الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة جوان 1999
شعبة : العلوم الدقيقة — المدة : 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (04 نقاط)

أ ب جـ د مربع في المستوي طول ضلعه ط ومركزه النقطة هـ حيث $\left(\overrightarrow{أب}\,،\,\overrightarrow{أد}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$

1 - عين العدد الحقيقي α بحيث تكون النقطة أ مركز المسافات المتناسبة للنقط هـ ، ب ، جـ ، د المرفقة بالمعاملات: α ، 2 ، −1 ، 2 على الترتيب.

2 - نرفق بكل نقطة ن من المستوي العدد الحقيقي تا(ن) حيث:

$$تا(ن) = -2ن هـ^2 + 2ن ب^2 - ن جـ^2 + 2ن د^2 .$$

أدرس حسب قيم العدد الحقيقي ك مجموعة النقط ن من المستوي التي تحقق: تا(ن) = ك^2

3 - ليكن ت التناظر المركزي الذي مركزه النقطة ب ، ر الدوران الذي مركزه جـ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، ع الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{أجـ}$.

- عين طبيعة وعناصر التحويل ت o ر

- عين طبيعة وعناصر التحويل ع o ت o ر

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة م المعادلة ذات المجهول ص:

$$ص^3 - (4 + 5ت)ص^2 + (-1 + 19ت)ص + 12 - 12ت = 0 \quad .... (1)$$

(حيث ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 وعمدته $\frac{\pi}{2}$ بترديد 2π)

1 - بين أن المعادلة (1) تقبل حلا حقيقيا يطلب تعيينه.

2 - حل المعادلة (1).

3 - لتكن ص$_0$ ، ص$_1$ ، ص$_2$ حلول المعادلة (1) حيث $|ص_0| < |ص_1| < |ص_2|$.

عين مجموعة قيم العدد الطبيعي ن بحيث يكون: $|ص_1|^ن + |ص_2|^ن$ يقبل القسمة على 7.

4 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(م ، \overrightarrow{و} ، \overrightarrow{ى})$ ، ن ، أ ، ب ، حـ نقط المستوي التي لواحقها على الترتيب: ص ، ص$_0$ ، ص$_1$ ، ص$_2$. عين مجموعة النقط ن من المستوي التي تحقق: عمدة (ص$_2$ − ص) − عمدة (ص$_1$ − ص) $\equiv -\frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

أنشئ هذه المجموعة.

المسألة: (12 نقطة).

I) نعتبر الدالة العددية تا$_ط$ ذات المتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي: تا$_ط$(س) = $\frac{\text{هـ}^{\text{ط س}} - 1}{2\text{هـ}^{\text{س}}}$

حيث ط وسيط حقيقي، هـ أساس اللوغاريتم النيبيري.

(كـ$_ط$) ممثلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، $\overleftarrow{\text{و}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى}}$).

1 ـ بيّن أن (كـ$_ط$) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها.

2 ـ أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي ط تغيرات الدالة تا$_ط$.

II ـ 1) نضع ط = 2

ـ أنشئ جدول تغيرات تا$_2$، واستنتج إشارة تا$_2$(س) . بيّن أن (كـ$_2$) يقبل نقطة إنعطاف.

ـ أدرس الفروع اللانهائية للمنحني (كـ$_2$).

ـ جد معادلة المماس (Δ) للمنحني (كـ$_2$) عند نقطة الإنعطاف.

2) لتكن الدالة العددية عا للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي: عا(س) = تا$_2$(س) − س

ـ أحسب عا(0).

ـ أدرس تغيرات الدالة عا$'$ واستنتج تغيرات الدالة عا.

ـ استنتج وضع المنحني (كـ$_2$) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3) أرسم (Δ) ، (كـ$_2$) .

4) أوجد مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (كـ$_2$) والمستقيمات التي معادلاتها:

ع = 0 ، س = −لو2 ، س = 0 (لو هو رمز اللوغاريتم النيبيري)

III ـ حا الدالة العددية للمتغيرالحقيقي س المعرفة كما يلي: حا(س) = لو(س + $\sqrt{\text{س}^2 + 1}$)

(γ) ممثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم (م ، $\overleftarrow{\text{و}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى}}$) ، **ل** التناظر العمودي بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: س = ع.

1) بين أن (γ) هو صورة (كـ$_2$) بالتحويل **ل** .

2) أرسم (γ) .

3) أثبت أن : $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq$ حا$'$(س) ≤ 1 من أجل كل عدد حقيقي س من المجال [0، 1].

4) لتكن المتتالية العددية (ي$_ن$) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي ن غير معدوم كما يلي:

$$\text{ي}_{\text{ن}} = \int_0^1 \text{س}^{\text{ن}}\ \text{حا}'(\text{س})\ \text{تفاس}$$

ـ بيّن أن المتتالية (ي$_ن$) متتالية متناقصة.

ـ أثبت أن : $\frac{\sqrt{2}}{2(\text{ن} + 1)} \leq \text{ي}_{\text{ن}} \leq \frac{1}{\text{ن} + 1}$

ـ استنتج أن المتتالية (ي$_ن$) متقاربة