

لوحة التعليم الثانوي **ثورة جوان 2004**

المدة : 4 ساعات

شعبة : العلوم الدقيقة

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقاط)

ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة.

لتكن في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (س، ع) :

$$(*) \quad 43س - 13ع = \lambda$$

حيث λ عدد صحيح.

(1) تحقق من أن $(-3, -10)$ حل للمعادلة (*).

حل في \mathbb{Z}^2 هذه المعادلة.

(2) ط عدد طبيعي يكتب $\alpha\beta\alpha$ في نظام تعداد أساسه 6 ويكتب $\beta\gamma\gamma\gamma$ في نظام تعداد أساسه 5. بين أن α, β, γ تحقق:

$$\gamma = \beta 13 - \alpha 43$$

عين α, β, γ ثم اكتب ط في النظام العشري.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول ص :

$$(I) \quad \dots \quad 0 = 8ت - 4 - ص (10 - 4) + 2ص^2 + (2 - 4) ت + 3ص^3$$

(1) بين أن للمعادلة (I) حلا تخيليا صرفا ص، يطلب تعيينه.

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة (I)، نرمز للحلين الآخرين بـ $ص_2, ص_3$ حيث $|ص_2| > |ص_3|$.

(3) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس لتكن النقط : أ، ب، ج صور $ص_1, ص_2, ص_3$ على الترتيب.

- بين أن النقط أ، ب، ج على استقامة واحدة.

- عين العناصر المميزة للتحاكي الذي يحول النقطة أ إلى النقطة ب، والنقطة ب إلى النقطة ج.

(4) ن نقطة من المستوى لا حقتها ص، نعتبر العدد المركب ل حيث $ل = \frac{ص_1 - ص_2}{ص_2 - ص_3}$.

- عين مع مجموعة النقط ن بحيث يكون $ل = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$.

- انشئ مع.

تأ الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$\left. \begin{aligned} \text{تأ}(س) &= س - س \text{ لو } \left(\frac{1}{س} + 1 \right) \text{ من أجل } س < 0 \\ \text{تأ}(0) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

حيث لو هو رمز اللوغارتم النيبيري الذي أساسه هـ .

(ك) المنحنى البياني للدالة تأ في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، و ، ي) (طول وحدة القياس 4 سم) .

(أ) (1) ادرس استمرارية الدالة تأ عند س = 0 من اليمين .

- ادرس قابلية اشتقاق الدالة تأ عند س = 0 من اليمين ثم فسر هندسيا هذه النتيجة .

(2) احسب من أجل س < 0 كلا من تأ(س) ، تأ'(س) .

احسب نهائيا تأ(س) ثم استنتج إشارة تأ(س) .
س ← ∞

(3) ادرس تغيرات الدالة تأ (لإيجاد نهائيا تأ(س) يمكن وضع س = $\frac{1}{س}$)
س ← ∞

ارسم المنحنى (ك) .

(4) بين أن تأ تقبل دالة عكسية تأ¹ على المجال [0 ، ∞+]

- ارسم المنحنى الممثل لها في المستوى السابق .

(ب) (1) لتكن لا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي : لا(س) = س تا(س) - س

احسب لا(س) ثم استنتج دالة أصلية للدالة تأ على [0 ، ∞+] .

(2) عدد حقيقي حيث : $1 \geq \lambda > 0$

احسب بالسنتمتر المربع المساحة ح(λ) للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (ك)

والمستقيمات التي معادلاتها : س = 1 ، س = λ ، ع = 1 -

احسب نهائيا ح(λ) .
 $0 < \lambda$

(جـ) α عدد حقيقي موجب تعامًا ، تأα الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$\left. \begin{aligned} \text{تأ}_\alpha(س) &= \frac{س}{\alpha} - س \text{ لو } \left(\frac{\alpha}{س} + 1 \right) \text{ من أجل } س < 0 \\ \text{تأ}_\alpha(0) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

(ك) التمثيل البياني للدالة تأα في المستوى السابق .

(1) برهن أنه يوجد تآلف بسيط يحول (ك) إلى (ك) يطلب تعيين عناصره المميزة .

أرسم (ك) .
 $\left(\frac{1}{2} \right)$

(2) α ، β عدنان حقيقيان موجبان تعامًا عين التحويل النقطي الذي يحول (ك) إلى (ك) .

(3) ط عدد حقيقي موجب تعامًا بين أن : $\forall س \in [0 ، \infty+]$ ه^ط - ط س < 1