

﴿ امتحان بحالوريا التعليم الثانوي ﴾

﴿ دورة جوان 2001 ﴾

المدة : 3 ساعات

شعبة : علوم الطبيعة والحياة

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

- (1) - أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 .
 ب - استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $9 \times 63 - 2001 - 7^{1422}$ على 10 .
 (2) - أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون :

$$[10] \quad 3 \times 9^n + 7^{n^2+1} \equiv (1-n) \times 3^{n^2+1} \pmod{10}$$

ب - عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :

$$[10] \quad 0 \equiv 3 \times 9^n + 7^{n^2+1} \pmod{10}$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

ر عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي .

α عدد مركب طويلته r و θ عمدة له .

- (1) - أ - حل ، في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول v التالية :

$$v^2 - \alpha v + \alpha^2 = 0$$

(نرسم لحلي هذه المعادلة ب : v_1 ، v_2)

ب - عبر بدلالة r و θ على طويلتي v_1 ، v_2 و عمدتيهما .

- (2) ليكن العدد المركب l حيث $l = (\sqrt{2} - \sqrt{6}) - (\sqrt{2} + \sqrt{6})i$ ت

(ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

أ - احسب l^2 واكتبه على شكله المثلثي .

ب - استنتج الطويلة وعمدة للعدد المركب l .

ج - استنتج $\frac{\pi 19}{12}$ و $\frac{\pi 19}{12}$ و $\frac{\pi 19}{12}$.

المسألة (12 نقطة)

لتكن γ الدالة العددية للمتغير الحقيقي s حيث :

$$\gamma(s) = s + \log |2 - s|$$

(ي) المنحنى البياني الممثل للدالة γ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

(m, w, y). (الوحدة 2 سنتيمتر)

I 1 - أ - ادرس تغيرات الدالة γ .

ب - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي s من مجموعة تعريف الدالة γ ، يمكن كتابة $\gamma(s)$

على الشكل :

$$\gamma(s) = 2s + \log |2 - s|$$

2 - 1 - بيّن أن (ي) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي :

$$c = s + \log 2, \quad c = 2s$$

ب - عين نقاط تقاطع (ي) مع حامل محور الفواصل .

ج - انشئ المنحنى (ي) .

3 - ليكن γ اقتصار الدالة γ على المجال $]-2, +\infty[$.

أ - بيّن أن γ تقبل دالة عكسية يطلب تعيين مجال تعريفها.

ب - نرمز بـ (γ^{-1}) إلى المنحنى الممثل للدالة العكسية γ^{-1} . عين نقطة تقاطع المنحنى (γ^{-1})

مع المنحنى (ي) . ثم انشئ (γ^{-1}) في نفس المعلم السابق .

II - نعتبر التحويل النقطة l للمستوى المركب في نفسه والذي يرفق كل نقطة z للاحقتها من

$$z \rightarrow z' = z \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}z \right)$$

1 - عين طبيعة التحويل l وحدد عناصره المميزة .

$$2 - \text{نضع } s' = s + t \quad \text{و} \quad s'' = s + t + c$$

عبر عن s' و c' بدلالة s و c .

3 - بيّن أن صورة المنحنى الممثل للدالة γ وفق التحويل l هو المنحنى الذي معادلته :

$$s'' = s' + \log(2 + c'^2)$$