الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي ﴿ دورة جوان 1996 ﴾

الشعبة : علوم دقيقة . — المدة : 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

أ ، ب ، جـ أعداد طبيعية حيث : $1 <$ أ $\leq$ ب $\leq$ جـ .

عين أ ، ب ، جـ والجداء أ.ب.جـ علما أن في الأساس أ : ب + جـ = $\overline{46}$ و ب.جـ = $\overline{555}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، $\vec{\text{و}}$ ، $\vec{\text{ي}}$)، نق عدد حقيقي أكبر تماما من 1 ، ك هي النقطة التي فاصلتها 2 وترتيبها 0.

1،1) اكتب معادلة للدائرة (د) التي نصف قطرها نق ومركزها النقطة هـ منتصف القطعة [م ك] .

2،1) أ نقطة من الدائرة (د) إحداثياها (α ، β) . لتكن أَ نظيرة النقطة ك بالنسبة إلى المستقيم العمودي على المستقيم (م أ) في النقطة أ . نرمز إلى هذا المستقيم العمودي بـ : (Δ_1).

– عين معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ_1) ثم إحداثيي النقطة أَ .

2) نرفق كل نقطة ن من الدائرة (د) بالنقطة نَ نظيرة ك بالنسبة إلى المستقيم (Δ ن) العمودي على المستقيم (م ن) في النقطة ن .

– عين مجموعة النقط نَ المحصل عليها عندما ن تمسح كل الدائرة (د) . علل إجابتك.

ملاحظة : يمكن الإجابة على السؤال 2) بصفة مستقلة عن السؤال 2،1) .

وللمترشح الحرية في استعمال أو في عدم استعمال النتائج المحصل عليها في السؤال 2،1).

المسألة : (12 نقطة)

في كل المسألة نفرض أن المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، $\vec{\text{و}}$ ، $\vec{\text{ي}}$).

الجزء الأول :

السؤال الأول : تا دالة عددية للمتغير الحقيقي س معرفة كما يلي : تا(س) = $\frac{1}{2}\left(\text{س} + \sqrt{\text{س}^2 - 4}\right)$.

1،1) عين مجموعة التعريف للدالة تا ثم مجموعة اشتقاق هذه الدالة .

ادرس قابلية اشتقاق الدالة تا على يمين العدد الحقيقي 2 ثم على يسار العدد الحقيقي (-2).

1.2) احسب نهايات الدالة تا عند حدود مجموعة تعريفها، علل إجابتك.

1.3) احسب الدالة المشتقة للدالة تا ثم ادرس تغيرات الدالة تا.

السؤال 2 : يرمز (Γ) إلى المنحنى الممثل للدالة تا في المستوي المنسوب إلى المعلم $(م ، \vec{و} ، \vec{ي})$.

2.1) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (Γ) ثم عين بمعادلة له كل مستقيم مقارب للمنحنى (Γ).

حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة إلى كل مستقيم مقارب.

2.2) أدرس ، حسب قيم الوسيط الحقيقي ط ، وجود وعدد المماسات للمنحنى (Γ) التي معامل توجيه كل منها ط.

أعط معادلة للمماس الذي معامل توجيهه $\frac{4}{3}$.

2.3) ارسم بعناية المنحنى (Γ).

الجزء الثاني :

السؤال الأول : α ، β عددان حقيقيان و $ل_{(\alpha،\beta)}$ التحويل النقطي للمستوي الذي يرفق بكل نقطة ن(س ، ع)

النقطة نَ(سَ ، عَ) حيث :

$$سَ = \alpha\ س + (1 - \alpha)\ ع \quad و \quad عَ = \beta\ س + (1 - \beta)\ ع .$$

1.1) برهن أنه يوجد شعاع ثابت $\vec{ش}$ حيث : مهما تكن النقطة ن من المستوي ،

$$إذا\ كان\ نَ = ل_{(\alpha،\beta)}(ن) \quad فإن \quad \overrightarrow{ننَ} // \vec{ش} .$$

استنتج أنه مهما تكن الثنائية (α ، β) من الأعداد الحقيقية : إذا كان : (α ، β) ≠ (0،1) فإن : مجموعة النقط

الصامدة بالتحويل $ل_{(\alpha،\beta)}$ مستقيم .

(يطلب تعيين هذا المستقيم بمعادلة له.)

1.2) أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يُحققه العددان α ، β حتى يكون $ل_{(\alpha،\beta)}$ تقابليا.

إذا كان $ل_{(\alpha،\beta)}$ غير تقابلي ما هي طبيعته ؟

السؤال الثاني : نفرض في هذا السؤال أن α يختلف عن β ونرمز بـ : ك إلى مجموعة التحويلات النقطية

$ل_{(\alpha،\beta)}$ المحصل عليها عندما α و β يمسحان مجموعة الأعداد الحقيقية.

2.1) برهن على أن اقتصار عملية تركيب التحويلات النقطية المستوي Oعلى المجموعة ك هو عملية داخلية في ك .

أثبت أن (ك ، O) زمرة .

ما هي التحويلات النقطية $ل_{(\alpha،\beta)}$ التضامنية ؟ عين طبيعة كل تحويل تضامني $ل_{(\alpha،\beta)}$.

2.2) نفرض في هذا السؤال أنّ : α - β - 1 = 0 .

عين معادلة لمحول المنحنى (Γ) بالتحويل $ل_{(0،-1)}$. برهن أن التحويل $ل_{(\alpha،\beta)}$ هو مركب تالف نسبته (-1)

والتناظر العمودي الذي محوره المستقيم ذو المعادلة : ع = س . يطلب تعيين محور التالف ومنحاه.