

	6
:	3 :
الشعبة :	

حل التمرين الأول : (4 نقاط)

لدينا : (أ ، ب)

$$1 = 1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^{n-1}$$

$$1 = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{n-1}$$

(1) حساب العددين أ ، ب بدلالة n :

نلاحظ أن العدد أ هو مجموع متتالية هندسية حدها الأول $1 = 0$ وأساسها 10.

نلاحظ أن العدد ب هو مجموع متتالية هندسية حدها الأول $1 = 0$ وأساسها 5.

وبالتالي عبارة المجموع هي : $\sum_{i=0}^{n-1} r^{i+1} = \frac{r^{n+1} - r}{r - 1}$

$$\text{أو } \sum_{i=0}^{n-1} r^{i+1} = \frac{r^{n+1} - r}{1 - r}$$

وبالتالي تصبح :

$$1 = \frac{1 - 10^n}{1 - 10} = \frac{1 - 10^n}{9}$$

$$(1) \quad \frac{1 - 10^n}{9} = 1 \quad \text{ومنه } 1 - 10^n = 9$$

$$1 = \frac{1 - 5^n}{1 - 5} = \frac{1 - 5^n}{4}$$

$$(1) \quad \frac{1 - 5^n}{4} = 1$$

(2) حساب بدلالة n العدد (أ - ب) :

$$1 - 10^n = \frac{1 - 10^n}{9} \times 9 = 1 - 10^n$$

$$1 - 5^n = \frac{1 - 5^n}{4} \times 4 = 1 - 5^n$$

$$(1) \quad \frac{5 + 5^n \times 9 - 10 \times 4}{36} = 1 - 10^n$$

إستنتاج أنه : $\forall n \in \mathbb{N}^* : 5 + 5^n \times 9 - 10 \times 4 = 36(1 - 10^n)$

من العلاقة الأخيرة $1 - 10^n = \frac{5 + 5^n \times 9 - 10 \times 4}{36} \Leftrightarrow 36(1 - 10^n) = 5 + 5^n \times 9 - 10 \times 4$

وبالتالي $36(1 - 10^n) = 5 + 5^n \times 9 - 10 \times 4$

:	6
الشعبة :	3 :

وبما أن $36 \equiv (1 - b) \equiv 0 \pmod{3}$

نستنتج أن $\forall x \in \mathbb{Z}^* : 4 \times 10^{-9} \times 5^5 \equiv 0 \pmod{3}$ (1)

حل التمرين الثاني : (4 نقاط)

• لدينا تا(ص) = $ص^3 + ص^2 + (-5 + 4ت) + ص - 21 - 12ت$

(1) إثبات أن المعادلة تا(ص) = 0 تقبل حلاً حقيقياً ص₀ المطلوب تعيينه :

ليكن لدينا ص₀ هو الحل الحقيقي الوحيد إذن نستطيع أن نكتب

•• $ص^3 + ص^2 + (-5 + 4ت) + ص - 21 - 12ت = 0$

$$ص_0^3 + ص_0^2 + (-5 + 4ت_0) + ص_0 - 21 - 12ت_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow ص_0^3 + ص_0^2 - 5 - 21 - 4ت_0 + ص_0 = 0$$

$$ص_0^3 + ص_0^2 - 26 - 4ت_0 + ص_0 = 0$$

لكي يكون الحل حقيقياً صرفاً يجب أن يتحقق :

$$4ص_0 - 26 = 0 \Leftrightarrow ص_0 = \frac{12}{4}$$

$$(1) \quad \boxed{ص_0 = 3} \Leftrightarrow$$

(2) حل في م المعادلة تا(ص) = 0

بما أن المعادلة تحقق جذراً حقيقياً بحثاً إذن نكتب المعادلة السابقة كما يلي :

$$(ص - 3)(ص^2 + 3ص + 3 - 3ت) = 0$$

$$ص^3 + 3ص^2 + 3ص - 3تص - 9 - 9ت = 0$$

$$ص^3 + 3ص^2 + (3 - 3ت)ص - 9 - 9ت = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة •• نجد :

$$\boxed{1 = 1}$$

$$\boxed{4 = 3 - ت} \Leftrightarrow 1 = 3 - ت \Leftrightarrow 1 = 3 - ت$$

$$\rightarrow 3 - ت = 4 \Leftrightarrow 3 - ت = 4 \Leftrightarrow 3 - ت = 4$$

$$\rightarrow 4 + 5 - 12 = 3 - ت$$

$$\Leftrightarrow 4 + 7 = 3 - ت$$

(1) وبالتالي تصبح المعادلة : $(ص - 3)(ص^2 + 3ص + 3 - 3ت) = 0$

$$\Leftrightarrow (ص - 3)(ص^2 + 3ص + 4 + 7 - 3ت) = 0$$

	6
:	
الشعبة :	3 :

