وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
الحل 3	المادة : الرياضيات
المستوى: 3 ثانوي	الشعبة : ع . د

التمرين الأول : (5 نقط)

I/ ا = 3 ن + 5 ، ب = ن − 1 .

1) ب = ن − 1 ⟺ ن = ب + 1 ومنه ا = 3 (ب + 1) + 5 ⟺ ا = 3 ب + 8................(0,5 ن)

2) $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ ∈ ص ⟺ $\frac{3\text{ب}+8}{\text{ب}}$ ∈ ص و ب ≠ 0

⟺ 3 + $\frac{8}{\text{ب}}$ ∈ ص و ب ≠ 0

⟺ $\frac{8}{\text{ب}}$ ∈ ص و ب ≠ 0

⟺ ب ∈ { 8، 4، 2، 1، −1، −2، −4، −8}

ومنه ن ∈ { 9، 5، 3، 2، 0، −1، −3، −7}...(1 ن)

II/ نفرض : ن ∈ ط نضع ق = ق م أ (ا ، ب)

ق = ق م أ (ا ، ب) ⟸ ق | ا ∧ ق | ب ومنه ق | 3 ب

(ق | ا ∧ ق | 3 ب) ⟸ ق | ا − 3 ب.

(ا = 3 ب + 8 ∧ ق | ا − 3 ب) ⟸ ق | 8 . ...(1 ن)

1) تعريف : لتكن العداد α ، β و ر من ط بحيث β > 0

نعلم أن : α ≡ ر[β] ⟺ ق م أ (α ، β) = ق م أ (ر ، β)

لدينا ا = 3 ب + 8 إذن ا ≡ 8 [ب] أي 3 ن + 5 ≡ 8 [ن − 1] مع ن > 1.

حسب التعريف السابق لدينا : ق م أ (ا ، ب) = ق م أ (8 ، ب)

دراسة الحالات الممكنة :

- ن −1 ≡ 0 [8] ⟺ ن = 8ك + 1 مع ك ∈ ط

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 0) = 8
- ن − 1 ≡ 1 [8] ⟺ ن = 8ك + 2.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 1) = 1
- ن − 1 ≡ 2 [8] ⟺ ن = 8ك + 3.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 2) = 2
- ن − 1 ≡ 3 [8] ⟺ ن = 8ك + 4.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 3) = 3

وزارة التربية الوطنية	**الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**
الحل 3	**المادة : الرياضيات**
المستوى: 3 ثانوي	**الشعبة : ع . د**

- ن − 1 ≡ 4 [8] ⇔ ن = 8ك + 5.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 4) = 4
- ن − 1 ≡ 5 [8] ⇔ ن = 8ك + 6.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 5) = 5
- ن − 1 ≡ 6 [8] ⇔ ن = 8ك + 7.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 6) = 2
- ن − 1 ≡ 7 [8] ⇔ ن = 8ك + 8.

  يكون ق م أ (8 ، ن − 1) = ق م أ (8 ، 7) = 1 .... (2,5 ن)

المسألة :

1) دراسة الدالة تا : حيث $\text{تا(س)} = \frac{\text{س(س} - 2)}{3}$.

- فـتا = ؛ .... (0,25 ن)

تا دالة كثير حدود من الدرجة الثانية معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على] −∞، + ∞[.

الدالة تا ليست زوجية وَ ليست فردية لأن : ∀س ∈ ؛ ، −س ∈ ؛ وَ تا(س) ≠ تا(− س)

وَ تا(س) ≠ − تا(س)

- حساب النهايات :

$\lim\limits_{\text{س} \to +\infty} \text{تا(س)} = \lim\limits_{\text{س} \to +\infty} \frac{\text{س}^2}{3} = +\infty$ .... (0,5 ن)

(س← −∞) (س← −∞)

- حساب المشتق : ∀س ∈ ؛ : $\text{تا}'(\text{س}) = \frac{2}{3}(\text{س} - 1)$ .... (0,5 ن)
- إشارة المشتق : تاَ (س) = 0 ⇔ س = 1 وَ تاَ (س) > 0 ⇔ س > 1 .... (0,5 ن)
- جدول التغيرات :... (1 ن)

س	−∞		1		+∞
تاَ(س)		−	0	+	
تا	+∞	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	+∞

$\text{تا}(1) = -\frac{1}{3}$

وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
الحل 3	**المادة : الرياضيات**
المستوى: 3 ثانوي	**الشعبة : ع . د**

رسم المنحنى :

(ك) ∩ (سَ س) : ع = 0 ⟺ س = 0 أو س = 2

(ك) يقطع (سَ س) في نقطتين معرفتين بالإحداثيات التالية : (0 ، 0) و (2 ، 0) .... (1 ن)

(ك) ∩ (عَ ع) : س = 0 ⟺ ع = 0 : (ك) يقطع (ع عَ) في النقطة م مبدأ المعلم.

