امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة جوان 2003

شعبة : العلوم الدقيقة — المدة : 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقط)

في مجموعة الأعداد المركبة م نعتبر كثير الحدود ك(ص) المعرف كما يلي :

ك(ص) = ص^3 - (4 - 3 ت) ص^2 + (9 - 2 ت) ص - 2 + 11 ت

حيث ت العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له .

1 ـ اثبت أن ك(ص) يقبل جذرا تخيليا صرفا ص$_0$ يطلب تعيينه .

2 ـ حل في م المعادلة ذات المجهول ص : ك(ص) = 0 .

يرمز بـ : ص$_1$ ، ص$_2$ للحلين الآخرين حيث $|$ص$_1|$ < $|$ص$_2|$.

3 – في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس لتكن النقط : أ ، ب ، جـ ، د صور الأعداد : ص$_0$ ، ص$_1$ ، ص$_2$ ، - 5 - 4 ت على الترتيب.

- أثبت أنه يوجد تشابه مباشر للمستوى في نفسه يحول أ إلى ب ويحول جـ إلى د .
- عين عناصره المميزة .

التمرين الثاني : (4 نقط)

1) α ، β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .

عين α ، β حيث : α (α^2 - 19) = 35 β و α > β

2) لتكن (ل$_ن$) متتالية هندسية حدها الأول ل$_0$ وأساسها ر حيث ل$_0$ ، ر طبيعيان أوليان فيما بينهما و ل$_0$ > ر.

– اوجد ل$_0$ ، ر حتى يكون : 35 ل$_0^2$ + 19ل$_1$ - ل$_0$ ر^3 = 0

– نضع حـ$_ن$ = ل$_0$ + ل$_1$ + ... + ل$_ن$

احسب حـ$_ن$ بدلالة ن .

أوجد قيم ن حتى يقبل حـ$_ن$ القسمة على 30

المسألة : (12 نقطة)

I) تا هي الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$تا(س) = \frac{هـ^{س}}{1 + هـ^{س}} - لو(1 + هـ^{س})$$

حيث يرمز " لو " إلى اللوغاريتم النيبيري الذي أساسه هـ.

1) ادرس تغيرات الدالة تا ثم استنتج إشارة تا(س) .

2) عا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$عا(س) = هـ^{-س} لو(1 + هـ^{س})$$

و (ى) تمثيلها البياني في المستوى (Π) المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$) وحدة الطول هي 2 سم.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي س : $عا'(س) = هـ^{-س} تا(س)$
- أدرس تغيرات الدالة عا
- ارسم المنحنى (ى).

3) حا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفةكما يلي :

$$حا(س) = لو(1 + هـ^{-س})$$

- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي س : $حا'(س) = -\frac{1}{1 + هـ^{س}}$
- باستخدام المكاملة بالتجزئة أوجد دالة أصلية للدالة عا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح.
- احسب المساحة م(λ) للحيز المستوى المحدود بالمنحنى (ى) والمستقيمات التي معادلاتها : ع = 0 وَ س = 0 وَ س = λ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما .

احسب $\lim_{λ \to +\infty} م(λ)$

II) ط عدد صحيح ، نعتبر التحويل النقطي $ل_ط$ للمستوى (Π) في نفسه الذي يرفق بكل نقطة ن (س ، ع) النقطة نَ (سَ ، عَ) حيث :

$$\begin{cases} سَ = (2ط + 1)س - 2ط ع \\ عَ = 2ط س + (1 - 2ط) ع \end{cases}$$

1 ـ بين أنه من أجل كل عدد صحيح ط يكون $ل_ط$ تقابلا.

2 ـ نضع ط = 1 .

ليكن $ت_ق$ التناظر العمودي بالنسبة للمستقيم (ق) الذي معادلته ع = س .

- عين العبارة التحليلية للتحويل ف حيث : $ف = ت_ق \circ ل_1$
- أوجد مجموعة النقط الصامدة بالتحويل ف .

-اثبت أنه من أجل كل نقطة ن تختلف عن النقطة نَ الشعاع $\overrightarrow{\text{ن نَ}}$ يحافظ على منحى ثابت يطلب تحديده ، حيث نَ هي صورة ن بواسطة التحويل ف.

- بين أن منتصف [ن نَ] ينتمي إلى (ق).
- عين طبيعة التحويل ف و اذكر عناصره المميزة.

3 ـ لتكن (ك) مجموعة التحويلات $\text{ل}_{\text{ط}}$ عندما تتغير ط في مجموعة الأعداد الصحيحة ص.

- بين أنه من أجل كل عددين صحيحين ط_1 ، ط_2 : $\text{ل}_{\text{ط}_2} \circ \text{ل}_{\text{ط}_1} = \text{ل}_{\text{ط}_1 + \text{ط}_2}$

استنتج أن (ك ، o) زمرة تبديلية.

- نضع: $\text{ل}_1 \circ \text{ل}_1 = \text{ل}_1^{(2)}$ ، $\text{ل}_1 \circ \text{ل}_1^{(2)} = \text{ل}_1^{(3)}$ ، ... ، $\text{ل}_1 \circ \text{ل}_1^{(\text{ن} - 1)} = \text{ل}_1^{(\text{ن})}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي ن أكبر تماما من 1.

برهن أن $\text{ل}_1^{(\text{ن})} = \text{ل}_{\text{ن}}$ ثم استنتج أن كل مجموعة صامدة بالتحويل ل_1 هي صامدة بالتحويل $\text{ل}_{\text{ن}}$.

4 ـ لتكن (Γ) مجموعة النقط ن (س ، ع) من(Π) التي معادلتها :

$$\text{ع}^2 = 3\text{س}^2 + 1$$

و (Γ_1) صورة (Γ) بالتحويل ل_1.

بين أن (Γ_1) هو أيضا صورة (Γ) بتحويل بسيط يطلب تحديده.