

امتحان بهالوريا التعليم الثانوى **هورة جوان 1996**

المدة : 3 ساعات

الشعبة : علوم الطبيعة والحياة .

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (05 نقاط)

$$\cdot \frac{t + 3\sqrt{v}}{t - 1} = \text{ص}$$

(ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 وعمدة له $\frac{\pi}{2}$)

أ - احسب طويلة العدد المركب ص وعمدة له .

ب - اكتب ص على الشكل الجبري .

$$\cdot \text{ج - استفتح تجب } \frac{\pi 5}{12} \text{ و جب } \frac{\pi 5}{12}$$

د - عين الأعداد الطبيعية ن حتى يكون $\left(\frac{\text{ص}}{2\sqrt{v}}\right)^n$ عددا حقيقيا .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

زهرة نرد مكعبة ك₁ لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 وثلاثة أوجه تحمل الرقم 3 .

زهرة نرد مكعبة ك₂ لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 ووجه يحمل الرقم 3 ووجهان يحملان الرقم 4 .

نفرض أن كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور .

ترمي الزهرتين في آن واحد . ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين :

أ - زوجيين ؟

ب - فرديين ؟

المسألة : (11 نقطة)

نفرض في كل المسألة أن المستوي (π) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ي) .

$$\cdot \text{بحيث : } \vec{a} = \vec{b} = \vec{c} = 2 \text{ سم}$$

(I) لتكن τ الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي s والمعروفة بـ :

$$\tau(s) = (s-1) \zeta(s)$$

(ζ يرمز إلى دالة اللوغاريتم ذي الأساس 3)

نذكر بأنه من أجل كل عدد حقيقي s موجب تماماً فإن : $\frac{\tau(s)}{3^s} = \frac{\tau(s)}{3^s}$

تسمى (ي) المنحنى البياني الممثل للدالة τ في المستوى (π) .

1 - أدرس تغيرات الدالة τ .

2 - أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ي) وحدد وضعية (ي) بالنسبة للمستقيم (ق) الذي

معادلته $x = s$ ، أرسم (ي) .

3 - (أ) بين أن الدالة τ تقبل دالة عكسية τ^{-1} ، حدد اتجاه تغير الدالة τ^{-1} دون

حساب $\tau^{-1}(s)$.

(ب) تسمى (ي') المنحنى البياني الممثل للدالة τ^{-1} في المعلم (π') ، و (μ) ، (ν) ، (ξ) .

بين أن (ي) و (ي') يتقاطعان في نقطة α من المستقيم (ق) ، عين إحداثيي α .

أرسم المنحنى (ي')

(II) نعتبر التحويل النقطي L للمستوي (π) في نفسه والذي يرفق بكل نقطة n التي

لاحقتها من النقطة n التي لاحقتها من بحيث : $\tau^{-1}(n+1) = \tau^{-1}(n) + 1 - n$

(ت) هو العدد المركب الذي طويلته 1 وعمدته $\frac{\pi}{2}$

1 - (أ) حدد طبيعة التحويل L .

(ب) حدد العناصر المميزة للتحويل L .

2 - (أ) أحسب s و τ إحداثيي النقطة n بدلالة s و τ إحداثيي النقطة n' .

(ب) تسمى (Γ) صورة المنحنى (ي) وفق التحويل L .

بين أن (Γ) معادلته : $x = 2 - 3^{-s} - s$.

(III) نضع $\tau(s) = 2 - 3^{-s} - s$ من أجل كل عدد حقيقي s .

1 - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي s فإن : $\tau(s) + s > 0$.

2 - ليكن λ عدداً حقيقياً موجباً تماماً .

أحسب بالسهم 2 المساحة $M(\lambda)$ للحيز مجموعة النقط $(s, \tau(s))$ من المستوى التي تحقق :

$$\left| \begin{array}{l} \lambda \geq s \geq 0 \\ s \geq \tau(s) \geq \tau(s) \end{array} \right.$$

أحسب نهاية $M(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $+\infty$.

يعطى :

$$\tau(2) = 0,69... \quad , \quad \tau(3) = 1,09...$$