

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة : تقني رياضي

مجموع العلامة	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع												
04	0,25×2	<p>الموضوع الأول</p> <p>التمرين الأول: (04 نقاط)</p> <p>1/ حل المعادلة (E) : $z_1 = \sqrt{3} - i$ ، $z_2 = \sqrt{3} + i$</p> <p>$z_1 = 2 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right]$ و $z_2 = 2 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$</p> <p>(2) أ) $L = e^{i\frac{4\pi}{3}}$</p> <p>ب) إثبات أن $z_A - z_B = L(z_C - z_B)$ ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة $\sqrt{3} + i$ وقيس زاويته $\frac{4\pi}{3}$</p> <p>ج) المثلث ABC مثلث متقايس الساقين $AB = BC$ مساحته s حيث</p> <p>$s = \frac{1}{2} AC \times BH = \sqrt{3}ua$ حيث H منتصف [AC]</p>	الشكل الأسوي للعدد المركب الدوران												
	0,5×2														
	0,5														
	0,25×3														
	0,5														
0,75															
06	0,5×2	<p>التمرين الثاني: (06 نقاط)</p> <p>1/ من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ نجد $a = 1$ ثم من $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ نجد $b = 2$</p> <p>2/ أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$</p> <p>(d₁) : $y = 0$ و (d₂) : $x = 0$ مستقيمان مقاربان لـ (C_f)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^3}$ وإشارته</p> <p>0 $\xrightarrow{+}$ $\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{-}$ $+\infty$</p> <p>g متزايدة تماما على $\left]0; \frac{1}{2}\right[$ و متناقصة تماما على $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$</p> <p>جدول التغيرات:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>g'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>g(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>ج) $g(x) = 0$ تكافئ $x = \frac{\sqrt{e}}{2e}$</p> <p>د) إنشاء (C_f)</p> <p>3/ أ) $h'(x) = -\frac{\ln 2x}{2x^2}$</p> <p>ب) التحقق $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم $G(x) = -\frac{3 + 2\ln 2x}{4x}$</p>	x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	g'(x)		+	-	g(x)	$-\infty$	1	0	دراسة الدالة اللوغاريتمية الدوال الأصلية
	x		0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	g'(x)			+	-										
	g(x)		$-\infty$	1	0										
	0,25+0,5														
	0,25×2														
	0,5+0,25														
	0,25														
0,25															
0,5															
0,5															
0,5															
0,75+0,25															

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع
مجموع	مجزأة		
05	0.5×2	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، $u_n > 1$	اتجاه تغير متتالية
	1	2/ $u_n = f(n)$ حيث: $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ ، $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من	البرهان بالتراجع
	0.5×2	أجل $x > 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N}^* $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ، (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة ،	نهاية متتالية
	0.25	3/ البرهان بالتراجع أن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ من أجل: $n=1$ ، $p_1 = u_1 = \frac{4}{3}$	
	0.75	نفرض $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا: $p_{n+1} = p_n \times u_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
0.5×2	4/ $s_n = \ln p_n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \ln 2$		
05	1	التمرين الرابع: (05 نقاط) 1/ صحيح لأن: $PGCD(21;14) = 7$ و 7 لا يقسم 40	
	1	2/ خطأ لأن: $3421 + 1562 = 5313$	التعداد الموافقة القواسم
	0.5×3	3/ خطأ لأن: $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2011} = \frac{3^{2012} - 1}{2}$ و $3^{6k+\alpha} \equiv 3^\alpha [7]$	
	1	حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $2012 = 6 \times 335 + 2$ ومنه $\frac{3^{6k+2} - 1}{2} \equiv 4 [7]$	هندسة فضائية
	0.5	4/ (أ) صحيح لأن: $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) و \vec{u} شعاع توجيه (d) متعامدان وعليه $(P) \parallel (d)$ و $A \notin (P)$ و $A \in (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \emptyset$ (ب) خطأ لأن: معادلة (Q) هي: $2x + y - z = 0$ <u>ملاحظة:</u> في كل سؤال تمنح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع									
المجموع	مجزأة											
4.5	0.25×3	<p>التمرين الأول: (04.5 نقطة)</p> <p>1/ \overline{AD} و \overline{BD} غير متوازيين فالنقاط A, B, D تعين مستويا</p> <p>2/ بما أن $\overline{CD} \cdot \overline{BD} = 0$ و $\overline{CD} \cdot \overline{AD} = 0$ فإن (CD) يعامد (ABD)</p> <p>3/ أ) (CD) عمودي على (AB) و (CI) عمودي على (AB) ومنه (AB) يعامد (CDI)</p> <p>ب) $\overline{AB}(1; -2; -1)$ ناظم للمستوي (CDI) و C نقطة منه فإن المعادلة الديكارتيّة</p> $\lambda \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$ هي: $x - 2y - z + 10 = 0$ ، التمثيل الوسيط لـ (AB) <p>ج) $I\left(\frac{1}{6}; \frac{11}{3}; \frac{17}{6}\right)$</p> <p>4/ $AB = \sqrt{6}$ ، $CD = \sqrt{59}$ ، $DI = \frac{\sqrt{354}}{6}$</p>	<p>تطبيقات الجداء السلمي التمثيل الوسيط لمستقيم الحجوم</p>									
	1											
	0.5											
	0.5×2											
	0.5											
0.25×3												
04	0.5×2	<p>التمرين الثاني: (04 نقاط)</p> <p>1/ أ) $L = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{3\pi}{4}}$</p> <p>ب) لدينا $L^2 = -1$ ومنه $L^2 + 1 = 0$ و $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5 + 3i)^{12} = 0$</p> <p>ج) $L^{4n} + L^{-4n} = (-1)^n + (-1)^n = 0$</p> <p>2/ أ) $z_A = -1 - 9i$</p> <p>ب) $z_G = 3 - 3i$</p>	<p>الشكل المتلني ، موافق ، التشابه</p>									
	0.5×2											
	0.75											
	0.75											
	0.5											
7.5	0.25×2	<p>التمرين الثالث: (07.5 نقطة)</p> <p>1- أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$</p> <p>- المشتق وإشارته : $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$</p> <p>- جدول التغيرات:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>2- المستقيمان المقاربان معادلتهما : $y = 3$ ، $y = -1$</p>	x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$	-1	3	
	x		$-\infty$	$+\infty$								
	$f'(x)$			+								
	$f(x)$		-1	3								
0.25×2												
0.25												
0.25×2												

