشر لسينه $\sqrt{2}$
	0,50	و قياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $\frac{z_2}{1-z_3} = \frac{2}{3} - i \frac{\sqrt{2}}{3}$
	0,25	ب. $CD =  z_2 - z_1  =  -2i  = 2$ ، إن مساحة الدائرة $4\pi$
	0,50	ج. $(\gamma)$ هي الدائرة ذات المركز $C(-\sqrt{2}; 0)$ مسورة $C$ ونصف قطرها $2\sqrt{2}$
	0,25	مساحتها $(4\pi)(\sqrt{2})^2 = 8\pi$
0,50	0,50	(3) مجموعة النقط $(\delta)$ حيث $\frac{z_2 - z}{z_1 - z}$ حقيقيا سائبا تماما
	0,25	إن $(\delta)$ القطعة المستقيمة $[CB]$ بامتثناء طرفيها $B$ و $C$ ، $(\overline{MC}; \overline{MB}) = \pi + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$ حقيقيا سائبا تماما معناه قياس الزوية
04		التعريف الثالث: (04 نقاط)
	0,50	(1) أ. دراسة بوالقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 11 : $r \in \{1; 3; 4; 5; 9\}$
	0,75	دراسة بوالقي القسمة الإقليدية للعدد $7^n$ على 11 : $r' \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
	0,25	ب. برهان أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فإن: $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$ .
	0,25	لدينا $2016 \equiv 3 \pmod{11}$ ، $2016^{5n+4} \equiv 3^{5n+4} \pmod{11}$ ، $2 \times 2016^{5n+4} \equiv 2 \times 3^{5n+4} \pmod{11}$ ، $2 \times 2016^{5n+4} \equiv 8 \pmod{11}$ ، $1437 \equiv 7 \pmod{11}$ ، $1437^{10n+4} \equiv 7^{10n+4} \pmod{11}$ ، $1437^{10n+4} \equiv 3 \pmod{11}$ ، $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$ ، نجد (1) و (2)
	0,25	(2) أ. مجموعة حلول المعادلة $(E)$ : $(x; y) = (3k + 2; 7k + 2)$ ، $k \in \mathbb{N}$
	0,50	ب. - القيم الممكنة للعدد $d \in \{1; 2; 4; 8\}$ ، - تعيين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة $(E)$ من أجل $d = 4$ ، - $(x; y) = (24k' + 20; 56k' + 44)$ ، $k' \in \mathbb{N}$ ، ج. $(x; y) = (30k + 17; 70k + 37)$ ، $k \in \mathbb{N}$
		التعريف الرابع: (07 نقاط)
01	0,25 x 2	(1) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = +\infty$ ، إن $\varphi(x) = e \left( \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) - 1$
	0,25	ب. اتجاه التغير: $\varphi'(x) = -(x-1)(x-2)e^{-x+1}$
	0,25	الدالة $\varphi$ متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]2; +\infty[$ ، الدالة $\varphi$ متزايدة تماما على المجال $[1; 2]$ .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
	0,25	جنول تغيرات الدالة $\varphi$ .
	0,50	(2) بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا $\alpha$ يختلف عن 1
	0,25	(3) إشارة $\varphi(x)$ .
	0,25 × 2	(II) (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	0,25	(ب) $f'(x) = (3-2x)e^{-x}$ . إشارة $f'(x)$ : $\xrightarrow{-\infty} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \rightarrow +\infty$
	0,25	الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-\infty; \frac{3}{2}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{3}{2}; +\infty[$ .
	0,25	جنول التفرجات
	0,25	(2) المنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ لهما نفس المماس $(T)$
	0,25	أي: $\begin{cases} f(1) = g(1) = 1 \\ f'(1) = g'(1) = 1 \end{cases}$ و منه المنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ لهما نفس المماس
	0,25	$(T)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 $(T): y = x$
	0,50	(3) رسم $(C_f)$ و $(T)$
06	0,25	(4) (1) تبين أن: $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$
	0,25	(ب) دراسة إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ : $\xrightarrow{-\infty} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rightarrow +\infty$
	0,25	- الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(C_g)$ .
	0,25	ج. الدالة: $\int_1^3 f(t) dt = -(2x+1)e^{-x+1} + 3$ .
	0,25	د. المساحة: $A = \int_1^2 (f(x) - g(x)) dx = 3 - \frac{5}{e} - \ln 3$ .
	0,25	(III) (1) $f''(x) = -(2x-7)e^{-x+1}$ و $f''(x) = (2x-5)e^{-x+1}$ $f^{(4)}(x) = (2x-9)e^{-x+1}$
	0,25	- التخمين: $f''(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,50	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}^*$
	0,25	$f''(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,25	(3) أ. حساب: $u_{k+1} + u_k = 2(-1)^k$
	0,25	ب. $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n} = (u_1 + u_2) + (u_3 + u_4) + \dots + (u_{2n-1} + u_{2n}) = -2n$

ملاحظة: تقبل جميع الطرق الممكنة للحل.