2) دراسة الدالة ها :

- فـها = ح − {0، 2} =]−∞ ، 0[∪] 0 ، 2 [∪] 2 ، +∞[................................ (0,5 ن)

الدالة ها معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كل مجال من مجالات مجموعة تعريفها.

- حساب النهايات :

نها ها(س) (س ← +∞) = نها $\frac{3}{س^2}$ (س ← +∞) = 0 .... (0,25 ن)

(س ← −∞) (س ← −∞)

نها ها(س) (س ← 0، س > 0) = + ∞ لأن نها س(س − 2) (س ← 0) = 0^+ .... (0,25 ن)

نها ها(س) (س ← 0، س < 0) = − ∞ لأن نها س(س − 2) (س ← 0) = 0^- .... (0,25 ن)

نها ها(س) (س ← 2، س < 2) = − ∞ لأن نها س(س − 2) (س ← 2) = 0^- .... (0,25 ن)

نها ها(س) (س ← 0، س > 2) = + ∞ لأن نها س(س − 2) (س ← 2) = 0^+ .... (0,25 ن)

المشتق : ∀س ∈ فـها : هاَ(س) = $\frac{-6(س - 1)}{[س(س - 2)]^2}$ .... (0,5 ن)

إشارة المشتق : هاَ(س) = 0 ⟺ س = 1 .... (0,5 ن)

هاَ(س) > 0 ⟺ س < 1

جدول التغيرات :

س	−∞		0		1		2		+∞
هاَ(س)		+	‖	+		−	‖	−	
ها	0 ↗ +∞		‖	0 ↗	ها(1)	↘ −∞	‖	+∞ ↘ 0	

.... (1,5 ن)

ها(1) = −3.

وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
الحل 3	**المادة : الرياضيات**
المستوى: 3 ثانوي	**الشعبة : ع . د**

- رسم المنحنى البياني للدالة ها :

(كَ) ∩ (سَ س) : ع = 0 : (كَ) ∩ (سَ س) = ∅ .... (1,5 ن)

(كَ) ∩ (عَ ع) : (كَ) ∩ (عَ ع) = ∅

3– تعيين الخطوط المقاربة للمنحنى (كَ) :

المستقيم ذو المعادلة س = 0 هو مستقيم مقارب للمنحنى (كَ)................................... (0,25 ن)

المستقيم ذو المعادلة س = 2 هو مستقيم مقارب للمنحنى (كَ)................................... (0,25 ن)

المستقيم ذو المعادلة ع = 0 هو مستقيم مقارب للمنحنى (كَ)................................... (0,25 ن)

4– تعيين (ك) ∩ (كَ) :

$\text{تا(س)} = \text{ها(س)} \Leftrightarrow \text{س}^2(\text{س} - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow [\text{س}(\text{س} - 2) - 3][\text{س}(\text{س} - 2) + 3] = 0.$

$\Leftrightarrow (\text{س} + 1)(\text{س} - 3) = 0 \lor \text{س}^2 - 2\text{س} + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \text{س} = -1 \lor \text{س} = 3.$

(ك) وَ (كَ) يتقاطعان في النقطتين المعرفتين بالإحداثيات التالية : (−1 ، 1) ، (3 ، 1)..................... (1 ن)

5 – رسم المنحنى البياني (كَ) للدالة ها. .... (1,5 ن)

6 – المنحنى البياني (ك) للدالة تا يقبل المستقيم ذي المعادلة : س = 1 كمحور تناظر.

نضع : ω (1 ، $-\frac{1}{3}$)

تغيير المعلم : $\begin{cases} \text{س} = 1 + \text{سَ} \\ \text{ع} = -\frac{1}{3} + \text{عَ} \end{cases}$

- ن ∋ (ك) ⇔ $\text{ع} = \frac{\text{س}(\text{س} - 2)}{3}$

⇔ $\text{عَ} = \frac{\text{سَ}^2}{3}$ ، نتحصل على عبارة دالة زوجية .

إذن المستقيم ذو المعادلة س = 1 هو محور تناظر للمنحنى (ك).

- ن ∋ (كَ) ⇔ $\text{ع} = \frac{3}{\text{س}(\text{س} - 2)}$
- ن ∋ (كَ) ⇔ $\text{عَ} = \frac{\text{سَ}^2 - 8}{3(\text{سَ}^2 - 1)}$: نتحصل على عبارة دالة زوجية.

إذن المنحنى (كَ) يقبل المستقيم ذي المعادلة س = 1 كمحور تناظر................................ (2,25 ن).

وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
الحل 3	المادة : الرياضيات
المستوى: 3 ثانوي	الشعبة : ع . د