الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (دورة جوان 2005)

شعبة : العلوم الدقيقة المدة : 04 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

ليكن كثير الحدود تا(ص) ذو المتغير المركب ص حيث :

تا(ص) = ص^3 − (ك + 2) ص^2 + (1 + 2 ت + 2 ك) ص − ك(1 + 2ت)

ك عدد مركب غير معلوم .

1) − احسب تا(ك) ثم حل في مجموعة الأعداد المركبة م المعادلة تا(ص) = 0 .

2) − نعتبر المستوي مزودا بمعلم متعامد و متجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ي}$) و لتكن أ ، ب ، جـ صور الأعداد المركبة ص$_1$ ، ص$_2$ ، ك حلول المعادلة تا(ص) = 0 على الترتيب .

ص$_1$ هو الحل التخيلي الصرف .

2 − 1− نضع ك = α + ت β مع (α ، β) ∋ ح$_+^*$ × ح$_-^*$.

−عين α و β حتى يكون المثلث أب جـ قائما في أ و متقايس الساقين.

− اكتب عندئذ معادلة للدائرة (كـ) المحيطة بالمثلث أب جـ .

2 − 2− لتكن النقطة ن (س،ع) من المستوي حيث :

$$\begin{cases} س = 2 + 2 \text{ تجب } \theta \\ ع = 1 + 2 \text{ جب } \theta \end{cases} \qquad \theta \in ح$$

- اثبت أن ن تنتمي إلى الدائرة (كـ)

- عين θ حتى يكون الرباعي أب ن جـ مربعا .

التمرين الثاني :(04 نقاط)

ن عدد طبيعي . ليكن العددان α و β حيث α = ن^2 + ن و β = ن + 2 .

1 - برهن أن : ق م أ (α ، β) = ق م أ (β ، ن) .

(يرمز ق م أ (α ، β) إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين α و β).

− استنتج القيم الممكنة للعدد ق م أ (α ، β) .

2 - أ و ب عددان طبيعيان يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس ن كما يلي :

أ = $\overline{3520}$ و ب = $\overline{384}$

2 − 1 − برهن أن العدد (3 ن + 2) هو قاسم مشترك للعددين أ و ب .

2 − 2 − استنتج تبعا لقيم ن أن : ق م أ(أ ، ب) هو (3 ن + 2) أو 2 (3 ن + 2) .

2 − 3 − عين α و β إذا علمت أن ق م أ(أ ، ب) = 41 .

المسألة: (12 نقطة)

الجزء الأول: ط عدد حقيقي غير معدوم ، تاط الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرّفة كما يلي :

تاط (س) = لو (ط س +1) − ط س .

(ىط) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (م ، $\overrightarrow{و}$ ، $\overrightarrow{ي}$) .

تؤخذ وحدة الطول 1 سنتمتر. (لو: هو رمز اللوغاريتم النيبيري).

1 – أ – ادرس حسب قيم ط تغيرات الدالة تاط و الفروع اللانهائية للمنحنى (ىط) .

ب – استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي س موجب تماما يكون :

لو (1 + ط س) > ط س .

2 – بيّن أن المنحنى (ىط) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

3 – ن عدد طبيعي أكبر تماما من 1 ، تاط$^{(ن)}$ المشتق النوني للدالة تاط .

اثبت أن : تاط$^{(ن)}$ (س) = $\dfrac{(-1)^{ن+1}(ن-1)!\,ط^{ن}}{(ط\ س+1)^{ن}}$.

الجزء الثاني : نفرض فيما يلي أن ط = 1 .

1 – أ – باستعمال السؤال 1 –ب – من الجزء الأول ، بيّن أنه من اجل كل عدد طبيعي β غير معدوم

يكون : لو(1 + β) – لو β > $\dfrac{1}{\beta}$.

ب – استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم ن يكون :

لو(ن + 1) > 1 + $\dfrac{1}{2}$ + ... + $\dfrac{1}{ن}$.

جـ – استنتج $\lim\limits_{ن \to +\infty}$ (1 + $\dfrac{1}{2}$ + ... + $\dfrac{1}{ن}$) .

2 – أ – عين إحداثيي النقطة ω التي يكون فيها معامل توجيه المماس للمنحنى (ى$_1$) يساوي 1 .

ب – أوجد معادلة المستقيم (Δ) مماس (ى$_1$) عند النقطة ω.

جـ – أنشئ (Δ) و (ى$_1$) .

3 – ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي α عدد و إشارة حلول المعادلة :

لو(1 + س) – 2 س – α = 0

4 – أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، أوجد دالة أصلية للدالة س ⟵ لو(1+س)

على المجال] –1 ، + ∞ [.

ب) λ عدد حقيقي حيث – 1 < λ < 0 ، احسب مـ(λ) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (ى$_1$) و المستقيمات التي معادلاتها : ع = –س ، س =0 ، س = λ .

جـ) احسب نهـا هـ (λ)
$\lambda \to -1$ بقيم أكبر

5 – ها الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي : ها(س) = لو(1 +|س|) – |س| .

أ – أوجد مجموعة تعريف الدالة ها.

ب – ادرس قابلية اشتقاق الدالة ها عند $س_0 = 0$.

جـ – بين كيف تنشئ التمثيل البياني ($\mathcal{L}$) للدالة ها اعتمادا على ($ى_1$).

أنشئ ($\mathcal{L}$) في نفس المعلم السابق.

الجزء الثالث : ك عدد حقيقي ، $ل_ك$ التحويل النقطي للمستوي في نفسه ، الذي يرفق بكل نقطة ن (س،ع) من المستوي النقطة نَ(سَ ، عَ) حيث :

$$\begin{cases} سَ = ك^2 س + ع + ك \\ عَ = - ك س + ع + 2 \end{cases}$$

1 – عين مجموعة قيم ك التي يكون من أجلها $ل_ك$ تقابلا.

2 – ناقش حسب قيم ك صورة المستوى بالتحويل $ل_ك$.

3 – ناقش حسب قيم ك مجموعة النقط الصامدة بالتحويل $ل_ك$.

4 – نفرض ك = 1 ، ص = س + ت ع لاحقة النقط ن ، صَ = سَ + ت عَ لاحقة نَ ، ت العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

أ – عبر عن صَ بدلالة ص .

ب – استنتج طبيعة و عناصر $ل_1$.

5 – نفرض (Γ) صورة ($ى_1$) بالتحويل $ل_1$ ، أوجد معادلة للمجموعة (Γ) .