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
	0.5	$(3) \quad f''(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$ <p>إشارته: $\rightarrow \quad + \quad 0 \quad -$</p>	الدوال العددية والمنتاليات
	0.25	نقطة الانعطاف $\omega(0,1)$	
	0.25	معادلة المماس: $y = x + 1$	
	0.25×2	(4) أ- تغيرات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	
	0.25	المشتق: $g'(x) = -\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وهو سالب	
	0.25	جدول التغيرات	
	0.25	ب- g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,7; 2,8]$ ، $g(2,7) = 0,048$	
	0.25×2	$g(2,8) = -0,029$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $2,7 < \alpha < 2,8$	
	0.25	(5) أ- $f(x) = 0$ تكافئ $x = -\ln 3$	
	0.75	ب- رسم C_f و المنصف الأول والمماس.	
	0.5	ب) 1- تمثيل: U_2, U_1, U_0	
		2- إثبات أن: $1 \leq U_n < \alpha$	
	0.75	$1 \leq U_0 < \alpha$ لأن $U_0 = 1$ و $2,7 < \alpha < 2,8$	
		نفرض $1 \leq U_n < \alpha$ و f متزايد تماما ومنه $f(1) \leq f(U_n) < f(\alpha)$	
		ومنه $1 \leq U_{n+1} < \alpha$ و $f(1) > 1$ ومنه $1 \leq U_n < \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n	
	0.25	3- المتتالية (U_n) متزايدة تماما: $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = g(u_n) > 0$	
		لأن $1 \leq U_n < \alpha$	
	0.25×2	4- (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$	
		التمرين الرابع: (04 نقاط)	الموافقات في \mathbb{Z}
	0.25	(1) $4 \equiv -3[7]$	
	0.5	$A_3 \equiv 2^3 + 3^3 + (-3)^3 + (-2)^3 + (-1)^3 [7]$ أي $A_3 \equiv -1[7]$ ومنه $A_3 \equiv 6[7]$	
	0.75	(2) $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k} \equiv 1[7]$	
	0.75	$3^{6k+5} \equiv 5[7]$ ، $3^{6k+4} \equiv 4[7]$ ، $3^{6k+3} \equiv 6[7]$ ، $3^{6k+2} \equiv 2[7]$ ، $3^{6k+1} \equiv 3[7]$ ، $3^{6k} \equiv 1[7]$	
	0.75	(3) $A_n \equiv 2^n + 3^n + (-3)^n + (-2)^n + (-1)^n [7]$ ، إذا كان n فرديا فإن: $A_n \equiv -1[7]$	
	0.25	ومنه $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 ، $A_{2011} \equiv 6[7]$ الباقي هو 6	
	0.75	(4) $A_{1432} \equiv 2 \times 2^{3 \times 477 + 1} + 2 \times 3^{6 \times 238 + 4} + 1[7]$ ومنه $A_{1432} \equiv 6[7]$	