لحل هذه المعادلة :

لدينا إما (ص - 3) = 0 \Leftrightarrow ص = 3 وجذناه سابقاً

أو ص $4 + 2 = 7 + 4 = 0$

$$\Delta = (4 + 7)^2 - 4(4) = 16 - 28 - 16 = \Delta$$

$$\Delta = 16 - 28 - 16 = \Delta$$

$$\Delta = 16 - 12 = \Delta$$

نبحث عن الجذور التربيعية للمميز

$$\Delta = (س + ت)^2$$

أي $16 - 12 = ت = (س + ت)^2$ ومنه $16 - 12 = ت = (س - 2)^2 + (ت - 2)^2$

$$(1) \dots\dots\dots 12 - 2 = س^2 - 2س + 4 = ت^2 - 4ت + 4$$

$$(2) \dots\dots\dots 16 = 2س + 4$$

$$(3) \dots\dots\dots 20 = س^2 + 2س + 4 \Leftrightarrow 256 + 144 = س^2 + 2س + 4$$

$$\boxed{س = 2 \pm 2}$$

بجمع (1) + (3) نحصل على $2س = 8 - 2س \Leftrightarrow س = 2$

وبالتالي من (2) نحصل على ع كما يلي :

$$\boxed{ع = 4}$$

إذا كان : $س = 2 \Leftrightarrow 2(2) = 4 = 16 - 4$

$$\boxed{ع = -4}$$

إذا كان : $س = 2 \Leftrightarrow 2(2) = 4 = 16 - 4$

هناك جذران للمميز وهما : $2 + 4 = 6$ ، $2 - 4 = -2$

ومنه جذراً المعادلة ص $4 + 2 = 7 + 4 = 0$

$$ص_1 = \frac{4 + 2 - 4}{2} = 3 - 2 = 1$$

$$ص_2 = \frac{4 - 2 + 4}{2} = 2 - 1 = 1$$

ومنه :

$$(1) \boxed{ص_2 = 1 - 2 = -1}$$

و

$$(1) \boxed{ص_1 = 3 + 2 = 5}$$

حل التمرين الثالث : (12 نقاط)

(1) دراسة تغيرات الدالة تا :

لدينا تا(س) = $2س^2 - 4س - 4$

:	6
الشعبة :	3 :

* مجموعة التعريف :

$$(0.5) \quad]\infty+, \infty -[= \text{ف تا} -$$

* النهايات :

$$\boxed{\infty -} = 0 - 4 + (\infty -) \times 2 = \text{نها (س)} = \text{نها (س)} \begin{matrix} \infty - \\ \infty - \end{matrix}$$

$$(0.5) \quad \boxed{\infty -} = \text{نها (س)} \begin{matrix} \infty - \\ \infty - \end{matrix}$$

$$\infty - = \left(\frac{\infty}{\infty} - \frac{4}{0} + 2 \right) \begin{matrix} \text{نها (س)} \\ \infty + \end{matrix} = \text{نها (س)} \begin{matrix} \infty - \\ \infty + \end{matrix} = \text{نها (س)} \begin{matrix} \infty - \\ \infty + \end{matrix}$$

$$(1) \quad \boxed{\infty -} = \text{نها (س)} \begin{matrix} \infty - \\ \infty + \end{matrix}$$

* حساب المشتق ودراسته : \forall من ∞ ف

$$\text{تا (س)} = 2 - 4 + \infty -$$

$$\text{تا (س)} = 1 - 2 - \infty$$

$$\text{ومن (تا(س)} = \boxed{2 - \infty}$$

دراسة إشارة المشتق :

$$\text{تا(س)} = 0 \iff 0 - \infty - 2 \iff 0 = \infty - 2$$

$$\iff \text{لو } \infty - = 2 \iff \boxed{\text{لو} = 2} \text{ لأن لو } \infty - = \text{س} \quad (1)$$

$$\text{تا(س)} > 0 \iff \text{س} < 2 \text{ لو} \quad (\text{لأن } -2 - \infty < 0 \iff - \infty < -2 \iff 2 < \infty \iff \text{س} < 2 \text{ لو})$$

$$\text{تا(س)} < 0 \iff \text{س} > 2 \text{ لو} \quad (\text{لأن } -2 - \infty < 0 \iff - \infty < -2 \iff 2 > \infty \iff \text{س} > 2 \text{ لو})$$

$$\text{حساب تا(لو)} = 2 - 4 + 2 \text{ لو} = \infty - - 4 + 2 \text{ لو} \iff \text{تا(لو)} = 2 - 4 + 2 \text{ لو} = \boxed{2 + 2 \text{ لو}}$$

جدول التغيرات : (3)

