الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة جوان 2002
شعبة : العلوم الدقيقة — المدة : 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين 1 : (4 نقط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي ن بواقي قسمة $4^{\text{ن}}$ على 7 .

2) ن عدد طبيعي غير معدوم .

ليكن $\text{ل}_{\text{ن}} = 9\,\text{ق}_{\text{ن}+1}^{2} + 27\,\text{ق}_{\text{ن}+1}^{3} + 81\,\text{ق}_{\text{ن}+1}^{4} + \dots + 3^{\text{ن}+1}\,\text{ق}_{\text{ن}+1}^{\text{ن}+1}$

بين أن : $\text{ل}_{\text{ن}} = 4^{\text{ن}+1} - 3\text{ن} - 4$.

3) عين مجموعة الأعداد الطبيعية ن حتى يكون $\text{ل}_{\text{ن}}$ من مضاعفات 7 .

4) نضع $\text{مج}_{\text{ن}} = \text{ل}_1 + \text{ل}_2 + \dots + \text{ل}_{\text{ن}}$

احسب $\text{مج}_{\text{ن}}$ بدلالة ن .

التمرين 2 : (4 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود

$\text{ك}(\text{ص}) = \text{ص}^3 + [-4 + (2 - \sqrt{3})\,\text{ت}]\,\text{ص}^2 + (6 + 2\sqrt{3} + 4\text{ت}\sqrt{3})\,\text{ص} - 6\text{ت}\sqrt{3}$.

1) احسب $\text{ك}(\text{ت}\sqrt{3})$ ثم حل في م المعادلة ذات المجهول ص : $\text{ك}(\text{ص}) = 0$

نسمي ص_0 ، ص_1 ، ص_2 حلول هذه المعادلة حيث : $|\text{ص}_0| < |\text{ص}_1| < |\text{ص}_2|$

2) احسب بدلالة العدد الطبيعي ن العدد $\left|\text{ص}_0^{4\text{ن}} + \text{ص}_1^{2\text{ن}}\right|$.

3) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\text{م} ، \vec{\text{و}} ، \vec{\text{ى}})$. لتكن النقطتان أ ، ب صورتي العددين ص_0 ، ص_2 على الترتيب .

ناقش حسب قيم العدد الحقيقي α طبيعة مجموعة النقط ن من المستوى حيث :

$(\overrightarrow{\text{نأ}} + \overrightarrow{\text{نب}})(\overrightarrow{\text{نأ}} + \overrightarrow{\text{نب}} - \overrightarrow{\text{نم}}) = \alpha$

المسألة : (12 نقطة)

المستوي (π) منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$) ، تا$_ط$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي : تا$_ط$(س) = $\sqrt{س^2 - 2 ط س + 4}$

حيث ط وسيط حقيقي و (ى$_ط$) تمثيلها البياني .

الجزء I :

1) ادرس تغيرات الدالة تا$_0$ والفروع اللانهائية للمنحني (ى$_0$) . أرسم (ى$_0$) .

2) بين أن اقتصار الدالة تا$_0$ على [0 + ∞ [يقبل دالة عكسية يطلب رسم تمثيلها البياني (γ).

3) لتكن الدالة عا للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$عا (س) = لو (س + \sqrt{س^2 + 4})$$

حيث يرمز لو إلى اللوغاريتم النيبري الذي أساسه هـ .

- احسب عاَ(س) ثم استنتج قيمة العدد الحقيقي ك = $\int_0^1 \frac{تفا س}{تا_0 (س)}$

- لتكن مـ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (ى$_0$) والمستقيمات التي معادلاتها :

س = 0 ، س = 1 ، ع = 0 .

وليكن ل = $\int_0^1 \frac{س^2}{تا_0(س)} تفا س$

بين أن مـ = ل + 4 ك . ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن : مـ = $\sqrt{5}$ ـ ل

استنتج قيمة مـ .

الجزء II

1) ناقش حسب قيم الوسيط ط اتجاه تغير الدالة تا$_ط$.

2) بين أن المنحنى (ى$_ط$) يشمل نقطة ثابتة لما يتغير ط في ℝ .

3) ليكن (ىَ$_ط$) صورة (ى$_ط$) بالتناظر العمودي بالنسبة إلى حامل محور الفواصل وليكن

(Γ) = (ى$_ط$) ∪ (ىَ$_ط$)

- اكتب معادلة للمنحنى (Γ) ثم ناقش حسب قيم ط طبيعته وعين عناصره المميزة .

الجزء III :

ت$_{(\Delta)}$ التناظر العمودي بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته : ع = س ، ر الدوران الذي

مركزه م وقيس زاويته $\frac{\pi}{2}$.

1) بين أن (ى$_0$) صامد إجماليا بالتحويل ر o ت$_{(\Delta)}$.

2) ل$_\alpha$ هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة ن (س ، ع) النقطة نَ (سَ ، عَ) حيث :

$$\begin{cases} سَ = (1 - \alpha)\,س - \alpha\,ع \\ عَ = \alpha\,س + (\alpha - 1)\,ع + 2\alpha - 1 \end{cases} \qquad (\alpha \in \mathbb{C})$$

- عين مجموعة قيم α التي تجعل ل$_\alpha$ تقابلا .
- ناقش حسب قيم α مجموعة النقط المضاعفة . ماهو التحويل ل$_0$ ؟
- ناقش حسب قيم α صورة المستوي (π) بالتحويل ل$_\alpha$.

3) نضع $\alpha = 1$

- بين أن ل$_1$ هو تركيب تحويلين يطلب تعيينهما .
- بين باستدلال هندسي أن صورة المنحنى (γ) هو الجزء من (ى$_\mu$) حيث س $\leqslant 0$.
- ارسم صورة (γ) بواسطة ل$_1$.