امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة جوان 2003**

شعبة : علوم الطبيعة والحياة — **المدة : 3 ساعات**

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود

تا(ص) = ص^{3} ـ (2 ـ 3 ت) ص^{2} + 9 ص ـ 18 + 27 ت .

(ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

1) أ) ليكن $\overline{\text{ص}}$ مرافق ص . أحسب $\overline{\text{تا (ص)}}$ بدلالة $\overline{\text{ص}}$.

ب) حل، في $\mathbb{C}$ ، المعادلة تا(ص) = 0 إذا علمت أنّها تقبل حلين مترافقين ص$_1$ و $\overline{\text{ص}_1}$.

2) في المستوي المركب ، نعتبر النقط أ ، ب ، جـ ذات اللاحقات 3 ت ، ـ 3 ت ، 2 ـ 3 ت على الترتيب .

أ) عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه ب ويحوّل جـ إلى أ . واستنتج طبيعة المثلث أ ب جـ .

ب) عين إحداثيي النقطة هـ مركز المسافات المتناسبة للنقط أ ، ب ، جـ مرفقة بالمعاملات 1 ، 2 ، ـ 2 على الترتيب .

جـ) عين مجموعة النقط ن من المستوي حيث ن أ^{2} + 2 ن ب^{2} ـ 2 ن جـ^{2} = 25 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) أ) عين القاسم المشترك الأكبر للأعداد 286 ، 1430 ، 2002 .

ب) نعرّف في المجموعة ص^{2} المعادلة : 1430 س ـ 2002 ع = 286 ... (I)

برهن أنه إذا كانت الثنائية (س ، ع) حلا لـ (I) فإن 5 س ≡ 1 [7] ... (II)

جـ) حل ، في ص ، المعادلة (II) ، ثمّ استنتج حلول المعادلة (I) .

2) (ح$_{ن}$) متتالية حسابية أساسها 7 وحدها الأوّل ح$_{0}$ = 2 .

(ى$_{هـ}$) متتالية حسابية أساسها 5 وحدها الأول ى$_{0}$ = 1 .

أ) اكتب ح$_{ن}$ بدلالة ن و ى$_{هـ}$ بدلالة هـ .

ب) أثبت أنه يوجد مالا نهاية من الحدود المشتركة بين المتتاليتين (ح$_{ن}$) و (ى$_{هـ}$)

وأن هذه الحدود تشكل متتالية حسابية يطلب إعطاء حدها الأول وأساسها .

المسألة (12 نقطة)

لتكن تا الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي س حيث :

تا(س) = (س + 2) ـ 2 لو|2 س + 1| .

(يشير الرمز لو إلى اللوغاريتم النيبيري)

يرمز (ك) إلى المنحنى الممثل للدالة تا في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ى) .

I - 1) ادرس تغيرات الدالة تا و الفروع اللانهائية لـ (ك) .

2) بيّن أن المنحنى (ك) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه (ـ 3) . اكتب معادلة لـ (Δ) .

3) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (ك) مع المستقيم ذي المعادلة ع = س .

4) احسب تا (ـ 1) و تا (0) . ارسم المماس (Δ) والمنحنى (ك) .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي ط ، وجود وإشارة حلول المعادلة تا(س) = ـ 3 س + ط .

II - ها دالة عددية للمتغير الحقيقي س حيث: ها(س) = $\frac{3}{2}$ + |س + $\frac{1}{2}$| ـ لو (2 س + 1)^2 .

نرمز بـ (Γ) إلى منحنى ها في نفس المعلم السابق .

1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي س يختلف عن (ـ $\frac{1}{2}$) يكون لدينا :

ـ1 ـ س ≠ ـ $\frac{1}{2}$ وَ ها (ـ 1 ـ س) = ها(س) .

استنتج أن (Γ) يقبل محور تناظر (ق) يطلب إيجاد معادلة له .

2) أثبت أن ها(س) = تا(س) على مجال يطلب تعيينه .

استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من(ك). ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق .

III - 1) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، جد الدالة الأصلية للدالة عا : س ⟵ لو(2س +1)

على المجال] ـ $\frac{1}{2}$ ، + ∞ [والتي تنعدم من أجل س = 0 .

2) λ عدد حقيقي من المجال] ـ $\frac{1}{2}$ ، + $\frac{3}{2}$ [.

أحسب المساحة م (λ) للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (ك) والمستقيمات التي معادلاتها : س = $\frac{3}{2}$ ، س = λ ، ع = 0 .

ماهي نهاية م (λ) لما λ ⟵ ـ $\frac{1}{2}$ (>) ؟