

Cursus pharmacie-ingénieurs

Analyse. Partiel du 19 mars 2015– Durée : 55 minutes

Documents autorisés : notes manuscrites, photocopie.

Équipements électroniques interdits

Exercice 1 On considère les limites de suites

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2n + 3e^n}{4 + 5n + 6e^n} \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! + 2 \ln(n)}{n! + 3 \ln(n)}.$$

1. Sous quelle forme indéterminée ces limites se présentent-elles ?
2. En factorisant convenablement le numérateur et le dénominateur et en appliquant ensuite le théorème de croissance comparée, calculer ces limites.

Exercice 2 On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$.

1. Calculer $f(1)$, $f(-1)$ et les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f . Tracer le graphe de f .
3. Déterminer $\sup\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ et $\inf\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

Exercice 3 On considère la suite de nombres complexes

$$z_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right) e^{i\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi \frac{(n^2+1)}{n}\right)}.$$

1. Quel est le module de z_n . Et l'argument ?
2. Calculer les limites $\lim_{n \rightarrow +\infty} z_n$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{z_n}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} z_n^2$ dans \mathbb{C} .