$\infty +$	لو 2	$\infty -$	س
	-	+	تا(س)
			تا(س)
	لو 2 + 2		
	-		
	3.4		

	6
الشعبة :	3 :

مع م م س :

$$0 = \text{نضع تا(س)} = 0 = 2س + 4 - هـ = 0$$

الحل موجود في السؤال 4

* نقاط التقاطع مع ع م ع نضع س = 0

$$\leftarrow \text{تا(0)} = (0)2 + 4 - هـ = 3 - 1 - 4 = 0$$

$$\text{ومنه ن (3, 0) تا(0) = 3}$$

2- تبيان أن المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) مع دراسة وضعية المنحنى (ي) بالنسبة للمستقيم Δ

* المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ)، مع دراسة وضعية المنحنى (ي) بالنسبة للمستقيم (Δ)

* المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته ع = 2س + ب

في جوار ($\infty+$)

$$2 = \frac{\text{نها تا(س)}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها (2س + 4 - هـ)}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها 2س} + \frac{\text{نها 4}}{\text{نها س}} - \frac{\text{نها هـ}}{\text{نها س}}}{\text{نها س}}$$

اذن (ي) يقبل فرع قطع مكافئ. باتجاه (م⁺ ي)

في جوار ($\infty-$)

$$2 = \frac{\text{نها تا(س)}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها (2س + 4 - هـ)}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها 2س} + \frac{\text{نها 4}}{\text{نها س}} - \frac{\text{نها هـ}}{\text{نها س}}}{\text{نها س}}$$

وبالتالي في جوار ($\infty-$)

$$\text{ب} = \frac{\text{نها (تا(س) - 2س)}}{\text{نها س}} = \frac{\text{نها (-4 + هـ)}}{\text{نها س}}$$

$$4 = \frac{\text{نها (-4 + هـ)}}{\text{نها س}}$$

(1) إذن معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ) هي ع = 2س + 4

* دراسة وضعية المنحنى (ي) مع المستقيم المقارب المائل (Δ)

$$\text{تا(س)} - ع = 2س + 4 - هـ - 2س - 4 = 4 - هـ$$

$$\text{تا(س)} - ع = 4 - هـ \leq 0 \iff \text{تا(س)} - ع > 0 \forall س \exists ف إذن (ي) تحت (Δ) دوماً$$

3 - كتابة معادلة المماس (ق) للمنحنى (ي) في النقطة أ (3, 0)

هي من الشكل : تا(س) - تا(0) = (س - 0) (س - 0)

6	:
3 :	الشعبة :

$$\Leftrightarrow ع_ق = ت_أ(س_0) + (س_0 - س) ت_أ(س_0) + ت_أ(س_0)$$

$$ع_ق = ت_أ(س_0) + (س_0 - س) ت_أ(س_0) + 0ع$$

$$\Leftrightarrow ع_ق = ت_أ(س_0 - 2) + (س_0 - 2) + 3$$

$$\Leftrightarrow ع_ق = 1 + س + 3$$

$$\Leftrightarrow ع_ق = س + 3 \quad (1)$$

$$(4) ت_أ(2) = 2(2) + 4(2) = 2(2)$$

$$ت_أ(2) = 2(2) = 4 - 4 + 4 = 2$$

$$(0.5) \quad ت_أ(2) = 2(2) = 8 - 8 = 0$$

$$ت_أ\left(\frac{5}{2}\right) = 2\left(\frac{5}{2}\right) + 4\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$(0.5) \quad ت_أ\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2} = 9 - 9 = 0$$

• تبين أن المعادلة $0 = (س) ت_أ(س)$ تقبل حلاً محصوراً بين 2 و $\frac{5}{2}$:

يجب أن تحقق شروط القيم المتوسطة:

$$(1) \quad \text{الدالة تامة مستمرة على المجال } \left[\frac{5}{2}, 2\right] \quad (0.25)$$

$$(2) \quad \text{الدالة تامة متناقصة تماماً على المجال } \left[\frac{5}{2}, 2\right] \quad (0.25)$$

$$(3) \quad \text{الجداء تامة } (2) \times ت_أ\left(\frac{5}{2}\right) > 0 \quad (0.5)$$

و بمأن (1) و (2) محققان ومن (3) نجد:

$$ت_أ(2) \times (2) = (2) = 9 - 8 = 1 > 0$$

$$ت_أ\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2} = 9 - 8 = 1 > 0 \quad \text{و} \quad ت_أ(2) = 2 = 8 - 8 = 0 < 2$$

$$\text{و بمأن تامة } (2) \times ت_أ\left(\frac{5}{2}\right) > 0$$

اذن الشروط الثلاثة محققة ومنه $0 = (س) ت_أ(س)$ تقبل حلاً في المجال $\left[\frac{5}{2}, 2\right]$

:	6
الشعبة :	3 :

رسم المنحنى البياني (2)

