

دورة جوان 2001

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

المدة : 4 ساعات

شعبة : العلوم الدقيقة

اختيار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقط)

- (1) α, β عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما، أوجد α, β حيث : $\beta^2 \alpha 28 = (1 - \beta^3) \beta$
 (2) a, b, c, d, e, f أعداد طبيعية غير معدومة تشكل بهذا الترتيب حدودا لمتتالية هندسية

أساسها a وحيث a, c أوليان فيما بينهما و $28a^3 = e - b$

احسب الأساس و ثم الأعداد a, b, c, d, e, f .

التمرين الثاني : (4 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس، نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة m المعادلة ذات

$$z^2 - 2(3 + i)z + (1 + i) = 0 \quad (I)$$

ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

1- حل في m المعادلة (I).

يرمز z_1, z_2 إلى حلي هذه المعادلة حيث z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي أصغر.

2- لتكن النقطتان N, N' ن هورتي العددين z_1, z_2 على الترتيب، اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري.

استنتج طبيعة وعناصر التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة N' بالنقطة N .

المسألة : (12 نقطة)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (m, w, y) حيث وحدة الطول هي 2 سم.

(I) عا الدالة العددية للمتغير الحقيقي s المعرفة كما يلي :

$$E(s) = s^2 - 1 - s \quad \text{حيث } s \text{ يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري.}$$

ادرس تغيرات الدالة عا .

(2) تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي s حيث

$$T(s) = s^2 - s + (s - 1) \quad \text{و } (y) \text{ تمثيلها البياني}$$

- ادرس تغيرات الدالة تا و الفروع اللانهائية للمنحنى (y).
- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (y) عند النقطة التي فاصلتها 0.
- اثبت أن للمنحنى (y) نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثياتها.
- بين أنه يوجد عدد حقيقي s_0 ينتمي إلى المجال $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$ حيث $T(s_0) = 0$.
- ارسم (Δ) ثم (y).

3) بين أن الدالة α تقبل دالة عكسية α^{-1} .

- احسب العدد المشتق للدالة α^{-1} عند 1.

- ارسم المنحنى البياني (ي) للدالة α^{-1} في المستوي السابق.

4) α عدد حقيقي سالب تماما.

- احسب بالسهم α المساحة $M(\alpha)$ للعيزالمستوي المحدود بالمنحنى (ي) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = \alpha, \quad x = 0, \quad y = -x$$

- احسب نهاية $M(\alpha)$ عندما $\alpha \rightarrow -\infty$.

(II) 1) λ عدد حقيقي، عا λ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث:

$$E_\lambda(x) = x - \lambda - x^2$$

- ادرس تغيرات الدالة E_λ .

- ناقش حسب قيم λ وجود وعدد حلول المعادلة: $E_\lambda(x) = 0$

2) في هذا السؤال نرض أن $\lambda \geq 0$

عا λ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث:

$$E_\lambda(x) = x^2 - (x-1)^2 + x^2$$

- ادرس تغيرات الدالة E_λ . (يمكن الإستعانة بنتائج السؤال السابق II).

- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ي).

- بين أن (ي) يشمل نقطة ثابتة أ يطلب إيجاد إحداثياتها عندما يتغير λ .

- اكتب معادلة لمماس (ي) عند النقطة أ.

- ارسم (ي).

(III) λ عدد حقيقي، ل λ التحويل الخطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة $N(x, y)$

النقطة $N'(x', y')$ حيث:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = x + y \end{cases}$$

1) اثبت أن ل λ تحويل تزامني، عين مجموعة النقط الصامدة.

2) بين أنه إذا كانت N تختلف عن N' فإن للمستقيم (NN') منحى ثابت.

3) استنتج أن ل λ تآلف يطلب تحديده، ماهو التحويل ل λ ؟

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي λ : $M_\lambda(\alpha) = M_\lambda(0)$

ارسم ل λ (ي).