امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة جوان 1998

ية : العلوم الدقيقة	المدة : 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

رين الأول : (04 نقاط) : تا دالة عددية للمتغير الحقيقي س حيث :

تا (س) = $\frac{1}{\text{س}}$ لو س	من أجل 0 < س ≤ 1

تا (س) = س لو س	من أجل س > 1

(يرمز لو إلى اللوغاريتم النيبري الذي أساسه هـ).

درس استمرار تا و قابلية اشتقاقها عند س = 1 .

درس تغيرات تا .

رهن أن تا تقبل دالة عكسية تا$^{-1}$ على المجال]0 ، +∞[. احسب تا($\frac{1}{\text{هـ}}$) ثم (تا$^{-1}$)$'$(هـ)

حسب العدد $\int_{\frac{1}{\text{هـ}}}^{\text{هـ}}$ تا (س) تفاس

رين الثاني (04 نقاط) :

توي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (م ، $\overleftarrow{\text{و}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى}}$) ، θ عدد حقيقي من المجال] - π ، π [

لتحويل النقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة ن ذات اللاحقة ص النقطة نً ذات اللاحقة

حيث : صً = 2تجب $\frac{\theta}{2}$ (تجب $\frac{\theta}{2}$ + ت جب $\frac{\theta}{2}$) ص + تجب $\frac{\theta}{2}$ + ت جب $\frac{\theta}{2}$.

(ت العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له) .

عيّن النقطة الصامدة هـ للتحويل لθ . ماهي مجموعة هذه النقط هـ عندما يتغير θ ؟

ماهي طبيعة التحويل لθ ؟ ماهي التحويلات ل$_0$ ، ل$_{\frac{\pi 2}{3}}$ ، ل$_{-\frac{\pi 2}{4}}$ ؟ عيّن عناصر كل منها.

اثبت أنه من أجل كل θ عنصر من]−π ، π[	هـن ⊥ ن نً

سألة : (12 نقطة) :

تا دالة عددية للمتغير الحقيقي س حيث : تا (س) = $\frac{1}{5}$ (4 س + 3 $\sqrt{5 - \text{س}^2}$)

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (م ، $\overrightarrow{و}$ ، $\overrightarrow{ى}$) .

(يؤخذ $\|\overrightarrow{و}\| = \|\overrightarrow{ى}\| = 2$ سم)

رس تغيرات الدالة تا . عيّن نقطتي تقاطع (ك) مع حاملي المحورين الاحداثيين .

يّن ميلي الماسين للمنحنى (ك) عند هاتين النقطتين، ثم ارسم هذين الماسين

رسم (ك) .

يكن (كَ) نظير (ك) بالنسبة إلى النقطة م ، ارسم (كَ) في نفس المعلم السابق .

برهن أن المنحنى (ك)∪(كَ) معرف بالمعادلة : 5 س$^2 + 5$ ع$^2 - 8$ س ع $- 9 = 0$.

د عدد حقيقي يختلف عن $\frac{1}{2}$ ، ل$_ط$ التحويل النقطي الذي يرفق بنقطة ن (س ، ع) النقطة

نَ (سَ ، عَ) حيث
$$\begin{cases} سَ = ط\ س + (1 - ط)\ ع \\ عَ = (1 - ط)\ س + ط\ ع \end{cases}$$

برهن أن ل$_ط$ تقابل . ادرس وجود النقط الصامدة للتحويل ل$_ط$.

فرض أن ط $\neq 1$. برهن أن للمستقيم (ن نَ) منحى ثابتا يطلب تحديده .

ماهي طبيعة التحويل ل$_ط$ في هذه الحالة ؟

تكن (د) الدائرة التي مركزها م و نصف قطرها 3 ، برهن أن: ل$_{\frac{2}{3}}$((د)) = (ك)∪(كَ)

$\overrightarrow{و_1}$ ، $\overrightarrow{ي_1}$ شعاعان من المستوي حيث $\overrightarrow{و_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\overrightarrow{و} + \overrightarrow{ى})$ ، $\overrightarrow{ي_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\overrightarrow{و} + \overrightarrow{ى})$

برهن أن المعلم (م ، $\overrightarrow{و_1}$ ، $\overrightarrow{ي_1}$) متعامد و متجانس (نسمي (سرَ سر) ، (عَ ع) محوريه).

برهن أن معادلة (ك)∪(كَ) بالنسبة للمعلم (م ، $\overrightarrow{و_1}$ ، $\overrightarrow{ي_1}$) هي $\frac{سر^2}{9} + ع^2 = 1$.

استنتج أن (ك)∪(كَ) قطع ناقص يطلب تعيين احداثيي كل من بؤرتيه ق ، قَ ومعادلة

كل من دليليه (Δ) ، (Δ') في المعلم (م ، $\overrightarrow{و_1}$ ، $\overrightarrow{ي_1}$) .

ن$_0$ نقطة من (ك)∪(كَ) احداثياها (α ، β) بالنسبة للمعلم (م ، $\overrightarrow{و_1}$ ، $\overrightarrow{ي_1}$) .

برهن أن المستقيم (م$_0$) المعرف بالمعادلة $\frac{\alpha}{9}$ سر $+ \beta$ ع $= 1$ مماس لـ (ك)∪(كَ) عند ن$_0$

(δ_0) مستقيم يشمل البؤرة ق وعمودي على (م$_0$) في النقطة هـ$_0$.

برهن أن مجموعة النقط هـ$_0$ عندما تتغير النقطة ن$_0$ هي دائرة مركزها م .

استنتج انشاء للمماس (م$_0$) عند النقطة ن$_0$ من (ك)∪(كَ) .

ملاحظة : يعطى $\sqrt{5} \simeq 2,24$