

3		
:	:	3 :

التمرين الأول : (04 نقط)

نعتبر كثير الحدود تا (ص) للمتغير المركب ص حيث :

$$\text{تا(ص)} = \text{ص}^3 - (4+2)\text{ص}^2 - (5-4)\text{ص} + 3 + \text{ت} .$$

$$(1) \text{ بين أن تا(ت) = 0} .$$

$$(2) \text{ حل في مجموعة الأعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ ، المعادلة تا(ص) = 0} .$$

نرمز لحلول هذه المعادلة بالرموز ص₁ ، ص₂ ، ص₃ حيث : $|ص_1| > |ص_2| > |ص_3|$.

(3) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م، و، ي) نعتبر النقط أ ، ب ، ج صور الأعداد المركبة

ص₁ ، ص₂ ، ص₃ على الترتيب .

- أنشئ النقط أ ، ب ، ج .

- عين قياسا للزاوية الموجهة (ج ب ، ج أ) .

لتكن ن صورة العدد المركب ص، عين مجموعة النقط ن بحيث يكون : عمدة $\frac{\pi}{4} \equiv \left(\frac{ص_1 - ص_2}{ص_2 - ص_3} \right) \in [\pi 2]$.

التمرين الثاني : (04 نقط)

تا التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة ن (س ، ع) النقطة ن' (س' ، ع') حيث :

$$\left. \begin{aligned} \cdot \text{س}' &= \frac{1}{4}\text{س} + \frac{1}{2}\text{ع} \\ \cdot \text{ع}' &= \frac{1}{4}\text{س} \end{aligned} \right\}$$

نعتبر النقط 0^0 (س₀ ، ع₀) ، 1^1 (س₁ ، ع₁) ، 2^2 (س₂ ، ع₂) ، ... ، n^n (س_n ، ع_n)

حيث : (س₀ ، ع₀) = (0 ، 1) ،

و $\forall n \exists \text{ط} : \text{ط} = 1 + \text{س}'_n = \text{تا}(\text{س}'_n)$.

نضع $\text{ح}_n = \text{س}_n - \lambda^{-1}\text{ع}_n$ ، $\lambda \in \mathbb{C} - \{1\}$.

$$(1) \text{ بين أن : } \text{ح}_n = 1 + \frac{\lambda - 1}{4} (\text{س}_n - \frac{2}{1 - \lambda} \text{ع}_n) .$$

بين أنه توجد قيمتان 1^λ ، 2^λ للعدد λ حتى تكون المتتالية (ح_n) هندسية .

(2) أحسب $\text{س}_n - 1^\lambda$ ع_n و $\text{س}_n - 2^\lambda$ ع_n . ثم استنتج س_n و ع_n بدلالة ن .

(3) أحسب نها س_n ، نها ع_n ، نها $\frac{\text{س}_n}{\text{ع}_n}$.

3		
:	:	3 :

المسألة : (12 نقطة)

الجزء الأول : لتكن Φ الدالة العددية للمتغير الحقيقي s المعرفة كما يلي :

$$\Phi(s) = (s-1) \zeta(s).$$

(ي) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (σ, t) ، الوحدة 2π .

(1) أدرس تغيرات الدالة Φ والفروع اللانهائية للمنحنى (σ, t) .

(2) أحسب $\Phi(1)$ ، $\Phi(2)$ ، $\Phi(10)$ بالتقريب إلى 10^{-2} بالنقصان. أرسم (σ, t) .

(3) الدالة العددية للمتغير الحقيقي s حيث $\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n^\beta + \gamma}$ $(\gamma > 0)$.

عين الأعداد الحقيقية α, β, γ حتى تكون الدالة Φ دالة أصلية للدالة ζ .

(4) λ عدد حقيقي أكبر تماماً من 3 ، أحسب بالسم 2 المساحة $M(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (σ, t) والمستوي

التي معادلاتها : $t=0$ ، $t=3$ ، $\sigma = \lambda$. ما هي نهاية $M(\lambda)$ عندما ينتهي λ إلى $+\infty$.

الجزء الثاني : τ وسيط حقيقي،

نعتبر التحويل النقطي L للمستوي (π) في نفسه الذي يرفق بكل نقطة n (s, t) النقطة n (σ, τ)

$$\left. \begin{aligned} \sigma - 1 &= s - \tau \\ \tau &= s + (\tau - 1) \end{aligned} \right\} \text{ حيث :}$$

(1) عين مجموعة قيم العدد τ التي من أجلها يكون L تقابلاً. استنتج حسب قيم τ صورة المستوي بالتحويل L .

(2) أدرس حسب قيم العدد τ مجموعة النقط الصامدة بالتحويل L .

(3) نفرض أن $\tau \neq 0$. بين أن للمستقيم (n, n) منحنى ثابت يطلب تحديده.

(4) أ/ ما هي طبيعة كل من التحويلين L ، L^{-1} عين عناصرهما المميزة.

ب/ أكتب معادلة للمنحنى (1) صورة المنحنى (σ, t) بالتحويل L^{-1} .

ج/ نفرض أن $\tau \neq \frac{1}{2}$. بين أن L تآلف نسبهته $(1 - 2\tau)$ عين محوره و منحاه.

د / أرسم (σ, t) في نفس المعلم.