امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة جوان 2004

شعبة : علوم الطبيعة والحياة — المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) ادرس تبعًا لقيم العدد الطبيعي ن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $3^{ن}$ و $4^{ن}$ على 7.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي ن يكون العدد: $2 \times 2006^{6ن+2} + 1424^{6ن+1}$ قابلا للقسمة على 7.

3) نعتبر المتتالية العددية $(ح_{ن})$ المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ط بحدها العام $ح_{ن}$ حيث:

$$ح_{ن} = 2 \times 3^{ن} + 3 \times 4^{ن}$$

احسب بدلالة ن، المجموع $م_{ن} = ح_{0} + ح_{1} + ح_{2} + \dots + ح_{ن}$.

ماهي قيم الأعداد الطبيعية ن التي يكون من أجلها $م_{ن}$ قابلا للقسمة على 7.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

α عدد مركب غير معدوم. ت العدد المركب الذي طويلته تساوي 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

1) انشر العبارة $\left[1 - ت\,(\alpha + 1)\right]^{2}$.

2) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول ص :

$$ص^{2} + \left[-1 + (1 - \alpha)\,ت\right] ص + \alpha\, ت + \alpha = 0.$$

نرمز بـ $ص_{1}$ و $ص_{2}$ إلى حلي هذه المعادلة حيث $ص_{2}$ هو الحل المستقل عن α.

3) نفرض في هذا السؤال أن $\alpha = ت\,ع$ حيث ع عدد حقيقي غير معدوم.
اكتب كلا من $ص_{1}$ و $ص_{2}$ على شكله المثلثي.

4) المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(م، \vec{و}، \vec{ى})$. أ و ن نقطتان من المستوي لاحقتاهما $ص_{2}$ و ص على الترتيب ولتكن مج مجموعة النقط ن من المستوي التي يكون من أجلها $(ص - ص_{2})\overline{(ص - ص_{2})} = 2$

تحقق أن م تنتمي إلى مج ثم عيّن مج.

المسألة : (12 نقطة)

تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$تا(س) = 1 - \frac{لوس^2}{س}$$ (لو يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري الذي أساسه هـ).

(ى) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(م ، \vec{و} ، \vec{ي}\right)$ (وحدة الطول 1 سم).

1) - أدرس تغيرات الدالة تا والفروع اللانهائية للمنحنى (ى).

- اثبت أنّ المنحنى (ى) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته ع = 1 في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

2) - احسب : تا(– س) + تا(س) ، ماذا تستنتج ؟

3) - بيّن أنّ المعادلة : تا(س) = 0 تقبل حلاً وحيداً α حيث : $\alpha \in \left]-1 ، -\frac{1}{2}\right[$.

4) - أثبت أنّ (ى) يقبل مماساً (ق) يشمل النقطة أ(0 ، 1) ويمسُّ المنحنى (ى) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما؛ أوجد معادلة للمماس (ق).

5) - أرسم (ق) ثمّ (ى).

6) - ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي ط عدد حلول المعادلة : تا(س) = ط س + 1 .

7) - ها الدّالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي : $ها(س) = 1 + \frac{لوس^2}{|س|}$

(γ) تمثيلها البياني في المستوي السّابق.

- بيّن أنّ ها زوجيّة.

- دون دراسة تغيرات ها ، أرسم (γ) ؛ علّل ذلك.

8) - أحسب مـ(α) مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (ى) والمستقيمات التي معادلاتها :

س = – 1 ، س = α ، ع = 1 (α هو حل المعادلة تا(س) = 0).

- بيّن أنّ : $مـ(\alpha) = \frac{\alpha^2}{4}$ سم^2.

- اعط حصراً للعدد مـ(α).