

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة جوان 1998

الوقت : 3 ساعات

المادة : علوم الطبيعة والحياة

اختبار في مادة الرياضيات

تمرين الأول : (04 نقاط)

- لتكن S مجموعة الأعداد الصحيحة ولتكن \mathbb{Z} مجموعة الأعداد الطبيعية.
- عين مجموعة الأعداد الصحيحة S حيث : $3 - S = 5 - [11]0$.
 - نعتبر في $S \times S$ المعادلة : $3 - S = 11 - C = 5$ (1)
 - حل هذه المعادلة (يمكن استعمال نتيجة السؤال الأول)
 - ليكن q هو القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين s و c .
 - ما هي القيم الممكنة للعدد q إذا كان (s, c) حلا للمعادلة (1).
 - عين الثنائيات (s, c) من $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ حلول المعادلة (1) بحيث يكون : $5 = c$.

تمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (c_n) المعرفة كما يلي

$$c_0 = 0 \quad \text{ومن أجل كل عدد طبيعي } n \quad c_{n+1} = 1 + c_n + \frac{2}{3} c_n + \frac{1}{3}$$

- (أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq c_n < 1$
- (ب) برهن أن (c_n) متزايدة تماما.
- (ج) لتكن l الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي :

$$l(s) = \frac{2}{3} s + \frac{1}{3}$$

- (أ) عين العدد الحقيقي α بحيث : $l(\alpha) = \alpha$.
- (ب) نضع $y_n = c_n - \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n .
- (ج) استنتج c_n بدلالة n ، ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$.

لتكن φ الدالة العددية للمتغير الحقيقي s المعرفة بـ

$$\varphi(s) = s^2 - 4s + 3 + 6 \log s - 2$$

(لو يرمز إلى اللوغاريتم النيبري)

أحسب $\varphi(1)$ و $\varphi(3)$.

أدرس تغيرات الدالة φ واستنتج إشارة $\varphi(s)$.

لتكن Γ الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي s المعرفة بـ :

$$\Gamma(s) = s + 2 - \frac{5}{s-2} - \frac{6 \log |s-2|}{s-2}$$

$$1 - \text{بين أن } \Gamma(s) = \frac{\varphi(s)}{(s-2)^2}$$

ب - استنتج تغيرات الدالة Γ .

ج - ليكن (Γ) المنحني البياني للدالة Γ في مستو منسوب إلى معلم متعامد

ومتجانس (M, O, Y) . أدرس الفروع اللانهائية للمنحني (Γ) .

د - أحسب $\Gamma(1)$ ، $\Gamma(0)$ ، $\Gamma(4)$ ، $\Gamma(4)$ بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$.

تحقق أن النقطة $(2, 4)$ مركز تناظر للمنحني (Γ) .

أرسم المنحني (Γ) .

ليكن \mathcal{H} إقتصار الدالة Γ على المجال $]3, +\infty[$.

بين أن الدالة \mathcal{H} تقبل دالة عكسية \mathcal{H}^{-1} يطلب تحديد مجال تعريفها ، ارسم تمثيلها البياني

في المعلم (M, O, Y) .

أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = s + 2, \quad x = s = 3, \quad x = s = 4$$

ل. ليكن \mathcal{L} التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة N التي لاحقتها \mathcal{H}

نقطة N' التي لاحقتها \mathcal{H} حيث : $\mathcal{H}^{-1} = \mathcal{H} + 4 + 8$.

ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 وعمدته $\frac{\pi}{2}$.

أحسب الإحداثيين s' ، θ' للنقطة N' بدلالة الإحداثيين s ، θ للنقطة N . بين أن التحويل

تضامني .

عين طبيعة التحويل \mathcal{L} .

جد معادلة لصورة المنحني (Γ) بالتحويل \mathcal{L} .

استنتج أن المنحني (Γ) صامد إجمالياً بالتحويل \mathcal{L} .

عطى

$$\log 2 = 0.69... \quad \log 3 = 1.09...$$